

## Parámetros de ondas viajeras

1. Verifique si las siguientes expresiones matemáticas cumplen la ecuación de ondas clásica unidimensional. Grafique las funciones dadas.

a)  $\psi(x, t) = Ae^{-\lambda(x-vt)^2}$

b)  $\psi(x, t) = \beta(x + vt)$

c)  $\psi(x, t) = A \sin[k(x - vt)]$

d)  $\psi(x, t) = B \sin^2(kx - \omega t)$

e)  $\psi(x, t) = C \cos(kx) \sin(\omega t)$

f)  $\psi(x, t) = De^{i(kx - \omega t)}$

2. Una onda se propaga en una cuerda produciendo una oscilación transversal dada por:

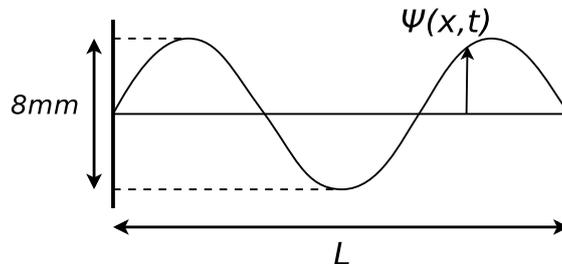
$$\psi(x, t) = 0.1 \text{ m sen}(\pi \text{ m}^{-1}x - 4\pi \text{ s}^{-1}t)$$

Determine:

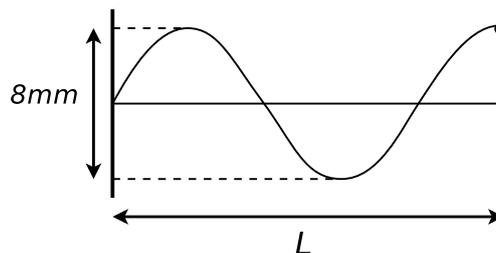
- a) la amplitud de la onda;
- b) su frecuencia de oscilación;
- c) su velocidad de propagación;
- d) el desplazamiento, velocidad y aceleración del segmento de cuerda ubicado en  $x = 2 \text{ m}$  en el tiempo  $t = 1 \text{ s}$ .
3. Considere una onda transversal que se propaga a lo largo de la dirección  $x$ , con frecuencia angular  $\omega = 10 \text{ s}^{-1}$  y número de onda  $k = 100 \text{ m}^{-1}$ . En  $x_1 = 1 \text{ km}$  y  $t_1 = 1 \text{ s}$  la fase de la onda es  $\phi = \frac{3\pi}{2}$ .
- a) ¿Cuál es la fase en la posición  $x_1$  para tiempo  $t = 0$ ?
- b) Considerando que  $\phi(x, t) = kx - \omega t + \phi_0$ , ¿cuánto vale  $\phi_0$ ?
- c) ¿A qué velocidad se propaga la onda?
- d) ¿Cuánto tiempo tarda un frente de onda para viajar desde  $x_1$  hacia  $x_2 = 2x_1$ ?
4. Una cuerda de densidad lineal  $\mu = 0.005 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$  se tensa con una fuerza de  $0.25 \text{ N}$ . Un extremo de la cuerda se desplaza transversalmente (mediante la aplicación de una fuerza externa), siendo la distancia entre los desplazamientos extremos igual a  $0.4 \text{ m}$ , y el tiempo que tarda en recorrer dicha distancia igual a  $0.25 \text{ s}$ . Encontrar:
- a) La velocidad de la onda generada en la cuerda, su frecuencia y su longitud de onda.
- b) La expresión matemática para el desplazamiento  $\psi(x, t)$ .
- c) La energía cinética media por unidad de longitud, para una partícula del medio.
- d) La energía potencial media por unidad de longitud, para la misma partícula.

## Superposición de ondas viajeras

5. Una cuerda de longitud  $L = 0.6\text{m}$ , fija en sus dos extremos, oscila en uno de sus modos normales, tal como muestra la figura. La velocidad de propagación de las ondas en dicha cuerda es  $v = 80 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . La máxima amplitud pico a pico es  $8\text{mm}$ .



- a) Escribir  $\psi(x,t)$ , sabiendo que  $\psi(x,0) = 0 \forall x$ , y que  $\dot{\psi}(L/2,0) > 0$ .
- b) Hallar ondas viajeras  $\psi_{\text{der}}$  y  $\psi_{\text{izq}}$  tales que  $\psi(x,t)$  sea una combinación lineal de éstas.
6. Una cuerda de longitud  $L = 1\text{m}$ , con un extremo fijo y uno libre, oscila en uno de sus modos normales, tal como muestra la figura. La velocidad de propagación de las ondas en dicha cuerda es  $v = 80 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . La máxima amplitud pico a pico es  $8\text{mm}$ , siendo  $\psi(L,0) > 0$ .

