Física 2

Segundo cuatrimestre de 2019

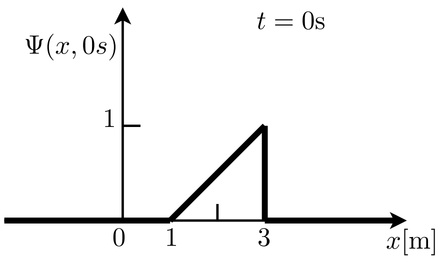
Guía 5: Ondas viajeras

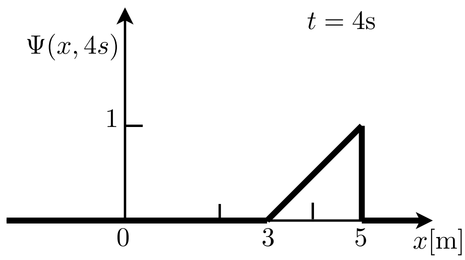
1 Verifique si las siguientes funciones cumplen la ecuación de las ondas clásica unidimensional. Grafique las funciones dadas a distintos tiempos.

- $\Psi(x,t) = Ae^{-\lambda(x-vt)^2}, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$
- $\Psi(x,t) = \beta(x+vt), \quad \beta \in \mathbb{R}.$
- $\Psi(x,t) = A\sin\left[k(x-vt)\right]$
- $\Psi(x,t) = B\sin^2(kx-\omega t)$
- $\Psi(x,t) = C\cos(kx)\sin(\omega t)$
- $\Psi(x,t) = De^{i(kx-\omega t)}$

2 Considere una cuerda con sus extremos fijos. Muestre que todo modo normal se puede escribir como la combinación lineal de dos ondas viajares. Grafique la forma de esas ondas. Usando este, tome cualquier problema de condiciones iniciales con modos normales de la guía 4 y muestre que puede escribir la solución para todo tiempo como combinación lineal de dos ondas viajeras. Grafique estas ondas e interprete.

3 Se tiene una perturbación que se propaga en una cuerda infinita con velocidad v. Se toman dos "fotografías" de la perturbación, a $t = 0$s y $t = 4$s:





(a) Hallar v.

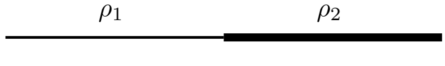
(b) Hallar $\Psi(x,t)$.

4 Se tiene una cerda semi-infinita que se extiende hacia la izquierda mientras su extremo derecho está fijo a una pared. Una onda armónica de amplitud A incide desde la izquierda.

(a) Calcule la expresión para la onda reflejada en un sistema de coordenadas tal que el extremo fijo se encuentre en el origen.

(b) Repita el cálculo haciendo un del origen del sistema de coordenadas de modo que el extremo fijo esté en $x = L$. Discuta cómo cambia el resultado e interprete.

5 Se tienen dos cuerdas semi-infinitas de densidades ρ_1 y ρ_2 y sometidas a una tensión T_0 que están unidas entre sí, como se muestra en la figura. Del lado de la cuerda de densidad ρ_1 incide una onda armónica de amplitud A y frecuencia ω.



(a) Calcule k_1 y k_2, es decir, los números de onda de cada cuerda.

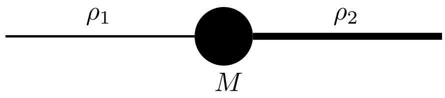
(b) Escriba las condiciones de contorno que debe imponer, explicando su significado físico.

(c) Calcule la onda reflejada y transmitida tomando como origen del sistema de coordenadas la unión de ambas cuerdas.

(d) Analice los valores de los coeficientes de reflexión y transmisión en los límites: (i) $\rho_1 = \rho_2$, (ii) $\rho_2 \gg \rho_1$, (iii) $\rho_2 \ll \rho_1$.

(e) Repita el ítem (c) pero ahora con la unión de las cuerdas en $x = L$. Discuta cómo cambian los resultados e interprete.

