Física 2 (Física) - Cátedra Ricardo Depine

Segundo Cuatrimestre de 2024

Guía 5: Interfaces Entre Diferentes Medios

Reflexión y transmisión en cuerdas

1. Se tienen dos cuerdas semi–infinitas, de densidades lineales μ_1 y μ_2, unidas en un punto. El sistema está sometido a una tensión constante T_0. Sobre la primera cuerda (la de densidad μ_1) incide una onda de la forma: $\psi_\mathrm{I}(x,t) = A_\mathrm{I}\cos(k_1 x - \omega t)$. Se conocen: μ_1, μ_2, T, ω y A_I.

   a) Calcule k_1 y k_2, es decir, los números de onda de cada lado de la unión.

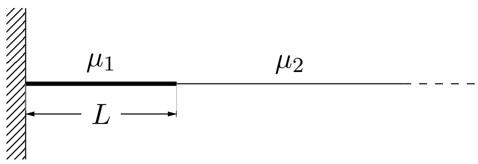
   b) Plantee la solución más general para $\psi(x,t)$ de cada lado de la unión.

   c) ¿Qué condiciones deben verificarse en el punto de unión de las cuerdas?

   d) Usando (b) y (c), calcule la perturbación $\psi(x,t)$ en cada una de las cuerdas.

   e) Determine coeficientes de reflexión, R, y transmisión, T. ¿Qué sucede en el caso $\mu_2 \to \infty$? ¿Y si $\mu_1 \to \mu_2$?

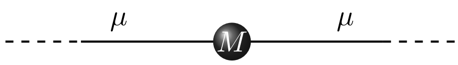
2. La cuerda de la izquierda, de densidad lineal μ_1 y largo L, se encuentra fija en su extremo izquierdo a la pared, y en su extremo derecho a otra cuerda semi-infinita de densidad μ_2. Todo el sistema se encuentra sometido a la misma tensión T_0. Suponga que por la cuerda de densidad μ_2 incide la onda armónica $\psi_\mathrm{I}(x,t) = A_\mathrm{I}\mathrm{e}^{i(\omega t + k_2 x)}$.



   a) Imponga las condiciones de contorno apropiadas y determine $\psi(x,t)$ en cada sección del sistema.

   b) Halle los valores de L para los cuales hay un nodo de desplazamiento en la unión de las cuerdas.

3. Una cuerda de densidad lineal μ sometida a una tensión T_0 tiene en su centro, $x = 0$, un pequeño nudo de masa M. Cuando una onda $\psi_i(x,t) = A_i \mathrm{e}^{i(kx-\omega t)}$ incide desde el infinito, el nudo causa que parte de la onda incidente sea reflejada, y otra parte transmitida.



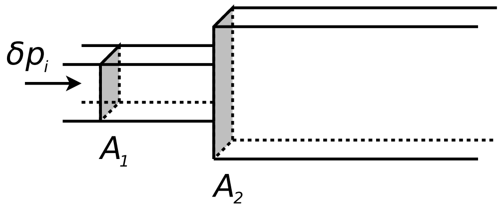
   a) Plantee la solución más general para la onda $\psi(x,t)$ a cada lado del nudo.

   b) ¿Qué condiciones de empalme deben verificarse en el nudo?

   c) Demuestre que una condición le permite definir que $A_\mathrm{I} + A_\mathrm{R} = A_\mathrm{T}$ y que la otra implica que $A_\mathrm{I} - A_\mathrm{R} = (1 + i\frac{M\omega^2}{kT})A_\mathrm{T}$, siendo A_I, A_R y A_T las amplitudes complejas para las ondas incidente, reflejada y transmitida, respectivamente.

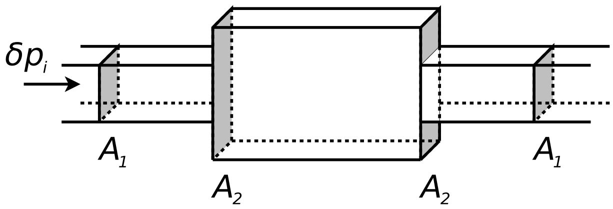
Reflexión y transmisión en ondas acústicas

4. Se tienen dos caños semi–infinitos de distinta sección y unidos, como se muestra en la figura. Una onda acústica de la forma $\delta p_{\mathrm{I}}(x,t) = A_{\mathrm{I}} \cos(k_1 x - \omega t)$ incide desde el primer caño hacia $x > 0$. Hallar las amplitudes de presión δp y desplazamiento ψ de las ondas reflejadas y transmitidas.



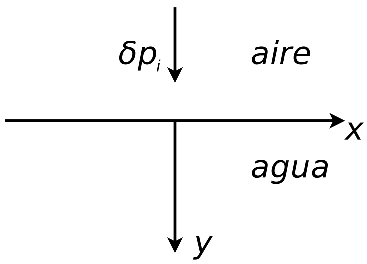
Datos: A_1, A_2, presión media P_0, densidad media ρ_0, v_{s}, ω, A_i. Suponer despreciables los efectos de la viscosidad.

5. Considere la siguiente configuración:



Suponga que desde la izquierda incide una onda cuya expresión es la misma del problema anterior (las secciones y el resto de los datos son los mismos también). Hallar $\delta p(x,t)$ y $\psi(x,t)$ en cada tramo.

