

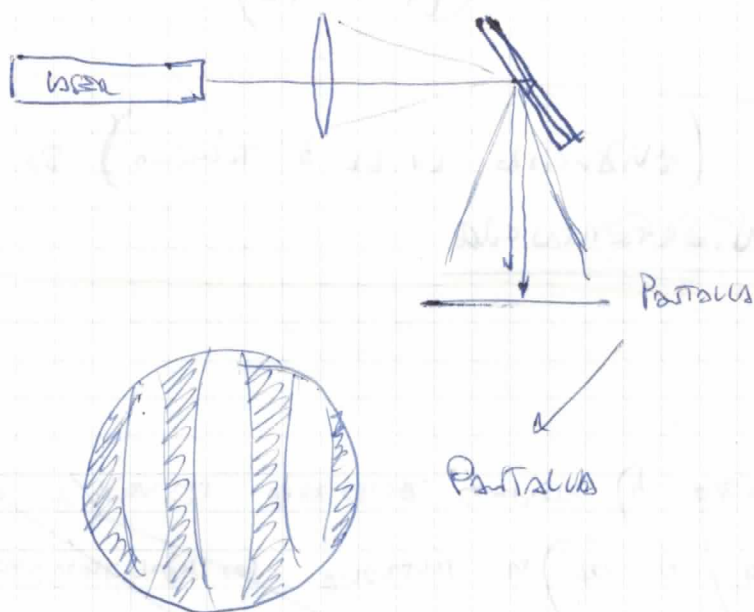
INTERFERENCIA

Es la superposición de ondas $\rightarrow$ como la suma de ondas

La fase $\Rightarrow$ Hay máx. y mín. de intensidad.

Se da interferencia $\rightarrow$ ondas coherentes o wt. lineal. Polarizadas.

Reflexión en una lámina delgada. ($\ll \lambda$)



La luz es
de fase coherente
La wt en la lámina
destruye fase por una
fuerza puntual en
cada una de las láminas
generando ondas q' se
dispersan.

La wt en la pantalla llega de 2 reflexiones en la 1ª y
la 2ª $\rightarrow$ cada una recorren $\neq$ camino $\Rightarrow$ Hay una
diferencia de fase entre ellos, si la dif. de fase es $n\lambda$
ent. de $\lambda \Rightarrow$ se suma, si es $n\frac{\lambda}{2} \rightarrow$ oscurece



Existen 2 ondas de la misma λ , ω y ϕ , $\rightarrow$ 2 contribuciones
 E_1 (1ª ond) y E_2 (2ª ond) $\rightarrow E = E_1 + E_2$

$$\Rightarrow E = E_1 + E_2 = A_1 e^{i(\omega t + \phi_1)} + A_2 e^{i(\omega t + \phi_2)}$$

y una super, ~~de~~ y ~~interfere~~ su intensidad $\propto |E|^2$

$$\Rightarrow |E|^2 = (A_1 e^{i\varphi_1} + A_2 e^{i\varphi_2}) (A_1 e^{-i\varphi_1} + A_2 e^{-i\varphi_2})$$

como $E = e^{i\omega t}$ "mucha"

$$\Rightarrow |E|^2 = A_1^2 + A_2^2 + A_1 A_2 (e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)} + e^{-i(\varphi_1 - \varphi_2)}) =$$

$$= A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

o sea φ' I depende de $(\varphi_1 - \varphi_2)$ como máximo
sobreto.

Este fenómeno (vinculado al 3º término) se conoce
como INTERFERENCIA

~~Por eso c/f familia debe estar completa (y algunas pocas extra de el caso)~~

~~$\Rightarrow$ Al considerar todos los diagramas en T.O. No. Divergen~~

~~$\Rightarrow \otimes = \left(\begin{matrix} -1 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \end{matrix} \right) \times 3 = 0$~~

~~Algunos de los $\otimes$ y $\otimes$ diagramas no familia~~

~~$\Rightarrow$ $\left(-1 + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \right) \times 3 = 0$~~

~~sigue dando ∞~~

~~caso familia $\Rightarrow$ $\left(-1 + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \right) \times 3 = 0$~~

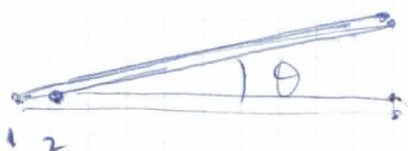
~~los otros familias~~

~~Esse loop, para todas las part. reales da:~~

~~$\int -e^u + e^u \left(\int e^u + \int e^u + \int e^u + \int e^u \right) / (2\pi t) =$~~

Notemos que esta ecuación de WGN a máximos y mínimos es intercalada debido por $(A_1 + A_2)^2$ y $(A_1 - A_2)^2$ respectivamente, y si $A_1 \equiv A_2 \Rightarrow$ la WGN a frías y oscuras.

El hecho de que sean ~~oscuros~~ oscuros está obviamente relacionado con el incremento en el camino óptico de cada una de las ondas de luz.



VER DETALLES

- ¿qué áng. hay entre 2 frentes?
- ¿una dist. traza? → calculando
- ¿qué puntos mostrar en clase?

la dif. de camino $\Rightarrow$ Δx y Δy 2 dist. de ángulo y ahí la periodicidad de luz blanca, observamos una sucesión de claro - oscuro - claro - oscuro ... etc.

¿Por qué no observamos constantemente el fenómeno de interf. si estamos inmersos en un mar de ondas que se superponen?

Respuesta: que ocurre con frentes de $\neq$ frecuencias

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_2 = A_1 e^{i(\omega_1 t + \phi_1)} + A_2 e^{i(\omega_2 t + \phi_2)} = \\ &= e^{i(\bar{\omega} t + \bar{\phi})} \left(A_1 e^{i(\Delta \omega t + \Delta \phi)} + A_2 e^{-i(\Delta \omega t + \Delta \phi)} \right) \end{aligned}$$

$$\text{con } \bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \quad \text{y} \quad \Delta \omega = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$$

$$\Rightarrow |E|^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos(\Delta \omega t + \Delta \phi)$$

• Se ve que el término de interferencia oscila en el tiempo y hay un batido (ya lo habíamos visto). Entonces el tiempo durante el cual se observa es muy importante para definir lo que se va a observar.

El ojo promedio en tiempo $\approx 0,1 \text{ seg}$, pero fotodiodos, 61
 $\approx 1 \mu\text{seg}$, 1 mseg .

La Frec. de la luz es $\approx 10^{15} \text{ Hz}$ $\Rightarrow$ aún así BT. + APD's
 Promedian miles de ciclos.

En el caso, el término de interferencia promedio a cero y sólo
 se ve la suma de las intensidades, pero si la dif. de frecuencias
 es realmente muy chica $\Rightarrow$ se podrán ver el patrón

$\Rightarrow$ Para ver interferencia, las 2 fuentes deben mantener sus
 Frec. muy estables e iguales (es particular, si el receptor es
 el ojo, deben mantenerse a 14 decimales de precisión)

A la acción de fase fija se la conoce como coherencia.

$\hookrightarrow$ DEF. de coherencia

Una situación simple ocurre con una fuente extensa: c/punto
 de una lámpara (p/pt.) emite de forma indep. $\Rightarrow$ No hay coh.

Espacial $\rightarrow$ Por eso no vemos interferencia por el t.

La long. de coherencia $\rightarrow$ Long. en la que la dif. de fase es despreciable

En un caso p/cambio, la emisión es estimulada por una fuente
 luminosa externa $\Rightarrow$ está en fase con la estimulación
 $\Rightarrow$ Todos los puntos emisores son coherentes

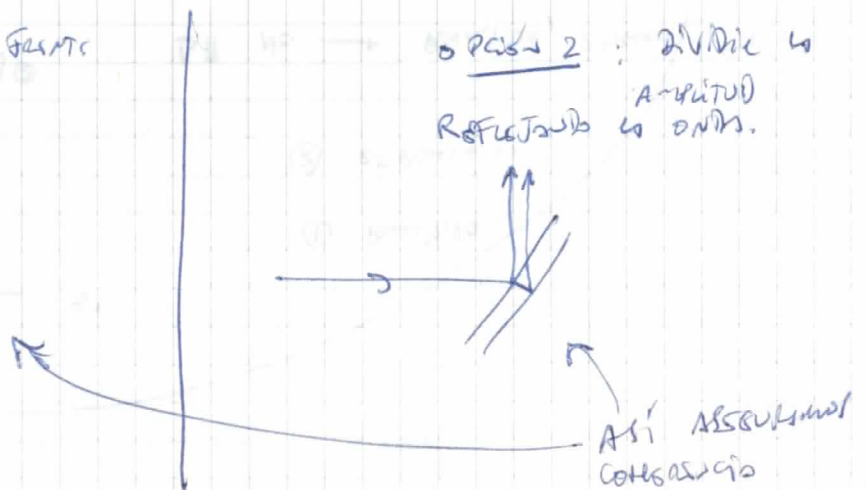
Con láser, ondas de radio, etc. (Frec. "pequeña") es relat.
 sencilla obt. 2 fuentes indep. y coherentes.

