

GUÍA 3: DESCRIPCIÓN GEOMÉTRICA DE MOVIMIENTOS ONDULATORIOS

1.

- a) Si un rayo parte del punto $A = (0, 1, 0)$, se refleja en el espejo plano $(x, 0, z)$ y pasa por el punto $B = (4, 3, 0)$, averigüe en qué punto sobre el plano del espejo se refleja y los ángulos de incidencia y reflexión. Aplicar Fermat e interpretar físicamente las soluciones.
- b) Un rayo directo entre A y B recorre un menor camino óptico que el hallado en (a), ¿es esto contradictorio?

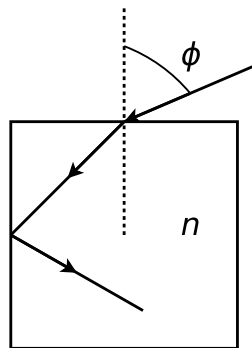
2. A partir del principio de Fermat deducir la ley de Snell para la refracción de la luz entre dos medios de índices n_1 y n_2 , separados por una superficie plana.

3. Sea un espejo elíptico de focos A y B . En A hay una fuente puntual. Los espejos esférico y plano dibujados son tangentes al elíptico en C . Sabiendo que el camino óptico de un rayo que sale de A , se refleja en C y luego pasa por B , es estacionario en la elipse, obtenga cualitativamente si el camino óptico es máximo, mínimo o estacionario cuando se refleja en cada uno de los espejos.

4.

- a) Demuestre que un rayo que incide sobre una lámina de caras paralelas, inmersa en un medio único, no se desvía al atravesarla. Calcule el desplazamiento lateral de dicho rayo, en términos de su espesor d y de su índice de refracción n .
- b) Demuestre que el rayo que se refleja en la primera cara y el que emerge luego de reflejarse en la segunda son paralelos.
- c) Si el medio exterior es único, ¿existe algún ángulo de incidencia tal que produzca reflexión total en la cara inferior?

5. Un rayo incide con ángulo ϕ sobre la superficie horizontal de un cubo de material transparente, de índice n , inmerso en aire.

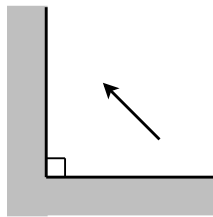


- a) ¿Para qué valores de ϕ hay reflexión total en la cara vertical?
- b) Si $\phi = 60^\circ$, ¿cuál es el máximo n para que no haya reflexión total en la cara vertical? ¿Se puede reflejar totalmente en la cara superior?

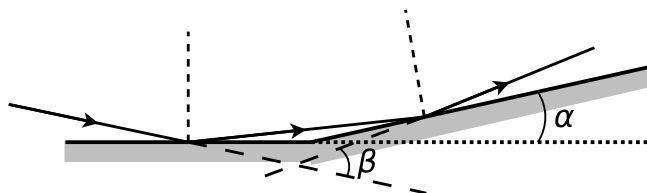
6.

- a) Calcule analíticamente el ángulo de desviación mínima del prisma. Justifique por qué este valor es único. Haga un gráfico cualitativo de la desviación como función del ángulo de incidencia.
- b) Calcule la desviación mínima para prismas delgados, en función de los datos constructivos.

- c) Si el prisma es delgado y el ángulo de incidencia es pequeño, calcule la desviación.
7. Los índices de refracción de cierta clase de vidrio para el rojo y el violeta valen: 1,51 y 1,53; respectivamente. Halle los ángulos límites de reflexión total para rayos que incidan en la superficie de separación vidrio-aire. ¿Qué ocurre si un rayo de luz blanca incide formando un ángulo de 41° sobre dicha superficie?
- 8.
- a) En un vidrio óptico común se propaga un haz de luz blanca, ¿qué componente viaja más rápido: la roja o la violeta?
- b) ¿Para cuál de ambos colores será mayor la desviación en un prisma? ¿Qué puede decir del ángulo de desviación mínima? Justifique sus respuestas.
9. Dado un prisma de Crown de ángulo $\alpha = 4^\circ$ calcular, para las líneas F, D y C, las desviaciones de rayos que inciden casi perpendicularmente. Los respectivos índices son: $n_F = 1,513$; $n_D = 1,508$ y $n_C = 1,504$.
- 10.
- a) Demuestre que la imagen dada por un espejo plano de una fuente puntual es, sin ninguna aproximación, otra fuente puntual, ubicada simétricamente respecto del plano del espejo. Analice los casos que corresponden a objetos reales o virtuales.
- b) ¿Cuál es la mínima longitud de un espejo plano vertical para que un hombre de 1,8 m se vea entero? ¿Es importante conocer la distancia hombre-espejo?
11. Haga un esquema de un diagrama de rayos localizando las imágenes de la flecha que se muestra en la figura. Para un punto de la flecha dibuje una porción del frente de ondas emergente y los correspondientes frentes reflejados.



