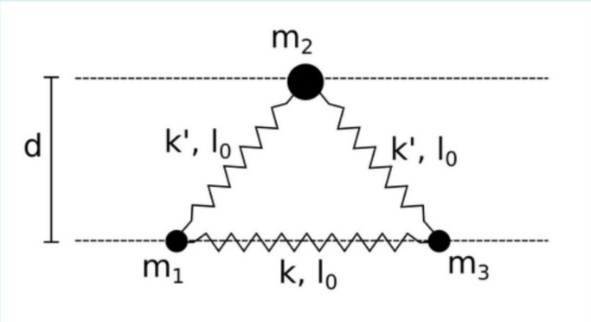
Modelo de Primer parcial - Física 2

Problema 1



En la figura se muestra el modelo de una molécula triatómica, compuesta por tres partículas de masas $m_1 = m_3 = m$ y $m_2 = M$. La constante de los resortes que unen las partículas m con la partícula M vale k', mientras que la constante del resorte que une las masas m tiene valor k . Se quiere estudiar las oscilaciones del sistema **en el eje horizontal**. La longitud natural de los 3 resortes es l_0 Datos: M , m , k , k', l_0 y d .

a) Halle las ecuaciones de Newton para cada una de las tres partículas. Indique las aproximaciones que realice. Luego, escriba las ecuaciones de movimiento en forma matricial.

b) Considere el caso en que $k = k'(1 - \frac{l_0}{d})$. Se sabe que los autovectores de los modos normales son $v_1 = (1, 1, 1)$, $v_2 = (1, -2m/M, 1)$ y $v_3 = (1, 0, -1)$ (el orden en los autovectores corresponde al orden de las masas m_1, m_2 y m_3).

c) Sin hacer ninguna cuenta, diga cuál es la frecuencia natural ω_0 del sistema asociada al primer autovector. ¿Qué movimiento está asociado a ω_0? ¿Cuál es la solución para cada masa a ω_0?

i) Halle las frecuencias naturales faltantes. Esquematice los modos hallados y escriba la forma más general posible del movimiento de las masas.

d) Se sumerge a la molécula en un medio viscoso con coeficiente de viscosidad por unidad de masa Γ. Si se le aplica a la masa de la izquierda una fuerza $F = F_0 \cos(\Omega t)$, halle la respuesta del sistema en función de Ω considerando que $M = m$. ¿Con qué frecuencia debería forzarlo para maximizar el modo de mayor frecuencia?

Integrales e identidades que pueden resultarle de utilidad

La inversa de una matriz $A \in \mathbb{R}^{2X2}$ puede calcularse como $A^{-1} = \frac{1}{det(A)} adj(A)\}$

Problema 2

Una cuerda inextensible de largo L y densidad lineal de masa μ se encuentra agarrada por uno de sus extremos a una pared y por el otro a una arandela de masa despreciable, engarzada de forma tal que los desplazamientos son sólo verticales. La cuerda está sometida a una tensión T_0.

a) Determine qué frecuencias espaciales y temporales están permitidas.
b) Dé la solución más general posible para los desplazamientos de la cuerda.
c) Con la cuerda horizontal, se le da una velocidad inicial que crece linealmente a lo largo de la cuerda hasta un valor de v_0. Hallar el desplazamiento para todo tiempo.

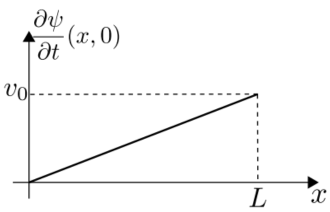
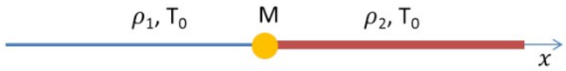


Figura 2: Problema 2

Modelo de Primer parcial - Física 2

Problema 3

Considere el sistema de dos cuerdas de la figura. La cuerda de la izquierda de denisdad ρ_1 se encuentra unida a otra cuerda semi-infinita de densidad ρ_2 mediante una partícula de masa M. Todo el sistema se encuentra sometido a tensión T_0. Suponga que desde la cuerda de densidad ρ_1 incide una onda armónica propagante cuya dependencia temporal es $e^{+i\omega t}$



I) Escriba claramente la expresión de desplazamiento en cada medio especificando la velocidad de propagación, v_1 y v_2, y el número de onda, k_1 y k_2, en cada medio.

II) ¿Qué condiciones de empalme y/o contorno deben verificarse?

III) Calcule R y T en función de los datos del problema. Escriba cada una de las funciones de desplazamiento finales.

IV) Estudie el coeficiente de reflexión R en los siguientes casos analizando los resultados que obtiene:

a) $M \to 0$. ¿Qué resultado recupera?. Determine si el defasaje de la onda reflejada es $0 \pm 2m\pi$ ó $\pi \pm 2m\pi$ según $\rho_2 >$ ó $< \rho_1$.

b) $M \to \infty$. ¿Qué representa este límite?. Determine si el defasaje de la onda reflejada es $0 \pm 2m\pi$ ó $\pi \pm 2m\pi$.

Ayuda: quizás encuentre útil recordar que $e^{i2m\pi} = 1$ y que $e^{i(2m+1)\pi} = -1$ con m entero.