Física 2

Segundo cuatrimestre de 2019

Guía 4: Otras ecuaciones de ondas

1 Se tiene un tubo de longitud L lleno de aire en su interior. Considere las siguientes posibilidades:

- Está cerrado en ambos extremos.
- Tiene un extremo cerrado y el otro abierto.
- Ambos extremos están abiertos.

Considere como datos: la velocidad de propagación de las ondas v_s, L, P_0 (presión atmosférica), $\rho_0 = \gamma P_0/v_s^2$. Hallar, para cada una de dichas situaciones:

(a) Las posibles longitudes de onda con las que puede vibrar el aire en el tubo, y sus correspondientes frecuencias.

(b) Elija un sistema de referencia conveniente, y escriba la expresión más general para el desplazamiento de las partículas $\Psi(x,t)$. En dicha expresión, ¿qué parámetros conoce? ¿De qué dependen los parámetros que no conoce?

(c) A partir de la expresión hallada en (b), hallar $\delta p(x,t)$ (variación de presión respecto del equilibrio). ¿Cuál es la diferencia de fase entre ellas? ¿Cuánto vale la amplitud de presión?

(d) Hallar la variación de densidad respecto del equilibrio $\delta\rho(x,t)$. ¿Cuánto vale su amplitud?

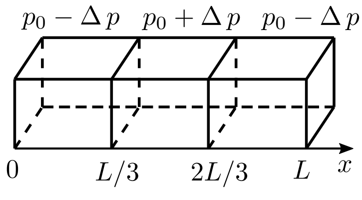
2 Se establece una onda sonora estacionaria en el interior de un tubo de 1m de longitud y 5cm de diámetro. Si se la excita en el modo más bajo con una presión pico de 10^{-7} N/cm^2, calcule el desplazamiento pico y el cambio de densidad pico, así como la energía total contenida en la onda confinada en el tubo. Haga el cálculo para el tubo cerrado en ambos extremos y para el tubo abierto en un extremo. Compare ese desplazamiento con la distancia media entre moléculas en el aire. Nota: el ejemplo dado corresponde a un sonido apenas audible.

3 Se tiene un tubo cerrado en uno de sus extremos; su longitud es menor a 1m. Se acerca al extremo abierto un diapasón que está vibrando con $\nu = 440\,$Hz. Considere $v_s = 330$ m/s.

(a) Hallar las posibles longitudes del tubo para que haya resonancia. Para cada una de ellas, ¿en qué modo está vibrando el aire contenido en el tubo?

(b) Repetir (a) si el tubo está abierto en ambos extremos.

4 Se tiene un tubo de longitud L cerrado en ambos extremos como se indica en la figura. El tubo se separa con dos tabiques en tres regiones, de forma tal que en la regiones de los extremos hay una presión $p_0 - \Delta p$, mientras que en la región del centro hay una presión $p_0 + \Delta p$, tal como se muestra en la figura (considere Δp una constante tal que $\Delta p \ll p_0$). Todo el gas se encuentra en reposo. A $t = 0$ se quitan los tabiques y se deja evolucionar al sistema. Datos: ρ_0, Δp, L, velocidad del sonido en el gas v_s.

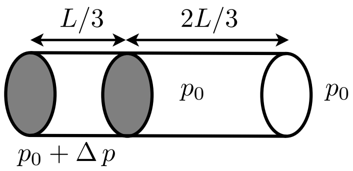


(a) Escriba la expresión para un modo normal de presión $\delta p_n(x,t)$ en el tubo, imponiendo las condiciones de contorno. ¿Cuáles son las longitudes de onda permitidas?

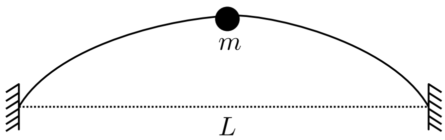
(b) Escriba la expresión de $\delta p(x,0)$ y de $\Psi(x,0)$; grafíquelas. Sugerencia: hallar $\Psi(x,0)$ a partir de $p(x,0)$ usando las condiciones de contorno.

(c) Usando las condiciones iniciales, halle $\delta p(x,t)$ y $\Psi(x,t)$.

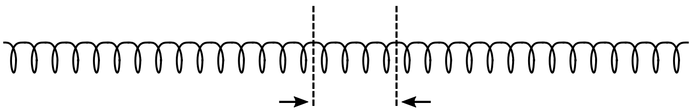
5 Se tiene un tubo dividido en dos regiones separadas por un tabique. En una de ellas se tiene una presión $P = P_0 + \Delta p$ (constante). La otra región está abierta a la atmósfera, teniendo presión P_0. A $t = 0$ se remueve el tabique. Hallar $\delta p(x,t)$, $\Psi(x,t)$ y $\delta\rho(x,t)$. Datos: P_0, $\Delta p \ll P_0$, L, γ y la velocidad del sonido en el gas v_s.



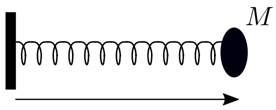
6 Encuentre los modos normales de la cuerda ilustrada en la figura, que está sujeta fija en sus extremos y tiene una masa sujetada en el centro.



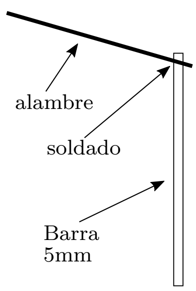
7 Un resorte con extremos libres es comprimido inicialmente un 5% en su 10% central y se lo suelta. Escriba las condiciones iniciales, halle su descomposición en modos normales y escriba la solución para todo tiempo. Demuestre que la solución es periódica (¿con qué periodo?) y dibuje (con ayuda de una computadora) la solución para 10 tiempos distintos dentro de un periodo. Discuta el resultado.



8 Un resorte apoyado horizontalmente sin rozamiento y fijo en un extremo, tiene una masa M sujeto en el otro extremo. Calcule los modos normales de oscilación longitudinal del resorte.

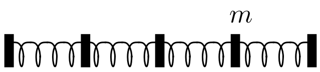


9 Una barra cuelga soldada a un alambre de torsión (similar al caso del problema 6 de la guía 2) con el otro extremo libre para girar. Encuentre los modos de torsión del alambre. Repita el cálculo para el extremo del alambre fijo.



10 Utilizando el resultado anterior y consideraciones de simetría resuelva el problema 6 de la guía 2 teniendo en cuenta las ondas de torsión que se propagan por el alambre. Compare los modos mas bajos con la solución hallada para el mencionado caso en que se consideró como de dos grados de libertad.

11 Se tiene un sistema de masas acopladas por resortes. Halle la ecuación de ondas correspondiente a las oscilaciones longitudinales y transversales despreciando la masa de los resortes. Encuentre la relación de dispersión para este sistema y grafíquela.



12 Se tiene un sistema de péndulos acoplados longitudinalmente por resortes. Halle la ecuación de ondas correspondiente a las oscilaciones longitudinales y transversales despreciando la masa de los resortes. Encuentre la relación de dispersión para este sistema y grafíquela. Resuelva la ecuación de ondas para el caso en que las $\omega < \omega_{\text{min}}$ o $\omega > \omega_{\text{max}}$. Para ello proponga una solución del tipo $A_n = Ae^{\pm ikan}$, y encuentre la nueva relación entre ω y su correspondiente k complejo.