Con la luz, cambio (y lo mayores como UV y RX) se suelen
 usar trucos p/obt. 2 fuentes coherentes dividiendo una sola.

opción 1: Dividir la fuente
 con obstáculos



opción 2: Dividir la
 amplitud
 reflejando la onda.

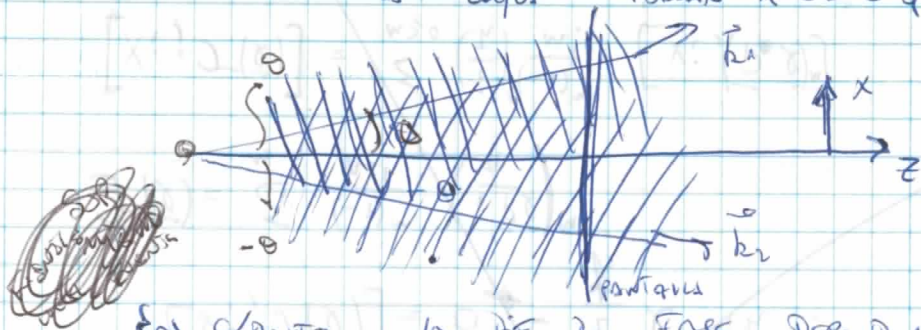


Así se obtienen
 coherencias

Si ambas interf. en las 2 fuentes
 las interferencias p/t < transición y L < L coherencia

INTERF. DE 2 ONDAS PLANAS

Sol. 2 ondas planas cuyos k forman $\angle \theta_1 = \theta$ y $\theta_2 = -\theta$ con el eje z (e)



Se supone q' las fuentes están en el mismo nivel

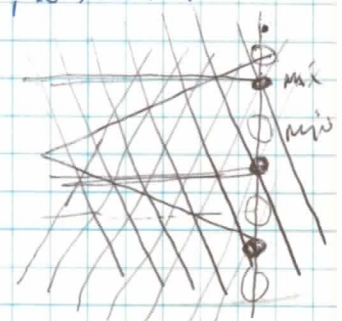
En el punto, la dif. de fase depende del camino óptico

Realizado por las ondas $\Rightarrow$ en la pantalla habrá máximos y mínimos.

Sup. q' el eje x está contenido en el plano, la forma q' k está en el plano xz

$$\Rightarrow E_1 = A_1 e^{i(\omega t - k_z z + k_x x + \varphi_1)}$$

$$E_2 = A_2 e^{i(\omega t - k_z z - k_x x + \varphi_2)}$$



Con lo cual la intensidad resulta

Restar la constante y usar $\varphi_1' = k_x x + \varphi_1$ y $\varphi_2' = -k_x x + \varphi_2$

$$|E|^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(2k_x x + \varphi_1 - \varphi_2)$$

$\Rightarrow$ los máximos de intensidad ocurren $\cos = 1$ y los mín $\cos = -1$

máximos: $2k_x x_{\text{máx}} + \varphi_1 - \varphi_2 = 2m\pi$ (Dif. en $m\lambda$)

mínimos: $2k_x x_{\text{mín}} + \varphi_1 - \varphi_2 = (2m+1)\pi$ (Dif. en $m \frac{\lambda}{2}$)

con $m \in \mathbb{Z}$

Veremos q' Δx es igual p/ mín q' p/ máx y vale: $(\Delta x = x_{m+1} - x_m)$

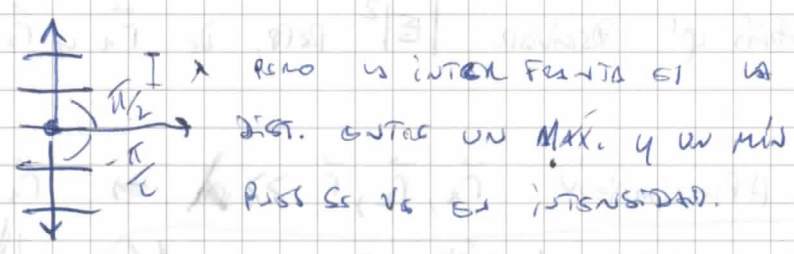
$$2k_x \Delta x = 2\pi \Rightarrow \Delta x = \frac{\pi}{k_x}$$

como $k_x = k \sin \theta \Rightarrow$
y $\lambda = \frac{2\pi}{k}$

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2 \sin \theta}$$

INTERFERENCIA
Módic. Rápida.

Notar q' el mínimo Δx ocurre p' el máx sea 0, o sea
 Para ondas con propagación $\frac{v}{\lambda}$ ondas estacionarias, en cuyo caso
 la interferencia vale $\frac{\lambda}{2}$



De la ec. p/ $|E|^2$ podemos obtener el máx. y el mínimo de int.

$$|E_{max}|^2 = (A_1 + A_2)^2 \quad |E_{min}|^2 = (A_1 - A_2)^2$$

y el contraste es: $C = \frac{|E_{max}|^2 - |E_{min}|^2}{|E_{max}|^2 + |E_{min}|^2}$

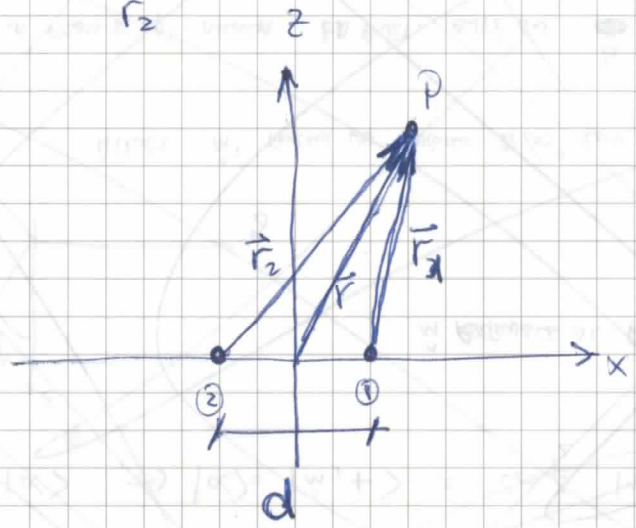
p/ $A_1 = A_2 \rightarrow C = 1$

si una es cero $\Rightarrow C = 0$

INTERFERENCIA ENTRE 2 ONDAS ESFÉRICAS

$$E_1 = \frac{A_1}{r_1} e^{i(\omega t - kr_1 + \phi_1)}$$

$$E_2 = \frac{A}{r_2} e^{i(\omega t - kr_2 + \phi_2)}$$



$$|\mathbf{E}|^2 = \left(\frac{A_1}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{A_2}{r_2}\right)^2 + 2 \frac{A_1 A_2}{r_1 r_2} \cos[k(r_1 - r_2) + \phi_1 - \phi_2]$$

malins

$\Rightarrow$ Los máximos y mínimos están a $\pm \pi/2$ en los cosenos en φ' .
El coseno sea 1 y (-1) respectivamente.