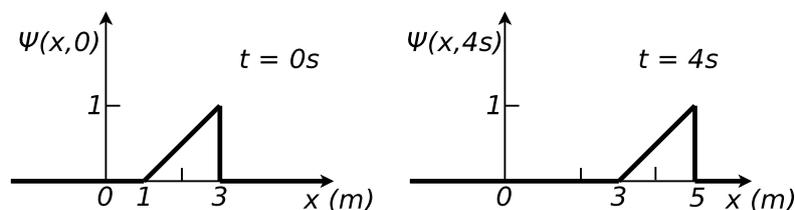


- a) Resolver, para esta situación, todo lo pedido en el problema anterior.
- b) Si ahora la cuerda está oscilando en un modo normal arbitrario  $n$ , con las mismas condiciones dadas arriba, repetir (a) (expresar en función de  $n$ ).

## Condiciones iniciales

**Comentario:** Los siguientes ejercicios pueden resolverse usando la solución de D'Alembert para la ecuación de ondas<sup>link</sup>, o bien aplicando desarrollo de Fourier.

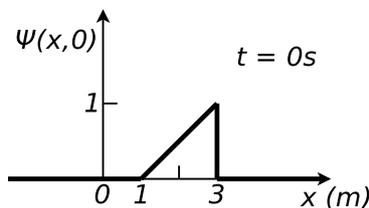
7. Se tiene una perturbación que se propaga en una cuerda infinita con velocidad  $v$ . Se toman dos "fotografías" de la perturbación, a  $t = 0\text{ s}$  y  $t = 4\text{ s}$ :



- a) ¿Cuánto vale la velocidad de propagación de la perturbación  $v$ ?
- b) Halle  $\psi(x,t)$ .

c) Calcule la velocidad transversal.

8. Se tiene una cuerda infinita. Se sabe que la velocidad de propagación de las ondas en ella es  $v = 100$  m/s (consideramos que dicha cuerda es un medio no dispersivo). A  $t = 0$  se la deforma de la manera que se indica en la figura, y se la suelta desde el reposo.

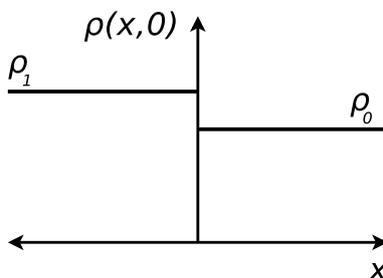


- a) Hallar  $\psi(x,t) = \psi_1(x-vt) + \psi_2(x+vt)$ . Dar explícitamente (en cada intervalo de interés) la expresión de  $\psi(x,t)$ .
- b) Comparar esta situación con la del problema anterior.
9. Se tiene una cuerda homogénea de longitud  $L$  y densidad  $\mu$ , a una tensión  $T$ , con sus dos extremos fijos ( $x = 0$  y  $x = L$ ). A  $t = 0$  se la perturba de forma tal que:

$$\psi(x,0) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < x < a \\ h \frac{x-a}{L/2-a} & \text{si } a < x < L/2 \\ h \frac{L-a-x}{L/2-a} & \text{si } L/2 < x < L-a \\ 0 & \text{si } L-a < x < L. \end{cases}$$

Se suelta la cuerda desde el reposo; considerar  $h \ll L$ .

- a) Hallar  $\psi(x,t)$  y demostrar que siempre es posible escribir esta solución como una superposición de una onda que se propaga hacia la derecha y una que se propaga hacia la izquierda.
- b) Hacer un esquema cualitativo del movimiento de la cuerda para los instantes  $t_n = n \frac{L}{8v}$ , donde  $v$  es la velocidad de propagación de las ondas en la cuerda y  $n$  es un número natural.
10. En un gas, a  $t = 0$ , se produce la perturbación indicada en la figura. Sabiendo que  $\frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_0} \ll 1$  y que el sistema parte del reposo (es decir,  $\dot{\psi}(x,0) = 0$ ), calcule  $\rho(x,t)$ .



**Sugerencia:** Puede comenzar planteando condiciones de contorno apropiadas en  $x = \pm L$  para luego pedir que  $L \rightarrow \infty$ . ¿Cómo se modifica el desarrollo de la condición inicial en una serie de modos normales al hacer esto? **Ayuda:** Tenga en cuenta la relación de dispersión.

**Datos:**  $\rho_1$ ,  $\rho_0$ ,  $v_s$  (velocidad de propagación de las ondas en el gas, a.k.a., *velocidad del sonido*).

---

## Fuentes en movimiento (optativos)

11. **Efecto Doppler:** Una fuente de sonido que emite en una frecuencia de 1000 Hz se mueve hacia la derecha a 40 m/s. Un observador, que está a la derecha de la fuente, también se mueve hacia la derecha a 20 m/s.
- ¿Cuál será la frecuencia detectada por el observador? El aire se encuentra en reposo.
  - Repita el punto anterior si hay viento hacia la derecha a 20 m/s.
  - Repita todo lo hecho si el observador se encuentra inicialmente a la izquierda de la fuente.
12. **Ondas de choque:** Un avión a retropropulsión en vuelo horizontal a 5000 m de altura pasa sobre un observador con velocidad 2.2 Mach (o sea, 2.2 veces la velocidad del sonido). Calcular:
- El ángulo formado por el frente de la onda sonora y la dirección del movimiento.
  - ¿Cuánto tiempo después de haber pasado el avión sobre el observador la onda llega a éste?
  - Si el piloto hace sonar una bocina en el instante en que pasa justo sobre el observador, ¿cuánto tiempo después escucha el observador ese sonido?