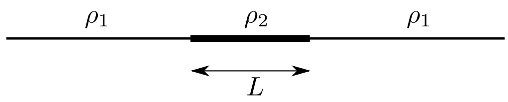
6 Se tienen dos cuerdas semi-infinitas de densidades ρ_1 y ρ_2 sometidas a una tensión T_0 que están unidas a una cuenta de masa M, como se muestra en la figura. Del lado de la cuerda de densidad ρ_1 incide una onda armónica de amplitud A y frecuencia ω.



(a) Escriba las condiciones de contorno que debe imponer, explicando su significado físico.

(b) Calcule la onda reflejada, la onda transmitida y el movimiento de la cuenta.

7 Se tiene una cuerda semi-infinita de densidad lineal de masa ρ_1 sometida a una tensión T_0 que está unida a un tramo de cuerda de longitud L donde la densidad cambia abruptamente al valor ρ_2 y luego se tiene otra cuerda semi-infinita con densidad ρ_1, tal como se muestra en la figura. En la cuerda izquierda se propaga una onda armónica de amplitud A y frecuencia ω.

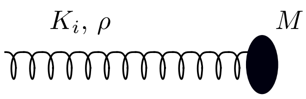


(a) Escribir la forma de la función de onda en todo punto (dejando las amplitudes todavía a determinar). Indique el valor de todos los parámetros (salvo las amplitudes) en función de los datos del problema.

(b) Escriba las condiciones de contorno necesarias y verifique que tiene tantas condiciones como incógnitas a determinar.

(c) Calcule las amplitudes de las ondas en cada tramo.

8 Un resorte semi-infinito de constante intrínseca K_i y densidad lineal ρ se extiende desde la izquierda hasta su extremo derecho donde hay unido un cuerpo de masa M, como indica la figura.



(a) Si del lado izquierdo incide una onda armónica de amplitud A y frecuencia ω, encuentre el coeficiente de reflexión en función de la frecuencia, la masa M y las propiedades del resorte. Discuta el resultado.

(b) Analice los límites del coeficiente de reflexión en que la masa M es muy grande o muy pequeña (¿qué significa grande o pequeña en este caso?). Interprete.

(c) ¿Qué sucede con el coeficiente de reflexión en el caso en que la frecuencia es muy grande? Interprete.

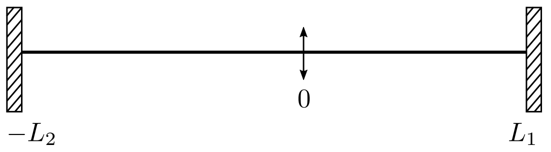
9 Se tienen dos resortes semi-infinitos de distinta densidad lineal de masa ρ_1 y ρ_2, y constantes K_{i1} y K_{i2} unidos en un punto.

(a) Conocida ρ_1 y K_{i1} calcule ρ_2 y K_{i2} para que a la onda reflejada le corresponda una amplitud que sea la mitad de la amplitud de la onda incidente. ¿Cuánto vale la amplitud de la onda transmitida en tal caso? Considere los dos casos de incidencia posibles (desde la izquierda y desde la derecha).

(b) Para una onda que incide desde el medio con ρ_1, grafique los coeficientes de reflexión y de transmisión en función de ρ_2.

(c) Vea que para cualquier recinto que incluya o no a la unión el flujo de energía que entra es igual al flujo de energía que sale.

10 Considere el sistema de la figura, donde una cuerda de longitud $L = L_1 + L_2$, fija a ambos extremos, se fuerza en $x = 0$, de forma tal que $\psi(0, t) = A_0 \cos(\omega_0 t)$. No tenga en cuenta el rozamiento.



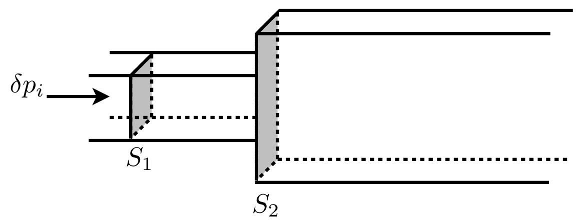
(a) Calcule $\psi(x, t)$.