$\Rightarrow$

$$\begin{aligned} \text{Máximos} &\rightarrow k(r_1 - r_2)_{\text{máx}} + \varphi_1 - \varphi_2 = 2m\pi \\ \text{Mínimos} &\rightarrow k(r_1 - r_2)_{\text{mín}} + \varphi_1 - \varphi_2 = (2m+1)\pi \end{aligned}$$
 $m \in \mathbb{Z}$

$$= \left| \cos \left(\frac{\pi}{8} + 30^\circ - \frac{\pi}{8} \right) \right| = |\cos 30^\circ| = \left| \frac{\sqrt{3}}{2} \right| = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

~~$$|\langle \psi_{\beta,0} | \hat{M}_1 + \hat{M}_2 \rangle|^2 = |\cos(\beta + 60^\circ) \cos \frac{\beta}{2} + \sin(\beta + 60^\circ) \sin \frac{\beta}{2}|^2$$~~

~~⇒ Busco en bases de datos, en papel, en internet, en el estero $|n, +\rangle$ al que paso~~

~~Also $\hat{m}$ forma un pătrat $85,60^\circ$ cu $\hat{m}$ și $\beta' = \beta + 20^\circ$~~

~~M. R. 15.15.15 AL PLUMB XZ~~

~~$$S_M^z |\alpha\rangle = \frac{\hbar}{2} |\alpha\rangle \Rightarrow |\alpha\rangle = |m, +\rangle = \cos\frac{\theta}{2} |+\rangle + \sin\frac{\theta}{2} |-\rangle$$~~

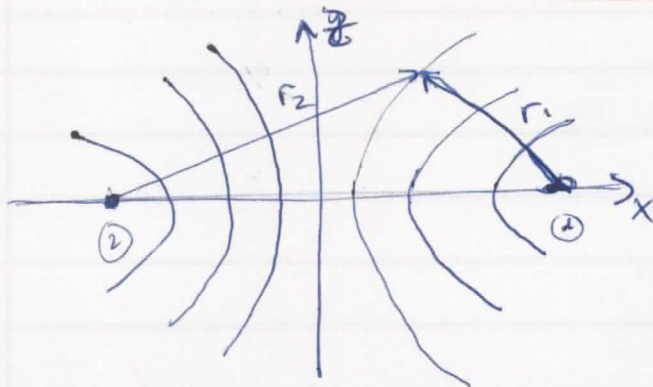
o usando $\lambda = \frac{2\pi}{k}$

$\rightarrow (r_1 - r_2)_{\max} = m\lambda + (\phi_1 - \phi_2) \frac{\lambda}{2\pi}$

$(r_1 - r_2)_{\min} = (m + \frac{1}{2})\lambda + (\phi_1 - \phi_2) \frac{\lambda}{2\pi}$

SUPERFICIES de
COMPLEN de la
DIFERENCIA de DIST.
A 2 PUNTS FIJOS
es = cte (para cada m)

AMBAS SC. dan una familia de HIPERBOLOS de REVOLUCION



con las FUENTES
en los FOCOS

↓
(la suma de ELSSES)

si colocamos una PANTALLA, ENCONTRAREMOS el CORTE de ESTOS
hiperbólicos.

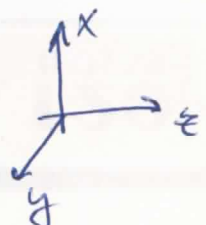
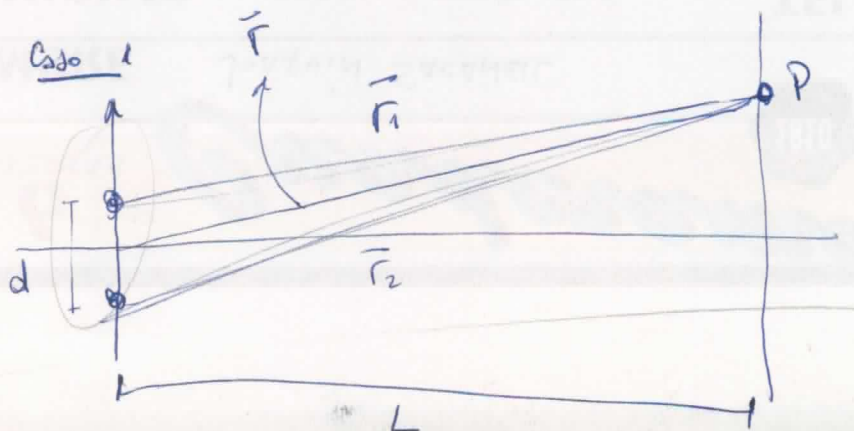
NOTAR q' si colocamos una PANTALLA $\perp$ AL EJE $\hat{x}$ SE VERÁN
(o g)

FRENTE * y si colocamos una PANTALLA $\perp$ AL EJE $\hat{x}$ SE VERÁN
CÍRCULOS $\rightarrow$ en AMBOS CASOS, LOS CORTES de las HIPERBOLOS de

REVOLUCION

INTERFERENCIA de 2 FUENTES PUNTUALES en la Aprox. PARSIAL

ANALIZAREMOS 2 casos en q' colocamos la PANTALLA MUY CERCA
de las FUENTES (RESP. de su SEPARACION)



Aproximo P a Z = orden en sus coord. $x \in \mathbb{R}$ SUP. $L \gg d \rightarrow$ ANG. PEQ. 65

$$\Rightarrow r_1 = \sqrt{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + y^2 + L^2} \approx L + \frac{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + y^2}{2L}$$

$$r_2 = \sqrt{\left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + y^2 + L^2} \approx L + \frac{\left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + y^2}{2L}$$

$$\sqrt{1 + \delta} \approx 1 + \frac{\delta}{2}$$

Con lo que

$$r_1 - r_2 = \frac{-xd}{L}$$

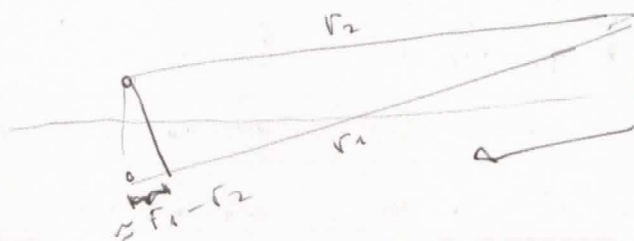
$r_1 < r_2 \Rightarrow x$ positivo
 $\Rightarrow$ OK

NOTAR los límites de la Aprox. $\rightarrow r_1$ y r_2 son casi ||

ANG. PEQUEÑOS

- CERCA DEL EJE COND. CON L
- FUENTES CERCANAS COND. CON L

ES COMO
MIRAR UN
FINJIMIENTO
PEQUEÑO DE
LAS HIBÉRIDAS
 $\rightarrow$ RECTAS



Si AMBOS FUENTES ESTÁN EN FASE, $\phi_1 = \phi_2 = 0$ y Δ DIF. DE

FASE EN LA PUNTA SÓLO DEPENDE DE LA DIF. DE CAMINO.

(NOTAR QUE FUNDAMENTALMENTE ES LA D.C.O., PERO COMO NO HAY CAMBIO DE MEDIO PUEDE USAR LA LONG. GEOMÉTRICAS.)

EN ESE CASO, LA POSIC. DE LOS MÁXIMOS Y MÍNIMOS ESTADIA POR:

$$x_{\text{máx } m} = \frac{m \lambda L}{d}$$

$$x_{\text{mín } m} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda L}{d}$$

Resp.
en la
EOL,
GRL

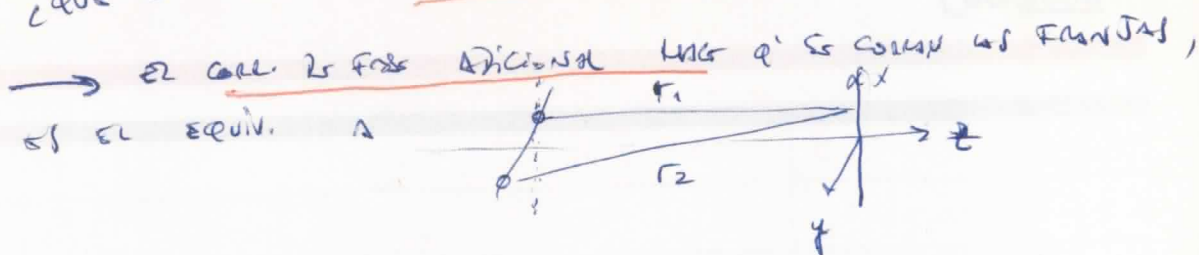
EN PUNT. , EN $x=0$ hay un máximo, rodeado de 2 mínimos
EQUIDISTANTES, y esto se repite cada una interfranja de

$$\Delta x = \frac{\lambda L}{d}$$

TANTO P/LOS MÁX., COMO PARA LOS MÍNIMOS.

¿QUÉ OCURRE SI LAS FUENTES ESTÁN DESFAZADAS?

