Problema adicional (guía 4)

Considere una onda transversal $\vec{\psi}(z,t)$ de frecuencia ω que se propaga en la dirección $\hat{z}$. Las componentes ψ_x y ψ_y de la onda tienen amplitud arbitraria, y una diferencia de fase entre ambas $\Delta\varphi$.

(a) Estudie la oscilación en el plano $z = 0$ a lo largo del tiempo. Para ello, grafique el lugar geométrico de $\vec{\psi}(0,t)$ cuando $\Delta\psi = \pm\pi$. ¿Qué lugar geométrico describe? Haga lo mismo para el caso $\Delta\psi = \pm\pi/2$. Indique entonces qué significa que una onda sea linealmente polarizada o elípticamente polarizada.

(b) Realice la misma construcción del lugar geométrico para valores de $\Delta\varphi = \pi/6, \pi/4, \pi/3$. Puede asistirse con Python u otra herramienta computacional.

(c) Realice el mismo análisis de los puntos anterior para el caso $\vec{\psi}(z,0)$.

(d) Analice la dirección con que se recorre el lugar geométrico del punto (a) según sea el caso $\Delta\varphi > 0$ o $\Delta\varphi < 0$. Asocie cada recorrido con un giro "positivo" o "negativo", respectivamente.

(e) Muestre que cualquiera sean las amplitudes de ψ_{0x}, ψ_{0y}, y su diferencia de fase $\Delta\varphi$, siempre es posible escribir

$$\frac{\psi_x^2}{\psi_{0x}^2} + \frac{\psi_y x^2}{\psi_{0y}^2} - 2\,\frac{\psi_x\psi_y}{\psi_{0x}\psi_{0y}}\,\cos\Delta\varphi = \operatorname{sen}^2\Delta\varphi \tag{1}$$

que corresponde al lugar geométrico de una elipse rotada (para $\operatorname{sen}^2\Delta\varphi$ no nulo).

(f) Calcule la energía media transportada por $\vec{\psi}(z,t)$. Recuerde que

$$\langle|\vec{\psi}|^2\rangle = \frac{1}{2}\,\Re e\Big(\vec{\psi}\cdot\vec{\psi}^*\Big) \tag{2}$$