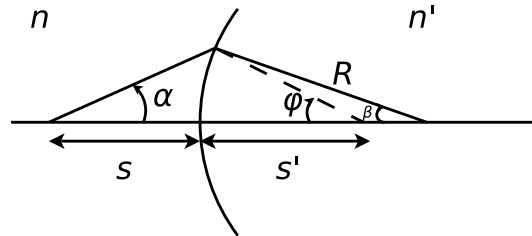
12. Dos espejos planos forman un ángulo α como lo indica la figura.



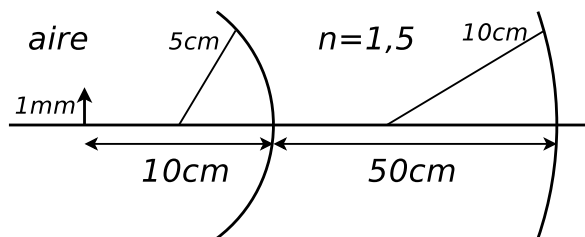
- a) Un rayo de luz contenido en un plano perpendicular a la intersección de los espejos incide sobre uno de ellos, se refleja e incide en el otro (ver figura). Calcule el ángulo que forman los rayos incidente y emergente.
- b) Suponga la misma geometría que en (a) pero ahora iluminada por una fuente puntual, demuestre que las imágenes se encuentran sobre una circunferencia con centro en el vértice de los espejos. En el caso en que la fuente está ubicada de tal modo que sólo se producen dos imágenes, y que el ángulo es muy pequeño, calcule la distancia entre ellas (espejos de Fresnel).
- 13.

- a) Demostrar que un haz homocéntrico de pequeña abertura que incide casi normal sobre una dioptra plana, da lugar a otro haz homocéntrico. Considere los casos de objetos reales y virtuales.
- b) Una moneda se encuentra en el fondo de un vaso que contiene agua hasta una altura de 5 cm ($n_{\text{agua}} = 1,33$). Un observador la mira desde arriba, ¿a qué profundidad la ve?
- c) Estimar la máxima abertura de un haz homocéntrico, para que la posición de la imagen, formada por una única superficie plana, quede determinada con un error del 2%.
14. Usando los resultados del problema anterior demuestre que un haz homocéntrico de pequeña abertura, al atravesar una lámina de caras paralelas, da lugar, en primera aproximación, a otro haz homocéntrico. Halle la posición de las sucesivas imágenes.

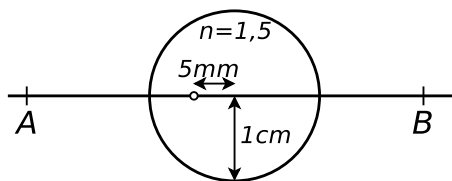
15.



- a) Haciendo uso de la figura, de la ley de Snell y del hecho de que en la aproximación paraxial $\alpha \approx \sin \alpha \approx \tan \alpha$ (lo mismo pasa con β y φ) obtenga la ecuación de las dioptras esféricas, que establece lo siguiente:
- $$\frac{n'}{s'} \mp \frac{n}{s} = \frac{(n' - n)}{R}$$
- Discuta el doble signo, asociándolo con la convención de signos que se utilice.
- b) Para una dioptra esférica arbitraria haga un gráfico s' vs s y analice a partir de él para qué posiciones de los objetos reales las imágenes son reales o virtuales, directas o invertidas y lo mismo para objetos virtuales. Analice todos los casos posibles para dioptras convergentes y divergentes.
- c) ¿Pueden ser iguales las dos distancias focales de una dioptra?. Justifique su respuesta.
16. Una barra de material plástico transparente de la forma y dimensiones de la figura, es iluminada por una rendija. Calcular la posición y tamaño de la imagen formada por cada una de las dioptras, y especificar si son reales o virtuales. El índice de refracción es 1,56. Hacer un trazado de rayos a escala.



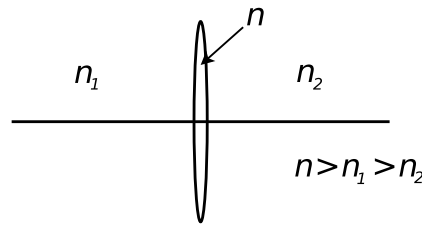
17. La esfera de vidrio de la figura, de 1cm de diámetro, contiene una pequeña burbuja de aire desplazada 0,5 cm de su centro. Hallar la posición y el aumento de la burbuja cuando se la observa desde A y cuando se la observa desde B.