66



CADA VEZ QUE 2λ , LAS FRONTERAS (QUE SON EL CAMINO DE LAS HIPERBOLAS) SEAN $\approx$ PARES A LOS NÚM. DE λ , SE PUEDE EN Δx .

LA EXPRESIÓN COMPLETA DE LA INTENSIDAD QUEDA: $(r_1 \approx r_2 \approx L)$

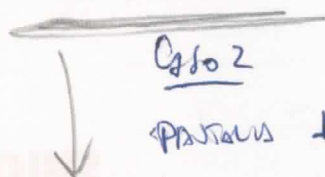
$$|E|^2 = \left(\frac{A_1}{L}\right)^2 + \left(\frac{A_2}{L}\right)^2 + \frac{2A_1A_2}{L^2} \cos\left(\frac{k \cdot x \cdot d}{L} + \phi_1 - \phi_2\right) =$$

$$\stackrel{A_1 = A_2 = A}{=} \frac{2A^2}{L^2} \left[1 + \cos\left(\frac{k \cdot x \cdot d}{L} + \phi_1 - \phi_2\right) \right] = \frac{4A^2}{L^2} \cos^2\left(\frac{k \cdot x \cdot d}{2L} + \phi_1 - \phi_2\right)$$

QUE EN LOS MÍNIMOS LLEGA A CERO Y EN LOS MÁXIMOS CONSIGUE LA INTENSIDAD DE LA FUENTE.

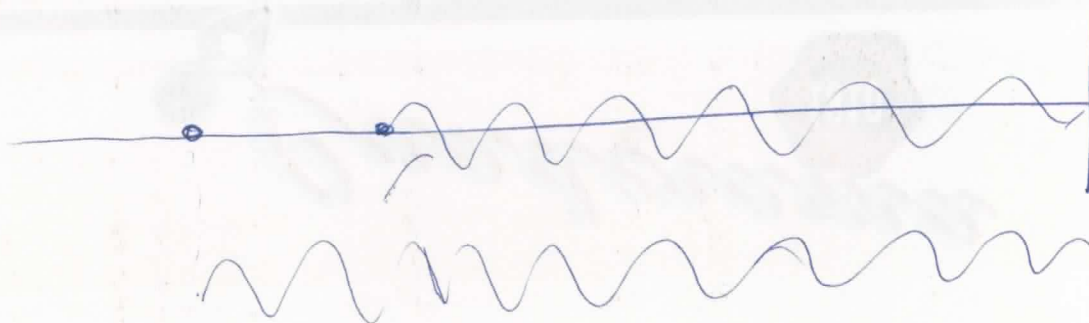
TRUCCO
DE LA
LENTE

CON UNA LENTE SE PUEDE TRANSFORMAR EL PROBLEMA, APROVECHANDO QUE USAMOS ÁNG. PEQUEÑOS, O COLOCAR LAS FUENTES EN EL FOCO DEL OBJETO Y CONVERTIR EL PROBLEMA EN INTERF. DE ONDAS PLANAS



Caso 2

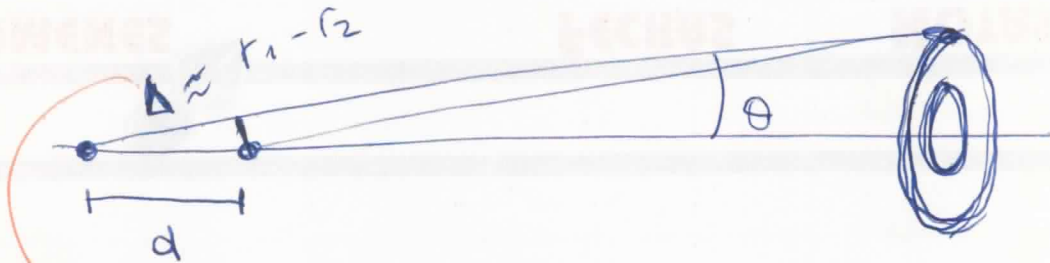
PARALELOS $\perp$ AL EJE DE LAS FUENTES



ESTE CASO
QUE ES DIF.
DE FASE
DA UNO
A MÁXIMOS
Y MÍNIMOS

El cte de sinos $\frac{\Delta}{\lambda}$ indica q' los fronteras son círculos (el cote "superior" o "inferior" de los Huygens).

Para ángulos θ .



$\Delta = d \cos \theta \rightarrow$ es la dif. de camino en función del ángulo, cuando Δ sea un nº entero de $\lambda \Rightarrow$ máximo

$\Rightarrow$ los máximos aparecen cuando ~~el camino~~

$$k \Delta + \varphi_1 - \varphi_2 = 2m\pi \quad m \in \mathbb{Z}$$

(mínimos $\varphi / (2m+1)\pi$)

$$\Rightarrow \cos \theta_m^{\max} = \frac{m\lambda}{2d} + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{kd}$$

De donde se ve q' los fronteras no están equidistantes

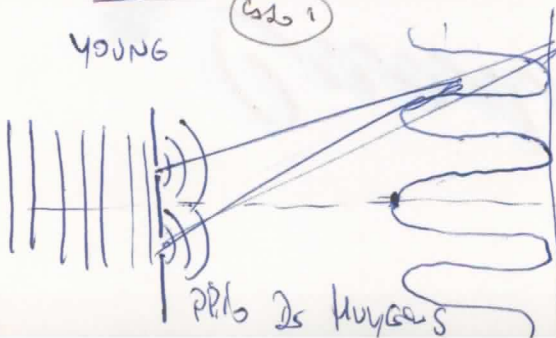
Uno tb. podría usar una lente y focalizar el patrón en el

punto focal de la lente.

EJEMPLOS

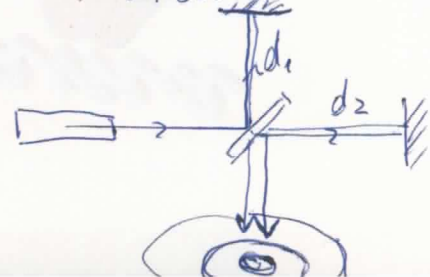
YOUNG

Caso 1



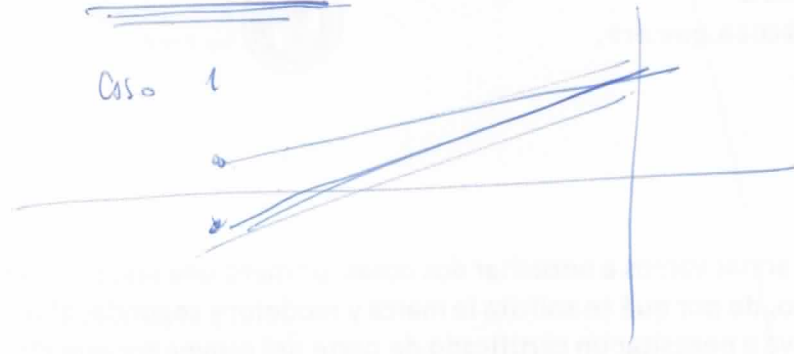
Caso 2

MICHELSON

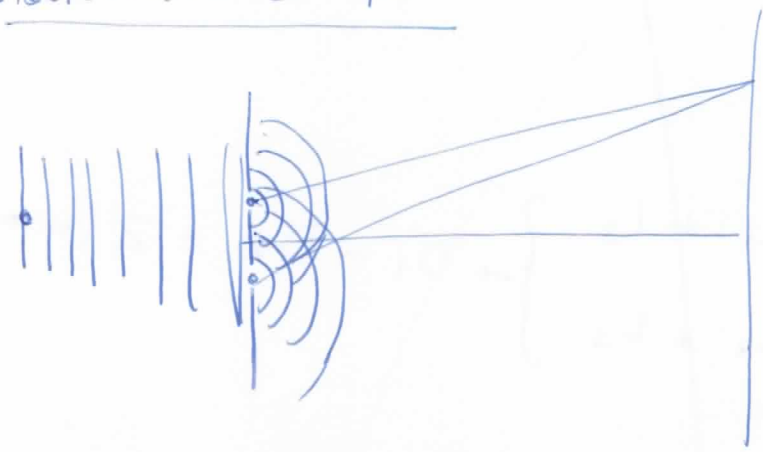


Interferómetros

Caso 1

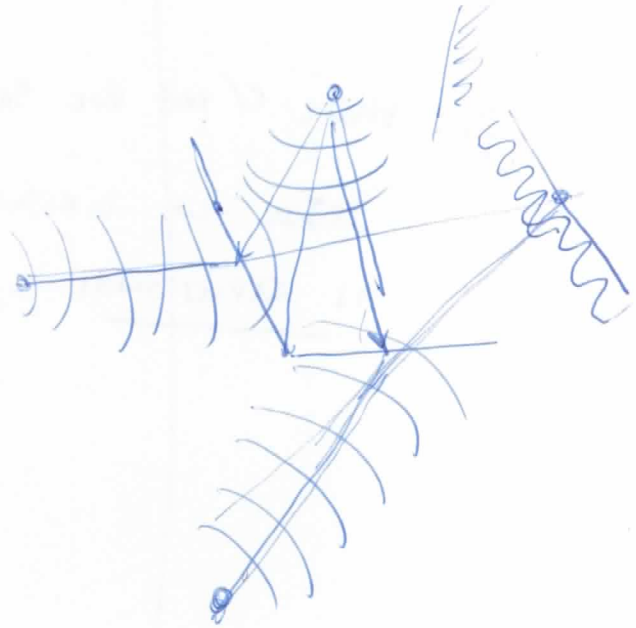


Interferómetro de Young:



Other experiments

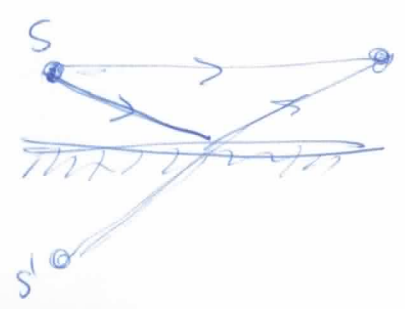
Experimento de Fournier



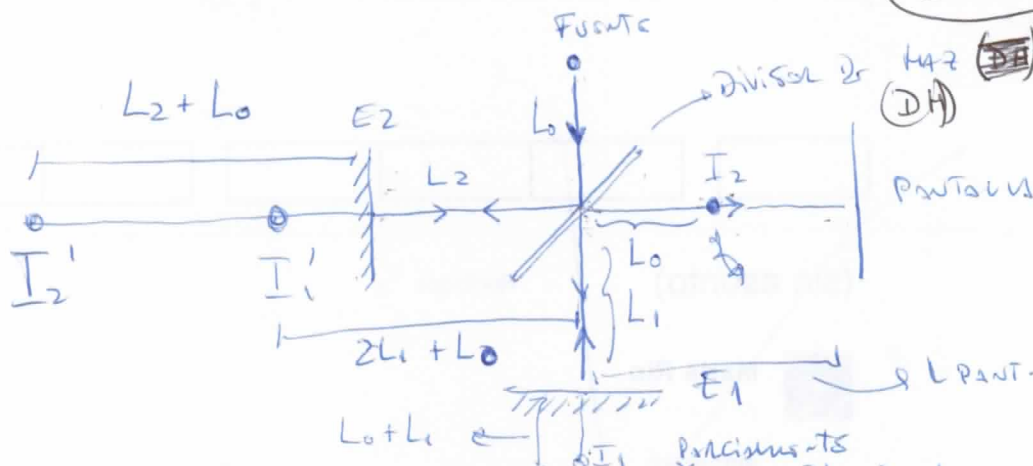
Experimento de Fournier



Experimento de Lloyd



INTERFEROMETRO DE MICHELSON



2 Colores
H42 (DH)

No se satisface así
Reconocer con
⊕ la mano y
sonar sin
poner la
Ii es mejor

② - la luz de la Fuente se refleja en el div. de luz → formando imagen I2
cuya luz se refleja en E2 y forma I2'

① - la luz de la Fuente se transmite a través del DH → formando imagen I1
cuya luz se refleja en el div. de luz y forma una imagen I1'. La luz de esta imagen se refleja en el div. de luz
H42 y forma la pantalla formando una imagen I1'

⇒ la luz prov. de I1' recorre $2L1 + L0 + L_{Pant.}$
y la prov. de I2' recorre $2L2 + L0 + L_{Pant.}$
⇒ la D.C.O. es $\Delta = 2(L1 - L2)$

Además, la fase puede cambiar en reflexión

⇒ Hay q' considerar: (st = superficie, 1 = esp. 1, 2 = esp. 2)
ondas emitidas por la fuente

$$\begin{cases} E_1 = A_{tst} r_1 r_{st}' e^{-ik(2L1 + L0)} E_F \\ E_2 = A_{rst} r_2 t_{st} e^{-ik(2L2 + L0)} E_F \end{cases}$$

r_{st} y r_{st}' pueden diferir en la fase (aunque en el DH)

Es el problema de la pantalla en la línea q' una luz fuente
pero con la fase a determinar.

o SS: No comparemos
la dif. de fase "inicial"

¿qué formas tiene sin saber los cambios de fase en la reflexión?

70

→ medir λ a partir de una fuente conocida.

Por EJ. → Si desplazamos ~~el objeto~~ uno de los efectos una dist. conocida, lo que se va a ver es q' el centro pasa de mín. a máx. de intensidad cada vez q' nos movemos una long. de onda. (Dep. de las dif. adicionales)

⇒ Puesto que λ contando ~~un~~ cont. de veces q' el máx. central "se apaga" al mover el efecto una dist. "L".

Este N° no depende de las fases (estas determinan si hay a tener un máximo o un mínimo central en la posic. inicial.) ~~no depende~~

la TB. dep. de L_1 y L_2

Si tengo una λ_1 conocida y quiero obt. otra λ_2 , puedo comparar el N° de franjas aparcadas p/la λ_1 conocida con la corresp. a la λ_2 incógnita. Entonces

$$2L = \lambda_1 M = \lambda_2 N \quad \text{y entonces} \quad \lambda_2 = \frac{\lambda_1 \cdot M}{N}$$

El error será $\Delta M = \Delta N = \pm 1$ (N es franjas)

$$\Rightarrow (\Delta \lambda_2)^2 = \left(\frac{1}{N}\right)^2 \lambda_1^2 (\Delta M)^2 + \left(\frac{M}{N^2}\right)^2 \lambda_1^2 (\Delta N)^2 =$$

$$= \lambda_1^2 \left(\frac{1}{N^2} + \frac{M^2}{N^4} \right) = \frac{M^2 \lambda_1^2}{N^2} \left(\frac{1}{M^2} + \frac{1}{N^2} \right) =$$

$$= \lambda_2^2 \left(\left(\frac{\lambda_1}{2L}\right)^2 + \left(\frac{\lambda_2}{2L}\right)^2 \right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta \lambda_2}{\lambda_2} \right)^2 = \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}{(2L)^2} \longrightarrow \text{se reduce con } L$$

En func. de $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\Delta k^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda^2}\right)^2 \cdot (\Delta \lambda)^2 = \frac{2\pi}{\lambda^2} \left(\frac{\Delta \lambda}{\lambda}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{(\Delta k)^2}{k^2} = \frac{\left(\frac{2\pi}{k_1}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{k_2}\right)^2}{(2L)^2} = \frac{(2\pi)^2}{2L^2} \cdot \left[\left(\frac{1}{k_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{k_2}\right)^2 \right]$$

$\approx 2 \times \frac{1}{k^2}$

$$\Rightarrow \Delta k \cdot L \approx (2\pi)^k$$

Este result. es común a todos los Interf., Volúmenes + Adyacentes.

También puede escribir una L incógnita, sabiendo λ , es
 eso es $L = M \lambda$ $\rightarrow$ Netal q' lo preciso es de 1
 $\downarrow$
 $N = \#$ Frontes q' pasan $\left\{ \begin{array}{l} \text{long. de onda en paralelo} \end{array} \right.$

Incremento con ondas Planas

Si incidir en ondas Planas se obs. Planos de Interf.

y de nuevo tendríamos una sucesión de máx-y-mín. al mover algún elemento, pero si se desliza ligeramente alguno de los efectos

$\Rightarrow$ Frontes de interf. de ondas Planas $\neq$ Discreto.

Visibilidad de las Fuentes y Coherencia

72

Nastro Aperto $\rightarrow$ FTE. monocromática. $\rightarrow$ NSC. $A = \text{cte}$ y Fase TB

$\rightarrow$ No realizables en GALE.