(b) Calcule la fuerza que hay que hacer en $x = 0$ para que la cuerda se mueva de esta manera. Vea que es de la forma $f(t) = f_0 \cos(\omega_0 t + \phi)$. ¿Cuál es la relación entre A_0 y f_0? ¿Cómo es $\frac{\partial \psi}{\partial x}$ en $x = 0$? ¿En qué caso es continua?

(c) Si en vez de conocer el vínculo en $x = 0$ ($\psi(0, t)$) se conoce la fuerza que se realiza sobre la cuerda en ese punto, y se sabe que dicha fuerza es de la forma $f(t) = f_0 \cos(\omega_0 t)$, ¿cómo será el movimiento de la cuerda? (use lo calculado en (b)).

(d) En $t = 0$ se deja al sistema en libertad. Si la frecuencia de excitación era $\omega_0 = \frac{3\pi v}{4L}$, calcule qué modos estarán excitados para $t > 0$ y cuáles serán los más importantes. Dibuje $\psi(x, 0)$ y los modos más importantes. ¿Es cierto que al liberar al sistema éste sigue oscilando con la frecuencia de excitación?

11 Se tienen dos tubos semi-infinitos que contienen un mismo fluido pero de distinta sección (S_1 y S_2, respectivamente) unidos tal como se muestra en la figura. Una onda de sonido armónica de frecuencia ω y amplitud A de presión incide desde el primer tubo.



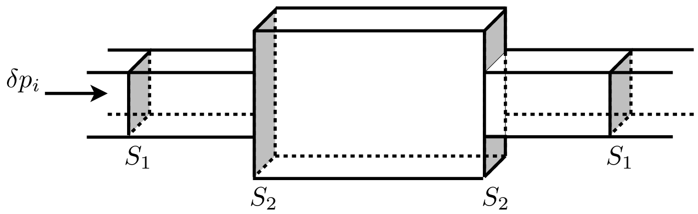
(a) Plantee la solución más general para $\delta p(x, t)$ y $\Psi(x, t)$ de cada lado de la unión.

(b) ¿Qué condiciones deben verificarse en el punto de unión? ¿Cuál es su significado?

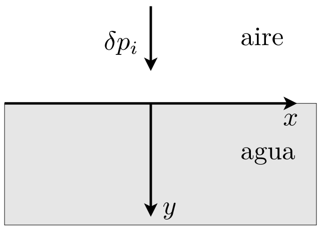
(c) Hallar las amplitudes de presión y de desplazamiento de las ondas reflejadas y transmitidas.

(d) Calcule y compare los coeficientes de transmisión y reflexión para la onda de presión y de desplazamiento. En particular analice e interprete los límites: (i) $S_1 = S_2$, (ii) $S_2 \gg S_1$, (iii) $S_2 \ll S_1$.

12 Considere el sistema de la figura, donde el fluido en todo el tubo es el mismo. Suponga que desde la izquierda incide una onda armónica de frecuencia ω y amplitud A de presión y tome como conocidas las velocidades de propagación, la densidad y presión en equilibrio. Halle entonces $\delta p(x, t)$ y $\Psi(x, t)$ en cada tramo.



13 Se tiene una interfaz plana e infinita entre aire y agua (ver figura). Desde el aire incide normalmente a la interfaz una onda acústica armónica de frecuencia ω y amplitud A de presión. Hallar las ondas reflejadas y transmitidas.



14 Calcule los coeficientes de reflexión y de transmisión del sonido en las siguientes interfases:

(a) hierro-cobre,

(b) aluminio-plomo,

(c) aire-agua.

15 Un tubo lleno de aire tiene un parlante en un extremo y el otro abierto. ¿Cómo son las condiciones de borde para calcular la amplitud de la onda sonora reflejada? ¿Y si el tubo está abierto?