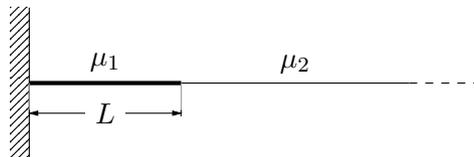


Reflexión y transmisión en cuerdas

1. Se tienen dos cuerdas semi-infinitas, de densidades lineales μ_1 y μ_2 , unidas en un punto. El sistema está sometido a una tensión constante T_0 . Sobre la primera cuerda (la de densidad μ_1) incide una onda de la forma: $\psi_1(x, t) = A_1 \cos(k_1 x - \omega t)$. Se conocen: μ_1 , μ_2 , T , ω y A_1 .



- Calcule k_1 y k_2 , es decir, los números de onda de cada lado de la unión.
 - Plantee la solución más general para $\psi(x, t)$ de cada lado de la unión.
 - ¿Qué condiciones deben verificarse en el punto de unión de las cuerdas?
 - Usando (b) y (c), calcule la perturbación $\psi(x, t)$ en cada una de las cuerdas.
 - Determine coeficientes de reflexión, R , y transmisión, T . ¿Qué sucede en el caso $\mu_2 \rightarrow \infty$? ¿Y si $\mu_1 \rightarrow \mu_2$?
2. La cuerda de la izquierda, de densidad lineal μ_1 y largo L , se encuentra fija en su extremo izquierdo a la pared, y en su extremo derecho a otra cuerda semi-infinita de densidad μ_2 . Todo el sistema se encuentra sometido a la misma tensión T_0 . Suponga que por la cuerda de densidad μ_2 incide la onda armónica $\psi_1(x, t) = A_1 e^{i(\omega t + k_2 x)}$.



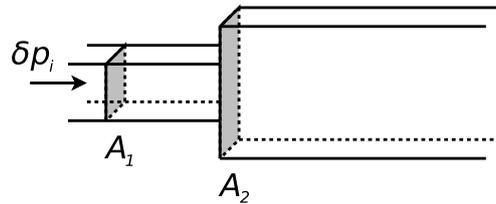
- Imponga las condiciones de contorno apropiadas y determine $\psi(x, t)$ en cada sección del sistema.
 - Halle los valores de L para los cuales hay un nodo de desplazamiento en la unión de las cuerdas.
3. Una cuerda de densidad lineal μ sometida a una tensión T_0 tiene en su centro, $x = 0$, un pequeño nudo de masa M . Cuando una onda $\psi_i(x, t) = A_i e^{i(kx - \omega t)}$ incide desde el infinito, el nudo causa que parte de la onda incidente sea reflejada, y otra parte transmitida.



- Plantee la solución más general para la onda $\psi(x, t)$ a cada lado del nudo.
- ¿Qué condiciones de empalme deben verificarse en el nudo?
- Demuestre que una condición le permite definir que $A_I + A_R = A_T$ y que la otra implica que $A_I - A_R = (1 + i \frac{M\omega^2}{kT}) A_T$, siendo A_I , A_R y A_T las amplitudes complejas para las ondas incidente, reflejada y transmitida, respectivamente.

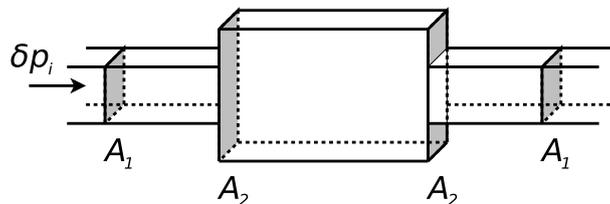
Reflexión y transmisión en ondas acústicas

4. Se tienen dos caños semi-infinitos de distinta sección y unidos, como se muestra en la figura. Una onda acústica de la forma $\delta p_I(x,t) = A_I \cos(k_1 x - \omega t)$ incide desde el primer caño hacia $x > 0$. Hallar las amplitudes de presión δp y desplazamiento ψ de las ondas reflejadas y transmitidas.



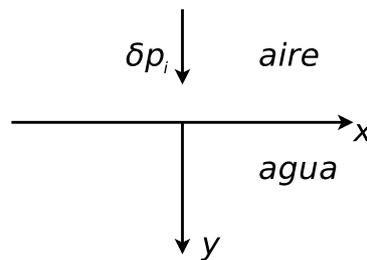
Datos: A_1 , A_2 , presión media P_0 , densidad media ρ_0 , v_s , ω , A_i . Suponer despreciables los efectos de la viscosidad.

5. Considere la siguiente configuración:



Suponga que desde la izquierda incide una onda cuya expresión es la misma del problema anterior (las secciones y el resto de los datos son los mismos también). Hallar $\delta p(x,t)$ y $\psi(x,t)$ en cada tramo.

