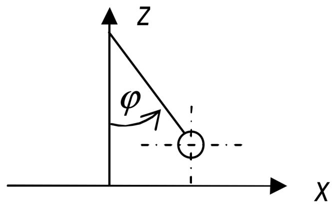
Nota general: en todos los problemas (de todas las materias), analice a priori y a posteriori de haber hecho los cálculos que podría haber predicho. Si va achicando la diferencia entre ambos está aprendiendo los conceptos (o perdiendo capacidad de análisis).

Los ejercicios marcados con * tienen complejidades adicionales y se consideran opcionales.

Oscilador 1D

1. Para un péndulo de longitud l bajo un campo gravitatorio g escriba



   a) la ecuación que describe su dinámica (pero no la resuelva) en las coordenadas
      1) * x, z,
      2) para el ángulo φ entre el hilo y su posición de reposo,

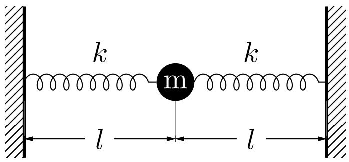
   b) la energía potencial y cinética en dichas coordenadas. Discuta cuáles elecciones del punto anterior, son convenientes y cuáles no para expresar estas cantidades.

   c) Ahora resuelva el péndulo para el caso de pequeñas oscilaciones tomando como coordenada φ. Discuta las aproximaciones que realiza para arribar a un sistema de ecuaciones diferenciales lineales.

2. Demuestre que si Ψ es una solución matemática compleja de la ecuación del oscilador armónico, su parte real también es solución.

3. Resuelva el resorte vertical con un peso colgado usando como cero de coordenadas la del resorte en reposo sin peso. Escriba la energía potencial (gravitatoria más elástica) y encuentre la posición de equilibrio. Analice la curvatura de dicho potencial. Al oscilar, ¿la energía potencial es solo la del resorte o también oscila la potencial gravitatoria?

4. Escriba y resuelva las ecuaciones de movimiento para el sistema que conforma una masa m sujeta a dos paredes mediante dos resortes iguales de constante k, para el caso que el movimiento consista de:



   a) oscilaciones longitudinales, describiendo las aproximaciones realizadas,

   b) oscilaciones transversales, en los siguientes casos límite en que el resorte:
      1) está poco estirado, es decir l no mucho mayor que su longitud natural l_0 (sin fuerza)
      2) es muy elongable (caso llamado “slinky”), de forma que puede considerarse que $l_0 \simeq 0$

   Compare las frecuencias de los modos longitudinales y transversales.

5. Calcule la tensión del hilo en función del ángulo para un péndulo en pequeñas oscilaciones. Asuma valores de orden de magnitud razonables a los parámetros que necesite para la discusión. Discuta la validez de la hipótesis de longitud de hilo constante.

Oscilador 1D amortiguado

6. Se tiene un oscilador amortiguado cuya condición inicial es $\Psi = \Psi_0$ y $\dot{\Psi} = 0$. Encuentre la solución a la ecuación de movimiento y escriba cual es la energía inicial.

7. Grafique las soluciones al oscilador amortiguado en el caso de amortiguamiento crítico y en el sobreamortiguado.

8. Se tiene un péndulo que oscila con una disipación tal que su amplitud se reduce un 10 % cada 10 oscilaciones. ¿Con que precisión deberíamos determinar su longitud para notar el corrimiento en su frecuencia debido al rozamiento?

9. * Para un péndulo con fuerza de disipación proporcional a la velocidad calcule el trabajo que realiza la fuerza de rozamiento y compárelo con la pérdida de energía.

10. * Resuelva un oscilador armónico libre al que se le agrega una fuerza de rozamiento constante. Sugerencia: resuelva cada media oscilación agregando la fuerza que cambia la posición de equilibrio. Calcule el movimiento cada medio ciclo. Evalúe como cambia la amplitud cada medio ciclo. Calcule como es esa amplitud máxima en función del número de oscilación y compárela con una fuerza disipativa proporcional a la velocidad.

11. * Verifique que si Ψ_1 y Ψ_2 son soluciones de la ecuación del oscilador armónico libre, cualquier combinación lineal $\Psi = A_1\Psi_1 + A_2\Psi_2$ también es solución. Muestre que esto también vale si actua una fuerza disipativa proporcional a la velocidad. ¿Vale si es un rozamiento constante?

Oscilador 1D forzado

12. *a*) Resuelva de manera completa el oscilador forzado excitado en el pico de resonancia ($\omega = \omega_0$) con la condición inicial de estar en reposo en su posición de equilibrio.

    b) Simplifique la expresión para el caso en que $\gamma \ll \omega_0$ y grafíquela para poner en evidencia como el sistema tiende a su solución estacionaria.

13. * Construya un péndulo de torsión, mida sus parámetros relevantes y escriba la ecuación diferencial que describe su movimiento.

14. * Discuta entre los distintos osciladores unidimensionales que se le ocurran factibles, cuál construiría para verificar las predicciones del modelo de oscilador armónico libre.

15. Repita el problema 12 para el caso en que no se lo excita en el pico de resonancia. Resuelva y grafique en forma completa el caso de muy baja frecuencia.

16. Resuelva el oscilador armónico sin pérdidas y muestre que cuando domina la solución elástica (lejos de la resonancia) la solución hallada aproxima adecuadamente a la que tiene en cuenta las pérdidas.