

Guía 1

0) Encuentre la parte real, el módulo, la fase y el conjugado de

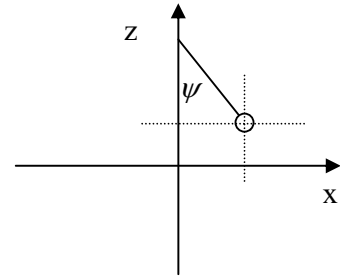
$$z = \frac{1}{a+ib} \quad z = \rho e^{i\phi} e^{i\omega t} \quad z = e^{a+ib} \quad z = e^{i\phi_1} + e^{i\phi_2}$$

$$z = Ae^{i\phi_1} + Be^{i\phi_2} \quad \text{con } A, B, \rho \text{ y } \phi \text{ reales.}$$

1) Escriba la ecuación del péndulo usando como coordenadas:

- a) x
- b) z
- c) $\xi = \text{sen}\psi$

Escriba la energía potencial y cinética en dichas coordenadas. Discuta cuáles elecciones son razonables y cuáles no, y por qué.



Prob 1...

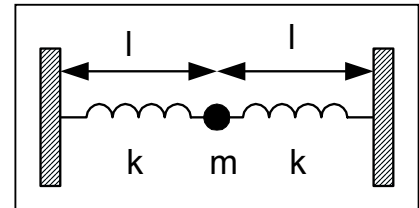
2)- Resuelva el péndulo en pequeñas oscilaciones tomando como coordenada el ángulo entre el hilo y la horizontal (techo).

3) Demuestre que si ψ es una solución matemática compleja de la ecuación del oscilador armónico, su parte real también es solución.

4) Escriba y resuelva las ecuaciones de movimiento para los siguientes sistemas.

a) Péndulo de longitud l en un campo gravitatorio constante g . Discuta todas las aproximaciones realizadas. Demuestre que sin dichas aproximaciones la superposición lineal de dos soluciones no es solución (el sistema no es lineal)

b) Oscilaciones longitudinales del sistema de la figura para los dos casos límite: i) resorte poco estirado ii) resorte muy elongable (slinky).



c) Oscilaciones transversales del sistema de la figura nuevamente para los mismos dos casos límite. Analice cuidadosamente las aproximaciones realizadas y para el caso i, describa las diferencias entre resortes inicialmente elongados ($l > l_0$) y aquellos inicialmente relajados ($l = l_0$).

En todos los casos discuta el significado del límite cuando la constante elástica tiende a cero.

Compare las frecuencias de los modos longitudinales con los transversales.

5)-Resuelva el resorte vertical con un peso colgado usando como cero de coordenadas la del resorte en reposo sin peso. Escriba la energía potencial (gravitatoria más elástica) y encuentre el equilibrio y la curvatura. Al oscilar, ¿la energía potencial es solo la del resorte o también oscila la potencial gravitatoria?

6)-calcule la tensión del hilo en función del ángulo para un péndulo en pequeñas oscilaciones. Discuta la validez de la hipótesis de longitud de hilo constante. De valores de orden de magnitud razonables a los parámetros que necesite para la discusión. Discuta la validez de la aproximación $g = \text{constante}$.

7) Oscilador amortiguado. Si la condición inicial es $\psi = \psi_0$ y $\dot{\psi} = 0$. Encuentre la solución a la ecuación de movimiento y escriba cuál es la energía inicial.

8)-se tiene un péndulo que oscila con una disipación tal que su amplitud se reduce un 10% cada 10 oscilaciones. Con que precisión deberíamos determinar su longitud para notar el corrimiento en su frecuencia debido al rozamiento?

9)-verifique que si ψ_1 y ψ_2 son soluciones de la ecuación del oscilador armónico libre, cualquier combinación lineal $\psi = A\psi_1 + B\psi_2$ también es solución. Muestre que esto también vale si la fuerza disipativa es proporcional a la velocidad. Vale si es un rozamiento constante?

10) Para un péndulo con fuerza de disipación proporcional a la velocidad calcule el trabajo que realiza la fuerza de rozamiento y compárelo con la pérdida de energía.

11)-Resuelva un oscilador armónico libre al que se le agrega una fuerza de rozamiento constante. Sugerencia: resuelva cada media oscilación agregando la fuerza que cambia la posición de equilibrio. Calcule el movimiento cada medio ciclo. Evalúe como cambia la amplitud cada medio ciclo. Calcule como es esa amplitud máxima en función del número de oscilación y compárela con una fuerza disipativa proporcional a la velocidad.

12)-grafique las soluciones al oscilador amortiguado en el caso de amortiguamiento crítico y en el sobreamortiguado.

13)-a) resuelva de manera completa el oscilador forzado excitado en el pico de resonancia ($\omega = \omega_0$) con la condición inicial de estar en reposo en su posición de equilibrio.

b) simplifique la expresión para el caso en que $\gamma \ll \omega_0$ y grafíquela para poner en evidencia como el sistema tiende a su solución estacionaria.

14) Construya un péndulo de torsión, mida sus parámetros relevantes y escriba la ecuación diferencial que describe su movimiento.

15) Discuta entre los distintos osciladores unidimensionales que se le ocurran factibles, cuál construiría para verificar las predicciones del modelo de oscilador armónico libre.

16) Repita el problema 13 para el caso en que no se lo excita en el pico de resonancia. Resuelva y grafique en forma completa el caso de muy baja frecuencia.

17) Resuelva el oscilador armónico sin pérdidas y muestre que cuando domina la solución elástica (lejos de la resonancia) la solución hallada aproxima adecuadamente a la que tiene en cuenta las pérdidas.

Nota general: en todos los problemas (de todas las materias), analice a priori qué puede predecir sin hacer cálculos y analice a posteriori qué podría haber predicho sin hacer cálculos. Si va achicando la diferencia entre ambos está aprendiendo los conceptos (o perdiendo capacidad de análisis).