18.

- a) Partiendo de la ecuación de las dioptras obtenga la ecuación de los espejos esféricos.
- b) ¿Cómo se modifica la distancia focal de un espejo esférico si se lo sumerge en agua?
- c) Un espejo esférico cóncavo produce una imagen cuyo tamaño es el doble del tamaño del objeto, siendo la distancia objeto–imagen de 15 cm. Calcule la distancia focal del espejo.
19. Una esfera maciza de radio R e índice de refracción 1,5 ha sido espejada en una mitad de su superficie. Se coloca un objeto sobre el eje de la esfera a distancia $2R$ del vértice de la semiesfera no espejada. Hallar:
- a) La imagen final, en forma analítica, luego de todas las refracciones y reflexiones que hayan tenido lugar.
- b) El aumento y las características de la imagen final.
- c) Ídem (a) mediante trazado de rayos.
- 20.
- a) A partir de la ecuación de la dioptra, considerando dos dioptras esféricas tal que la separación entre ellas sea mucho menor que las restantes longitudes involucradas, deduzca la ecuación para las lentes delgadas.
- b) Analice de qué depende la convergencia o divergencia de una lente.
- c) Grafique s' vs s para lentes convergentes y divergentes, analice el aumento y la posición de los objetos (en particular objeto en el foco y objeto en infinito) y de las imágenes.
- d) ¿Pueden ser iguales (en módulo) los focos de una lente?
- e) Demuestre que la menor distancia objeto–imagen es $4f$, si la lente está inmersa en un único medio.
- f) Dibuje los frentes de onda incidente, refractado por la primer dioptra y refractado por la segunda.
- 21.
- a) Determine la distancia focal de una lente plano–cóncava ($n = 1,5$) cuyo radio de curvatura es 10 cm. Determine su potencia en dioptrías.
- b) Se tiene una lente biconvexa con $R_1 = R_2 = 10$ cm, construida con un vidrio de índice 1,5. Se la usa con aire a un lado de la misma y con un líquido de índice 1,7 al otro lado. ¿Cuánto valen las distancias focales? ¿Es convergente o divergente? Responda las mismas preguntas si: i) está inmersa sólo en aire, ii) está inmersa en el medio de índice 1,7.
22. A simple vista la luna subtende un ángulo de $31'08''$. ¿Cuál es el tamaño de la imagen de la luna, a través de una lente convergente de distancia focal 1 m?
- 23.
- a) Se coloca un objeto a 18 cm de una pantalla, ¿en qué puntos entre la pantalla y el objeto se puede colocar una lente delgada convergente de distancia focal 4 cm, para que la imagen del objeto esté sobre la pantalla? ¿Qué diferencia hay entre ubicarla en una u otra posición?
- b) Un objeto se halla a distancia fija de la pantalla. Una lente delgada convergente, de distancia focal 16 cm, produce imagen nítida sobre la pantalla cuando se encuentra en dos posiciones que distan entre sí 60 cm. ¿Cuál es la distancia objeto–pantalla?
24. Halle la distancia focal de una lente sumergida en agua, sabiendo que su distancia focal en el aire es de 20 cm. El índice de refracción del vidrio de la lente es 1,6.

25. Se tiene una lente delgada en las condiciones que presenta la figura. Indique en qué punto del eje óptico debe incidir un rayo para que atraviese la lente sin desviarse. Exprese el resultado en función de la distancia focal objeto y de los índices de refracción.



26. Demostrar que:

- Si un sistema óptico forma imágenes geoméricamente perfectas, todos los rayos que conectan puntos conjugados recorren el mismo camino óptico. (Utilice el principio de Fermat).
- Si una lente delgada forma imágenes perfectas sólo en la aproximación paraxial, la diferencia de caminos ópticos entre dos rayos cualesquiera que conectan puntos conjugados y que en todo punto disten menos que y , es de orden superior a y^2 .

27.

- Determine el radio de curvatura de una lupa equiconvexa ($n = 1,5$) para que su aumento sea 10X. ¿Dónde se encuentra la imagen, y el objeto?
- Calcule el aumento de la lupa descrita en (a) cuando la imagen se encuentra a la distancia de visión clara. Discuta las ventajas y desventajas de esta opción.