6. Se tiene una interfase plana e infinita entre aire y agua (ver figura).

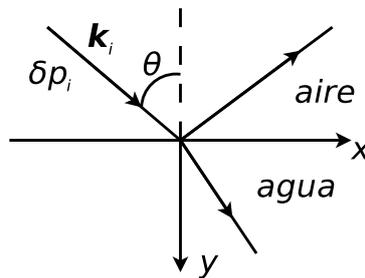


Desde el aire incide una onda acústica plana cuya dirección de propagación es normal a la interfase; se escribe $\delta p_I(y,t) = A_I \cos(k_{\text{aire}} y - \omega t)$. Hallar las ondas reflejadas y transmitidas $\delta p_R(y,t)$ y $\delta p_T(y,t)$.

7. Considere la ecuación de ondas clásica en tres dimensiones.

- Demuestre que la función $\psi(\mathbf{r},t) = A e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} \pm \omega t)}$, con $\mathbf{k} = k_x \hat{x} + k_y \hat{y} + k_z \hat{z}$ un vector constante y $\mathbf{r} = x \hat{x} + y \hat{y} + z \hat{z}$, es solución de la ecuación de ondas tridimensional. **Sugerencia:** exprese el laplaciano en coordenadas cartesianas.
- Analice el significado físico de $\psi(\mathbf{r},t)$. ¿Cómo son los frentes de onda? ¿Cuál es la relación entre el vector \mathbf{k} y los frentes de onda? ¿Hacia dónde se desplazan los frentes de onda al transcurrir t ? ¿A qué velocidad?

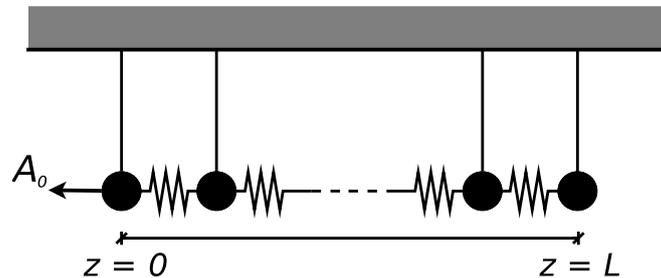
- c) Rehaga el problema anterior suponiendo que la onda incidente (desde el aire) forma un ángulo θ con la normal a la interfase (ver figura).



Por lo tanto la onda de presión incidente se escribe, si usamos notación compleja: $\delta p_I(\mathbf{r}, t) = A_I e^{i(\mathbf{k}_I \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$, siendo $\mathbf{k}_I = \frac{\omega}{v_s} (\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y})$, con v_s la velocidad del sonido en aire. Hallar la onda reflejada $\delta p_R(\mathbf{r}, t) = A_R e^{i(\mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$ y la transmitida $\delta p_T(\mathbf{r}, t) = A_T e^{i(\mathbf{k}_T \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$.

Regímenes de propagación dispersivo y reactivo

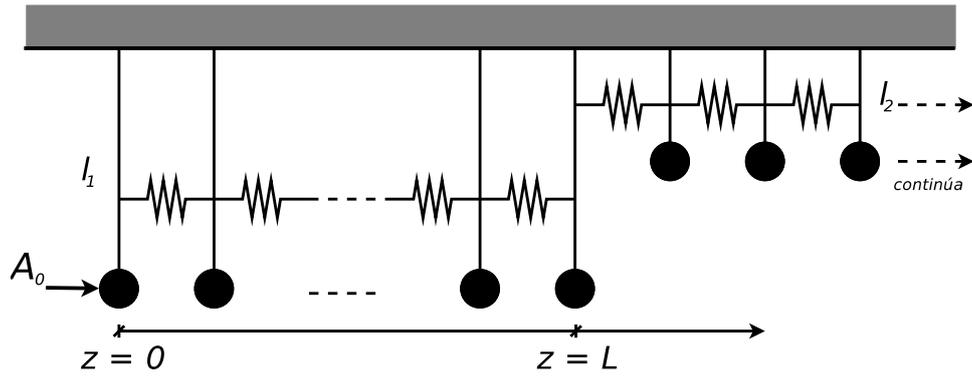
8. Considere un arreglo lineal de péndulos acoplados excitados cuyo extremo inferior está en $z = 0$ y unidos a una pared rígida en $z = L$, como se muestra en la figura.



Se aplica una fuerza externa en función del tiempo a la primera masa ($z = 0$), de forma tal que se conoce su amplitud $\psi(0, t) = A_0 \cos(\Omega t)$. Halle el movimiento estacionario del sistema y discuta las hipótesis que hace. Compare con el caso de extremo derecho fijo a una pared (o sea: agregando un resorte a la derecha de la última masa y uniéndolo a la pared).

Sugerencia: Use la aproximación continua (mediante la ecuación de Klein-Gordon) para simplificar los cálculos.

9. Considere un sistema de péndulos acoplados con un cambio brusco en ω_0^2 en $z = L$, según se esquematiza en la figura. Halle el movimiento estacionario del sistema y discuta las hipótesis que hace.



10. Para el sistema esquematizado en la figura, calcule $\psi_n(t)$, si $\Omega < \omega_{\text{mín}}$.

