Física 2

Segundo cuatrimestre de 2019

Guía 0: Repaso de matemática

1 Desarrollar a 2$^{\text{do}}$ orden:

(a) $\sqrt{a^2+x^2}$ alrededor de $x=0$, $x \ll a$

(b) $\left(a^2+x^2\right)^{-\frac{1}{2}}$ alrededor de $x=0$, $x \ll a$

(c) $\sin(kx)$ alrededor de $x=0$, $kx \ll 1$

(d) e^{kx} alrededor de $x=0$, $kx \ll 1$

(e) $(a+x)^{-1}$ alrededor de $x=0$, $x \ll a$

(f) $\sin\left[k(x+d)\right]$ a orden 0, alrededor de $x=x_0$ ¿Qué condición debe pedir?

2 Integrar

(a) $\int_a^b e^{cx+d}\,\mathrm{d}x$

(b) $\int_a^b \cos\left(kx+\varphi\right)\,\mathrm{d}x$

(c) $\int_a^b x\cos\left(kx+\varphi\right)\,\mathrm{d}x$

(d) $\int_a^b e^{cx+d}\cos\left(kx+\varphi\right)\,\mathrm{d}x$

(e) $\int_a^b e^{cx+d}\left(\alpha+\beta x+\gamma x^2\right)\,\mathrm{d}x$

3 Graficar esquemáticamente y hallar los ceros de

(a) $e^{cx+d}\cos\left(kx+\varphi\right)$

(b) $e^{cx+d}\sin\left(kx+\varphi\right)$

4 Probar que, dadas las constantes reales A_1, A_2, φ_1 y φ_2, existen constantes A y φ tales que se cumple la siguiente igualdad:

$$A_1\cos\left(kx+\varphi_1\right)+A_2\cos\left(kx+\varphi_2\right)=A\cos\left(kx+\varphi\right),$$

para todo $x\in\mathbb{R}$.

5 Dadas las constantes reales A_1, A_2, φ_1, φ_2, ω_1 y ω_2, discutir si es posible hallar constantes A, ω y φ tales que se satisfaga la siguiente igualdad

$$A_1\cos\left(\omega_1 t+\varphi_1\right)+A_2\cos\left(\omega_2 t+\varphi_2\right)=A\cos\left(\omega t+\varphi\right).$$

6 Considere el siguiente sistema de ecuaciones para las incógnitas x, y, z,

$$\begin{aligned} x+2y+\lambda z&=-3,\\ 3x-2y-4z&=-\lambda,\\ -7x+2y+4z&=-2, \end{aligned}$$

donde λ es un parámetro real. Determine para qué valores del parámetro λ el sistema es resoluble y en tal caso encuentre los valores de x, y, z.

7 Para cada uno de los siguientes números complejos z, encuentre su parte real, parte imaginaria, módulo, fase y su complejo conjugado.

(a) $z=a+ib$

(b) $z = r\, e^{i\varphi}$

(c) $z = (a + ib)^{-1}$

(d) $z = x + y$, con $x = a + ib$, $y = c + id$

(e) $z = xy$, con $x = a + ib$, $y = c + id$

(f) $z = xy$, con $x = r\, e^{i\phi}$, $y = q\, e^{i\omega}$

(g) $z = e^{a+ib}$

(h) $z = e^{i\varphi} + e^{i\phi}$

(i) $z = Ae^{i\varphi} + Be^{i\phi}$

donde A, B, r, q, φ, ϕ, ω son reales.

8 Encuentre las soluciones $t \in \mathbb{C}$ de la ecuación $t^3 = 1$.

9 Dadas las constantes reales A_1, A_2, φ_1 y φ_2, encontrar la constante compleja $A \in \mathbb{C}$ tal que se cumple la siguiente igualdad:

$$A_1 e^{i(kx+\varphi_1)} + A_2 e^{(kx+\varphi_2)} = Ae^{ikx},$$

para todo $x \in \mathbb{R}$.