6. Se tiene una interfase plana e infinita entre aire y agua (ver figura).



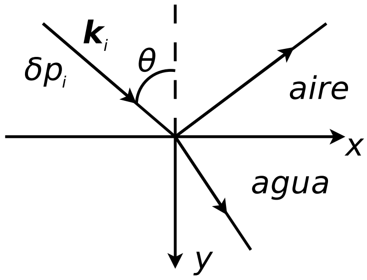
Desde el aire incide una onda acústica plana cuya dirección de propagación es normal a la interfase; se escribe $\delta p_{\mathrm{I}}(y,t) = A_{\mathrm{I}} \cos(k_{\mathrm{aire}} y - \omega t)$. Hallar las ondas reflejadas y transmitidas $\delta p_{\mathrm{R}}(y,t)$ y $\delta p_{\mathrm{T}}(y,t)$.

7. (*) Considere la ecuación de ondas clásica en tres dimensiones.

   a) Demuestre que la función $\psi(\mathbf{r},t) = A e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} \pm \omega t)}$, con $\mathbf{k} = k_x \hat{x} + k_y \hat{y} + k_z \hat{z}$ un vector constante y $\mathbf{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$, es solución de la ecuación de ondas tridimensional. **Sugerencia:** exprese el laplaciano en coordenadas cartesianas.

   b) Analice el significado físico de $\psi(\mathbf{r},t)$. ¿Cómo son los frentes de onda? ¿Cuál es la relación entre el vector $\mathbf{k}$ y los frentes de onda? ¿Hacia dónde se desplazan los frentes de onda al transcurrir t? ¿A qué velocidad?

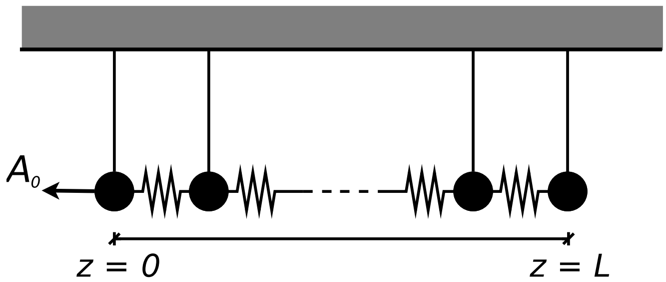
c) Rehaga el problema anterior suponiendo que la onda incidente (desde el aire) forma un ángulo θ con la normal a la interfase (ver figura).



Por lo tanto la onda de presión incidente se escribe, si usamos notación compleja: $\delta p_{\mathrm{I}}(\mathbf{r},t) = A_{\mathrm{I}} e^{i(\mathbf{k}_{\mathrm{I}}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}$, siendo $\mathbf{k}_{\mathrm{I}} = \frac{\omega}{v_{\mathrm{s}}}(\sin\theta\hat{x} + \cos\theta\hat{y})$, con v_{s} la velocidad del sonido en aire. Hallar la onda reflejada $\delta p_{\mathrm{R}}(\mathbf{r},t) = A_{\mathrm{R}} e^{i(\mathbf{k}_{\mathrm{R}}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}$ y la transmitida $\delta p_{\mathrm{T}}(\mathbf{r},t) = A_{\mathrm{T}} e^{i(\mathbf{k}_{\mathrm{T}}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}$.

Regímenes de propagación dispersivo y reactivo

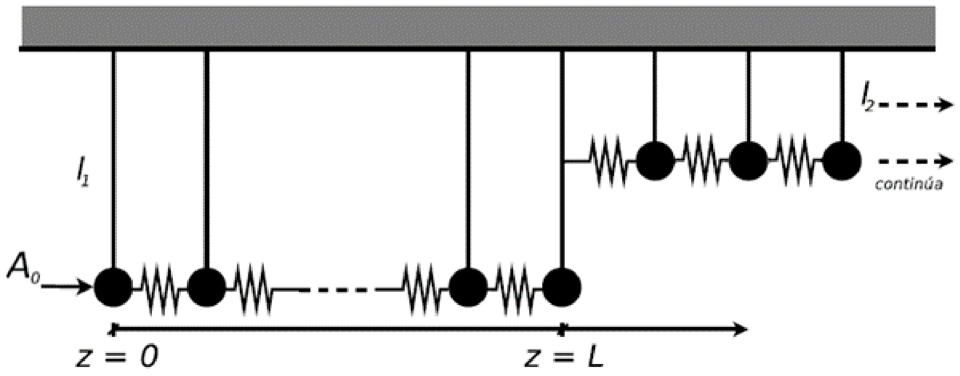
8. Considere un arreglo lineal de péndulos acoplados excitados cuyo extremo izquierdo está en $z = 0$ y cuyo extremo derecho en $z = L$ está libre, como se muestra en la figura.



Se aplica una fuerza externa en función del tiempo a la primera masa ($z = 0$), de forma tal que se conoce su amplitud $\psi(0,t) = A_0\cos(\Omega t)$. Halle el movimiento estacionario del sistema y discuta las hipótesis que hace. Compare con el caso de extremo derecho fijo a una pared (o sea: agregando un resorte a la derecha de la última masa y uniéndolo a la pared).

Sugerencia: Use la aproximación continua (mediante la ecuación de Klein-Gordon) para simplificar los cálculos.

9. Considere un sistema de péndulos acoplados con un cambio brusco en ω_0^2 en $z = L$, según se esquematiza en la figura. Halle el movimiento estacionario del sistema y discuta las hipótesis que hace.



10. Para el sistema esquematizado en la figura, calcule $\psi_n(t)$, si $\Omega < \omega_{\text{mín}}$.