¿Q' pasa si hay un cont. & Frec.? $\rightarrow$ Si es dif. si "cruza" $\Rightarrow$ Batido

Si difieren mucho, el batido parecerá a cero y las fuentes

No interfieren $\rightarrow$ se suman las intensidades

$\rightarrow$ si uso una fuente con muchas ω_i en un intervalo $\Delta\omega$

$I_i = I(\omega_i)$ son el resultado de la interf. de las 2 réplicas de esa Frec.

$\Rightarrow$ $\omega_i \neq$ Patrones de int., uno p/cada Frec. $\rightarrow$ pequeños

$$\Rightarrow I_i = I_{i0} \left[1 + \cos \left(\underbrace{2k_i \Delta L}_{2\Delta L \equiv \text{dif. de camino}} + \Delta\phi_i \right) \right]$$

esto prob. es como
los son réplicas

(no "interfieren" sin
las fuentes)
 $\rightarrow$ REPETICIONES

val se
result. p/onda
planas, con $k_z = 0$

t de tránsito en la dif. de
camino.

$$2k_i \Delta L = \frac{\omega_i}{c} 2\Delta L = \omega_i \frac{2\Delta L}{c} = \omega_i \tau_0$$

la int.
total
es

$$\Rightarrow I = \sum_i I_i = \sum_i I_{i0} + \sum_i I_{i0} \cos \left(\frac{\omega_i \tau_0}{c} + \Delta\phi_i \right)$$

el gran espectro de ondas

int.
incidente

Tiene Frecuencia
Representación en columna
Espectro de Frecuencia

$\rightarrow$ Vinos q' por Fourier
(Proceder considerando por
N ondas)

$$\Delta\omega \cdot \tau_0 \approx 2\pi$$

Ancho
de banda

Varie. en ω de t de tránsito
 $\rightarrow$ Nos va a dar el t de
visibilidad. (dif. $\rightarrow$ dif. de

$\Rightarrow$ Cuanto más mucha la Distrib. ~~mas~~ ^{MAS} ~~menos~~ ^{ALGO} ~~menos~~ ^{SE} ~~menos~~ ^{SE}
o t de visibilidad. $\Rightarrow$ es menor $\Delta\omega < 1$

($t < \Delta t \Rightarrow$ no hay dif. de intensidad apreciable)

Δt ES EL TIEMPO DE COHERENCIA DE UNA FUENTE (es como un paquete de Δt) [73]

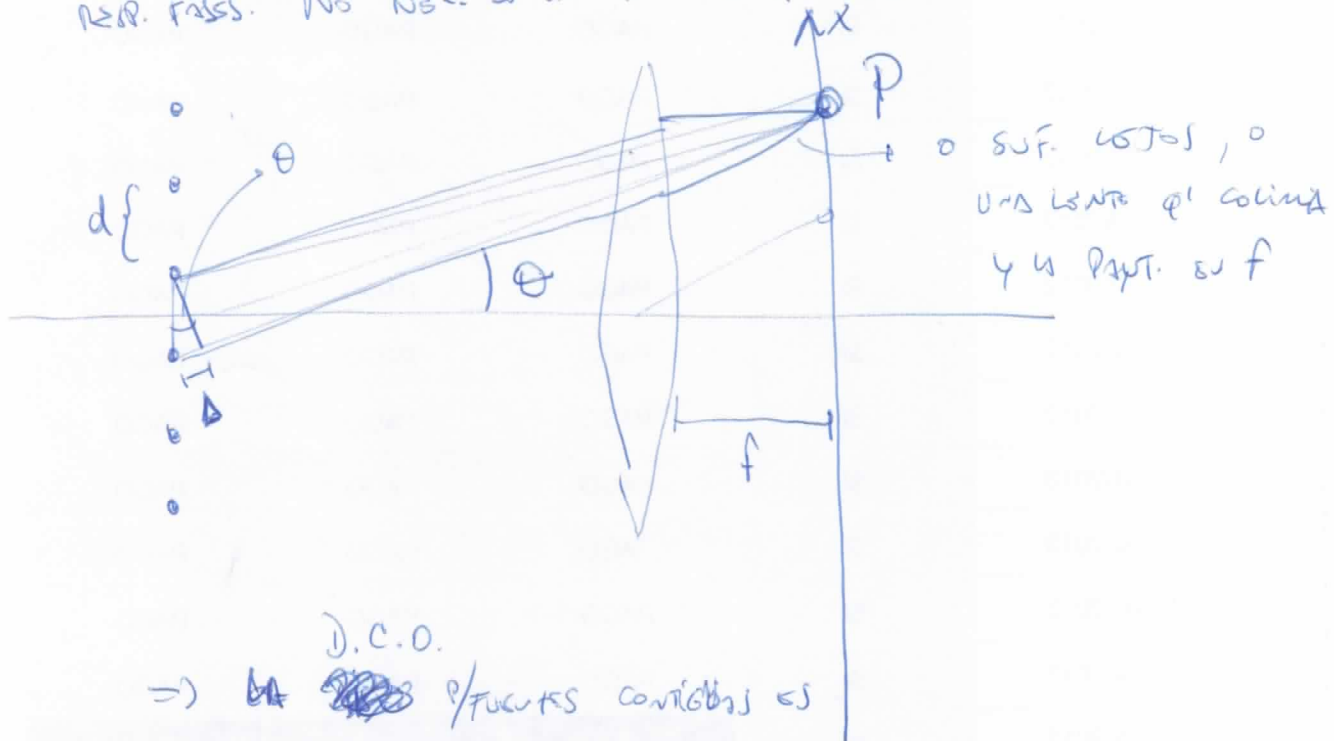
y la distancia de recorreo en luz es ese tiempo es la misma longitud.

La coherencia, $\rightarrow$ una fórmula veraz es $\rightarrow$ dist. entre el máx.

central (todas las colores) y el máx. en el cual los colores se dispersan

INTERF. entre N Fuentes puntuales

El patrón tendrá estructura + compleja, por 2 fuentes pueden interf. destruct. entre sí, pero construct. con otras, etc, según las resp. fases. No nec. $\exists$ un punto en el que todas tengan la misma fase.



$$\Delta = d \sin \theta \Rightarrow \phi_0 = k d \sin \theta$$

p/ra fuente m (con $m = 0, \dots, N-1$) el desfase es

$$\Rightarrow \phi_m = m k d \sin \theta = m \phi_0$$

$k(L_{cam} + d \sin \theta)$
 $\downarrow$
 camino de la luz

$$E_P = \sum_{i=0}^{N-1} A e^{i(\omega t - k(L_{cam} + d \sin \theta + \phi_i))}$$

$\Rightarrow$ el campo en el punto "P" es:

$$\Rightarrow E_P = e^{i(\omega t - k L_{cam})} \sum_{i=0}^{N-1} e^{-i m \phi_0}$$

Diferencia y suma: $\sum_{i=0}^{N-1} e^{-i m \phi_0} = \sum_{i=0}^{N-1} (e^{-i \phi_0})^m$

si $|e^{-i \phi_0}| < 1 \Rightarrow$ $= \frac{e^{-i \phi_0 N} - 1}{e^{-i \phi_0} - 1} =$

$\phi_0 > 0 \checkmark$

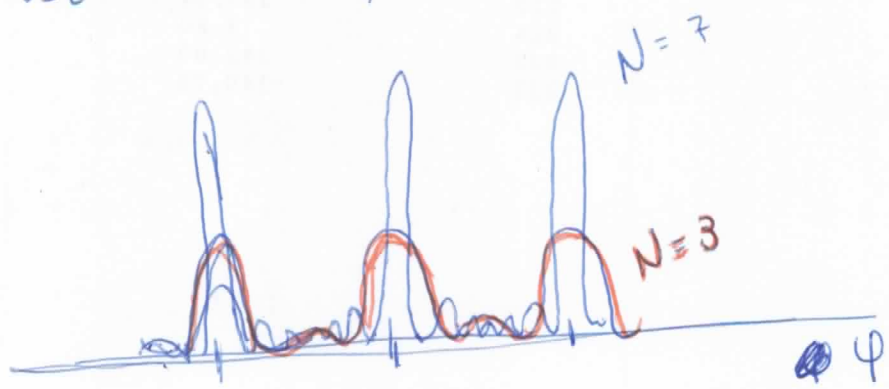
$= \frac{e^{-i \frac{\phi_0 N}{2}}}{e^{-i \frac{\phi_0}{2}}} \cdot \frac{e^{-i \phi_0 \frac{N}{2}} - e^{i \phi_0 \frac{N}{2}}}{e^{-i \phi_0/2} - e^{i \phi_0/2}}$

De aquí y de aquí

$\Rightarrow E_p = A e^{i \phi_{centro}} \cdot \frac{\text{sen}(\phi_0 N/2)}{\text{sen}(\phi_0/2)}$

$\Rightarrow I = A^2 \frac{\text{sen}^2(\phi_0 N/2)}{\text{sen}^2(\phi_0/2)}$

ver matemática p/184



A mayor N
Se agostan los picos
principales y aparecen +
pico secundarios.