28. Una lente delgada convergente, de distancia focal 30 cm, se coloca 20 cm a la izquierda de otra lente delgada divergente de distancia focal 50 cm. Para un objeto colocado a 40 cm a la izquierda de la primera lente determine la imagen final. ¿Cuál es el aumento? La imagen ¿es real o virtual, es directa o invertida?

29. Una lente delgada convergente de 5 cm de diámetro y 4 cm de distancia focal se halla 2 cm a la derecha de un diafragma de 3 cm de diámetro.

- Si se coloca un objeto puntual axial a 9 cm a la izquierda de la lente, determinar la posición y el tamaño de las pupilas de entrada y salida, en forma gráfica y analítica.
- Se desplaza al objeto, perpendicularmente al eje óptico, una distancia de 1,5 cm. Determine en forma gráfica y analítica, si el diafragma de apertura está bien definido.
- Repita el cálculo hecho en (b), cuando el objeto es desplazado una distancia de 3 cm. Discuta si hay o no vigneteo, y en caso de haberlo calcule la máxima altura del objeto para que el diafragma de apertura esté bien definido.

30. Un microscopio consta de un objetivo de 4 mm de distancia focal y de un ocular de 30 mm de distancia focal. La distancia entre el foco imagen del objetivo y el foco objeto del ocular es $g = 18$ cm. Calcule:

- El aumento normal del microscopio.
- La distancia objeto-objetivo.
- Sabiendo que el microscopio no cuenta con diafragmas adicionales, y que la pupila de salida debe ser real, y del mismo diámetro aproximado que la pupila del ojo (≈ 12 mm), discuta cuál de las dos lentes debe ser el diafragma de apertura, cuál debe ser su diámetro y en qué posición se halla la pupila de salida.
- Discuta en qué posiciones colocaría un diafragma de campo, y si esta introducción modifica o no la determinación del diafragma de apertura. Justifique claramente sus respuestas.

31. Un anteojo astronómico utiliza como objetivo una lente convergente de 2 m de distancia focal y 10 cm de diámetro, y como ocular una lente convergente de 4 cm de distancia focal. Determine:
- El aumento eficaz.
 - Las características de la primer imagen de la luna y de la imagen final a través del telescopio. La luna subtende, a ojo desnudo, un ángulo de $31'$.
 - El largo total del tubo.
 - El mínimo diámetro del ocular para que el objetivo sea diafragma de apertura. (Recordar que la luna no es puntual, y por ende hay puntos objeto extra-axiales).
 - Suponiendo que el diámetro del ocular sea de 4 cm, la posición y el tamaño de la pupila de salida.
 - La posición en que debe colocarse el ojo.
 - La posición en que debe colocarse, de ser posible, un diafragma de campo.
 - El mínimo diámetro del posible diafragma de campo para que la imagen de la luna se vea completa.
32. Delante del objetivo de un telescopio y a distancia $s > f'_{ob}$ se coloca un objeto de altura h .
- Obtenga la posición de la imagen en función de f'_{ob} , f'_{oc} y s .
 - Calcule el tamaño de la imagen y demuestre gráfica y analíticamente que el aumento lateral es independiente de la posición del objeto.
33. Una cámara fotográfica estándar tiene como objetivo una lente convergente de 50 mm (f') y usa película de 35×124 mm.
- Si se quiere fotografiar objetos que disten del objetivo entre 1 m e infinito, ¿qué longitud debe tener la rosca que lo mueve?
 - El sistema se halla enfocando sobre la película a un objeto distante 1 m. Analice qué ocurre con la profundidad de campo para objetos distantes del primero 20 cm. Repita el análisis si el objeto enfocado inicialmente se hallase a 3 m y a 10 m.
 - Discuta qué sucedería con la longitud de rosca, la profundidad de campo y la aproximación paraxial si se quisiera fotografiar objetos distantes 50 cm.
 - Teniendo en cuenta que la película es el diafragma de campo, discuta los posibles ángulos de campo máximos, calcule los ángulos de campo asociados a los lados de la película, para un objeto que se encuentra en el infinito. ¿Cómo varían los ángulos de campo con la posición del objeto?, ¿cuánto es posible desplazar el objeto para que la variación no supere el 5%?
 - Si se quiere fotografiar un árbol de 5 m de altura, y se lo quiere fotografiar entero, ¿cuál es la mínima distancia a la que hay que ponerse?
 - Sabiendo que las aperturas inversas de la cámara (f/D) varían ente 1,4 y 22; calcule los tamaños máximo y mínimo del diafragma. Discuta cualitativamente el porqué y cómo de las variaciones de tamaño del diafragma (su relación con la velocidad del objeto, con la de obturación, con la luminosidad ambiente, etc.)