Así es periódico en ϕ_0 con $\phi' = \phi_0$ vale π es

intensidad se repite.

(Denominador con periodo π y num. con periodo $N \cdot \pi$)

los máx. ocurren cuando se suma el numerador y el denominador

Tal forma que el coc. de senos $\rightarrow N$

$$\Rightarrow |E_p|^2 = A^2 \lim_{\phi_0 \rightarrow 0} \frac{\sin^2(\phi_0 N/2)}{\sin^2(\phi_0/2)} = A^2 N^2$$

(los mín. surgen cuando se suma el num. y no el denominador.)

esto ocurre cuando $\frac{\phi_0}{2} = \frac{k d \sin \theta}{2} = m \pi$

$d \sin \theta = m \lambda$

o sea, cuando la dif. de fase sea múlt. enteros de λ ✓

$m \equiv$ orden del pico de interferencia

Como antes, la intensidad crece con N^2 (cond. de el no de fuentes)
p/ora. el ancho busca los mínimos.
El 1º mínimo ocurre cuando $\frac{\phi_0 N}{2} = \pi$ o $\frac{d \sin \theta}{\lambda} = \frac{\pi}{k N d} = \frac{2\pi}{k N d}$

Como $\phi_0 \propto \sin \theta \Rightarrow$ esta dist. es N veces menor q' la "dist." entre mínimos. $\rightarrow$ El 1º máx. ocurre $\sin \theta_{\text{máx}} = \frac{\lambda}{d} = \frac{2\pi}{k d}$

$\Rightarrow$ Al poner + fuentes la int. crece cuadráticamente y el ancho decrece inversamente

$\rightarrow$ Responde, pues la energía integrada en el pico debe crecer con N
(bI)

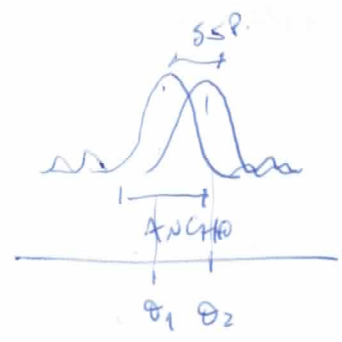
Notemos que $-1 < \sin \theta < 1 \Rightarrow -\frac{d}{\lambda} \leq m \leq \frac{d}{\lambda}$

$\Rightarrow$ La máx. dif. de D.C.O. es la separación entre fuertes ($\theta = \theta_0$)
(obvio porque es $d \sin \theta = m \lambda$)

Como la posic. angular es máx. ~~depende~~ depende de λ , estos
sistemas pueden utilizarse y determinar los λ presentes en una fuente
de luz $\rightarrow$ ESPECTRÓMETRO.

el mayor poder diferencial pica corresp. a $\neq \lambda$

$\rightarrow$ Juego entre la separación y el ancho:



$\rightarrow \sin \theta_1 - \sin \theta_2 = m \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)}{d} \otimes$

con la dist. en 1^o m^o el ancho es $\Delta(\sin \theta) = \frac{\lambda}{Nd}$

Para poder resolver el pico nec. q' ese ancho sea menor q' la dif.

De us d según $\otimes$

$\Rightarrow \frac{\lambda}{Nd} < m \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{d} \Rightarrow \frac{1}{Nm} < \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$

el error bast. gr. de no
de fuertes y de orden

$\rightarrow$ es más fácil resolver a
órdenes mayores

$\rightarrow$ se separa más.

Div. por λ

$$\Rightarrow \frac{1}{N m \lambda} < \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2} = \left| \frac{\Delta k}{2\pi} \right|$$



D.C.O. entre la 1ª y la última fuente

(estas consecutivas es $m\lambda$)
p/obs. un máximo

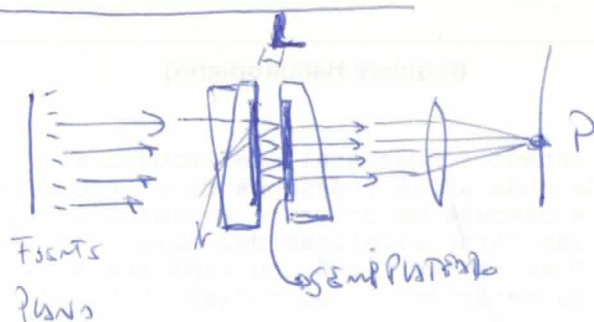
→ lo mismo ΔL

y obt.

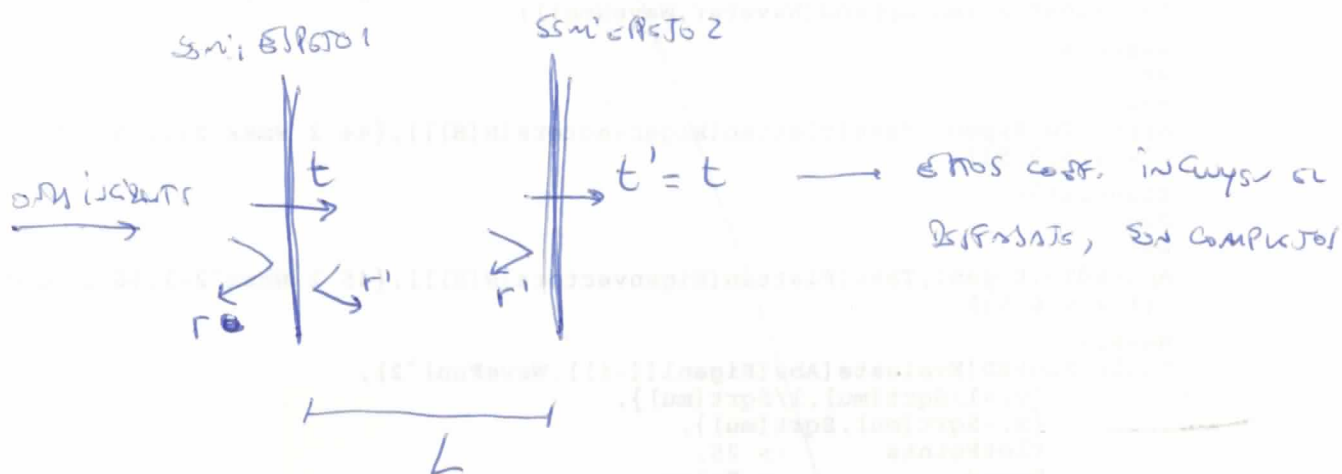
$$\Delta L \cdot \Delta k > 2\pi$$

que nos dice que la máxima D.C.O. es quien determina
la resolución en k → Resolución espectral.

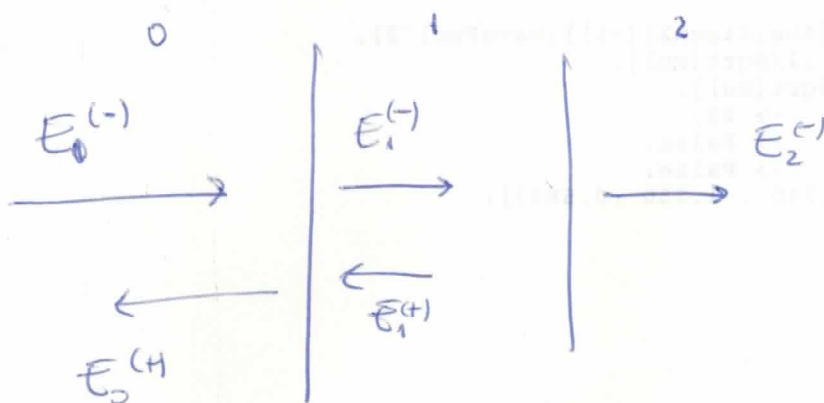
INTERFERENCIA 25 Farley - Perot



ESQUEMATISMOS



is essential SM' condition for 5 only e' is essential for 4th case



Estudiar el efecto de la reflexión

=> Total Power

$$\begin{aligned}
 E_0(-) &= A e^{i(\omega t - kz)} \\
 E_1(-) &= B e^{i(\omega t - kz)} \\
 E_2(-) &= C e^{i(\omega t - kz)} \\
 E_0(+) &= A' e^{i(\omega t + kz)} \\
 E_1(+) &= B' e^{i(\omega t + kz)}
 \end{aligned}$$

A, A', B, B', C son constantes y surge de las cond.

[78]

de contorno.

Una forma de verlo es a partir de las ondas emitidas en el efecto 1.
El efecto 1 emite 2 ondas

$$\begin{array}{l} \rightarrow E_0^{(+)} \\ \searrow E_1^{(-)} \end{array}$$

Estas ondas se relacionan con las incidentes en el efecto 2

$$\begin{array}{l} \nearrow E_1^{(+)} \\ \nwarrow E_0^{(-)} \end{array}$$

Las sig. matrices $\rightarrow$ Pasa a' las ondas q' "salen" de el efecto
se origina por las q' "entran" en el mismo

$$E_1^{(+)}(z=0) = t E_0^{(-)}(0) + r' E_1^{(+)}(0)$$

$E_1^{(+)}$ es la transmitida
de la superpos. entre
lo q' se transmite de $E_0^{(-)}$
y lo que se refleja (dentro)
de $E_1^{(+)}$

Simil

$$E_0^{(+)}(z=0) = r E_0^{(-)}(0) + t E_1^{(+)}(0)$$

Podría juntar
estos 2 en
una sola
así quedo
+ caso

de forma similar, en el efecto 2: (en $z=L$)

$$E_2^{(-)}(L) = t E_1^{(-)}(L)$$

$$E_1^{(+)}(L) = r' E_1^{(-)}(L)$$

lo que nos queda :

$$① \quad B = tA + r'B'$$

$$② \quad A' = rA + tB'$$

$$③ \quad B'e^{ikL} = r'Be^{-ikL}$$

$$④ \quad C e^{-ikL} = tB e^{-ikL}$$

Suponemos $A \equiv \text{Dato}$ (onda incidente) $\Rightarrow$ tenemos 4 ec. y 4 inc.

con ① y ② $\rightarrow B = tA + r'^2 B e^{-2ikL}$

$$\Rightarrow B = \frac{tA}{1 - r'^2 e^{-2ikL}}$$

$\Rightarrow$ con ③ $\rightarrow B' = \frac{r'tA e^{-2ikL}}{1 - r'^2 e^{-2ikL}}$

y con ④ $\rightarrow C = \frac{t^2 A e^{-2ikL}}{1 - r'^2 e^{-2ikL}}$

Si consideramos ~~la transmisión~~ la interferencia de onda reflejada como onda total (T) :

$$T \equiv \frac{|C|^2}{|A|^2} = \frac{|t|^4}{|1 - r'^2 e^{-2ikL}|^2}$$

los escribo como complejos $\rightarrow$
 $r = r' = r_0 e^{i\alpha}$
 $t = t_0 e^{i\beta}$

$$\Rightarrow T = \frac{t_0^4}{(1 - r_0^2 e^{2i\alpha} e^{-2ikL}) (1 - r_0^2 e^{-2i\alpha} e^{2ikL})} =$$

$|e^{i\phi}| = 1$

$$= \frac{t_0^4}{(1 - r_0^2 e^{-i\phi}) (1 - r_0^2 e^{i\phi})} = \frac{t_0^4}{[1 + 2r_0^2 \cos\phi + r_0^4]}$$

Si suponemos q' la TRANSMISION + REFLEXION en un único espacio se

CONSERVA $\Rightarrow r_0^2 + t_0^2 = 1 \Rightarrow t_0^2 = 1 - r_0^2$

$$\Rightarrow T = \frac{(1 - r_0^2)^2}{[(1 - r_0^2)^2 + 2r_0^2(1 - \cos\phi)]} = \frac{1}{1 + \frac{4r_0^2}{(1 - r_0^2)^2} \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)}$$

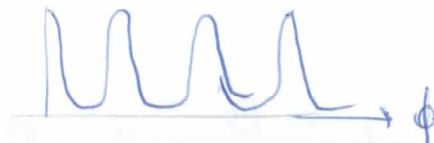
CONDICIONES

$2 \sin^2 \frac{\phi}{2}$

MÁS COMPLETO

$$T = \frac{1}{1 + F \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)}$$

DEVIACIONES PERIÓDICAS EN ϕ



$T=1$ cuando se anula el seno, o sea cuando

$$\frac{\phi}{2} = m\pi \rightarrow kL - \alpha = m\pi$$

Maximos

$$L = m \frac{\lambda}{2} - \frac{\alpha}{2\pi}$$

Se repite un máximo cada vez q' la longitud se incrementa en medio λ (aunque no conozco el otro es cierto)

→ Comentar simetría circuitos ~~pero~~ pero sólo miramos en 80

F depende de los coef de (Transmisión y) Reflexión de los efectos. Cuanto mayor sea $F(r_0) \Rightarrow$ más aumentan serán los máx. de interf.

Espesores como Fabry - Perot

T.B. se puede pensar ϕ se interc. con ondas λ y se interfr. identificables o diferenciables. (ϕ sea ϕ Varía con λ)

ϕ dep. de λ (de k) $\Rightarrow$ para $\neq \lambda$ voy a obs. máximas

Distancia L Fija

$$k = \frac{m\pi + \alpha}{L} \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{m\pi + \alpha}{L}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{2\pi L}{m\pi + \alpha}$$

Digamos ϕ se ven dos máx. consecutivos (m y $m+1$)

para 2 long. de onda λ_1 y λ_2

$\Rightarrow$ como ϕ satis cumple la ec. de series $\Rightarrow$ $m\lambda_1 = (m+1)\lambda_2$
(Todas las ondas se ignoran y sup. m "Grades")
(m no produce ϕ si no se van ignorando λ)

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2 = \frac{(m+1)\lambda_2}{m} - \lambda_2 = \frac{m\lambda_2}{m} + \frac{\lambda_2}{m} - \lambda_2 = \frac{\lambda_2}{m}$$

$\Rightarrow \Delta\lambda$ decrece al aumentar m
 $\hookrightarrow$ (se van acercando al espectro.)

ok m
Grades

Para m grande

$$\lambda \approx \frac{2\pi c}{m\pi + \alpha} \approx \frac{2\pi L}{m\pi} = \frac{2L}{m}$$

$$\Rightarrow m \approx \frac{2L}{\lambda} \Rightarrow m \text{ es grande para } L \text{ grande (a } \lambda \text{ fija)}$$

Esto es razonable ya que así los λ están más separados.

• Por otro lado, la resolución es buena si los picos son angostos.

Esto ocurre si $F \gg 1$, lo que corresponde a espejos

con alta reflectividad. (ver gráficos en el libro de Maxima)

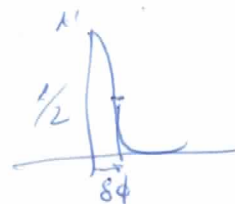
Digo,
a long
fista,
m grande
implica
que la
interferencia
es grande

Para estimar la resolución, podemos analizar cuando la amplitud

T sea la mitad del máximo $\rightarrow \frac{1}{2}$

En este caso

$$F \sin^2 \frac{\phi}{2} = 1$$



Como todos los picos son iguales, podemos ignorar cerca del pico

en $\phi = 0$, $\Rightarrow \sin \frac{\delta\phi}{2} \approx \frac{\delta\phi}{2} \Rightarrow F \cdot \left(\frac{\delta\phi}{2}\right)^2 = 1$ o $\delta\phi = \frac{2}{\sqrt{F}}$

• en función de $k \rightarrow 2L \delta k = \frac{2}{\sqrt{F}}$ ($\phi \propto 2kL + \text{algo cte}$)

• Si q' ~~es muy pequeña~~ la resolución ~~espectral~~ ^{mejora} ~~se~~ ^{se} ~~mejora~~ ^{mejora} $\sqrt{F}$ (q' es la reflectividad)

Ojo: No es necesario que $q' < 1$ pues si no
no hay que transmitir y todo ~~se~~ ^{se} ~~dispara~~ ^{dispara}.