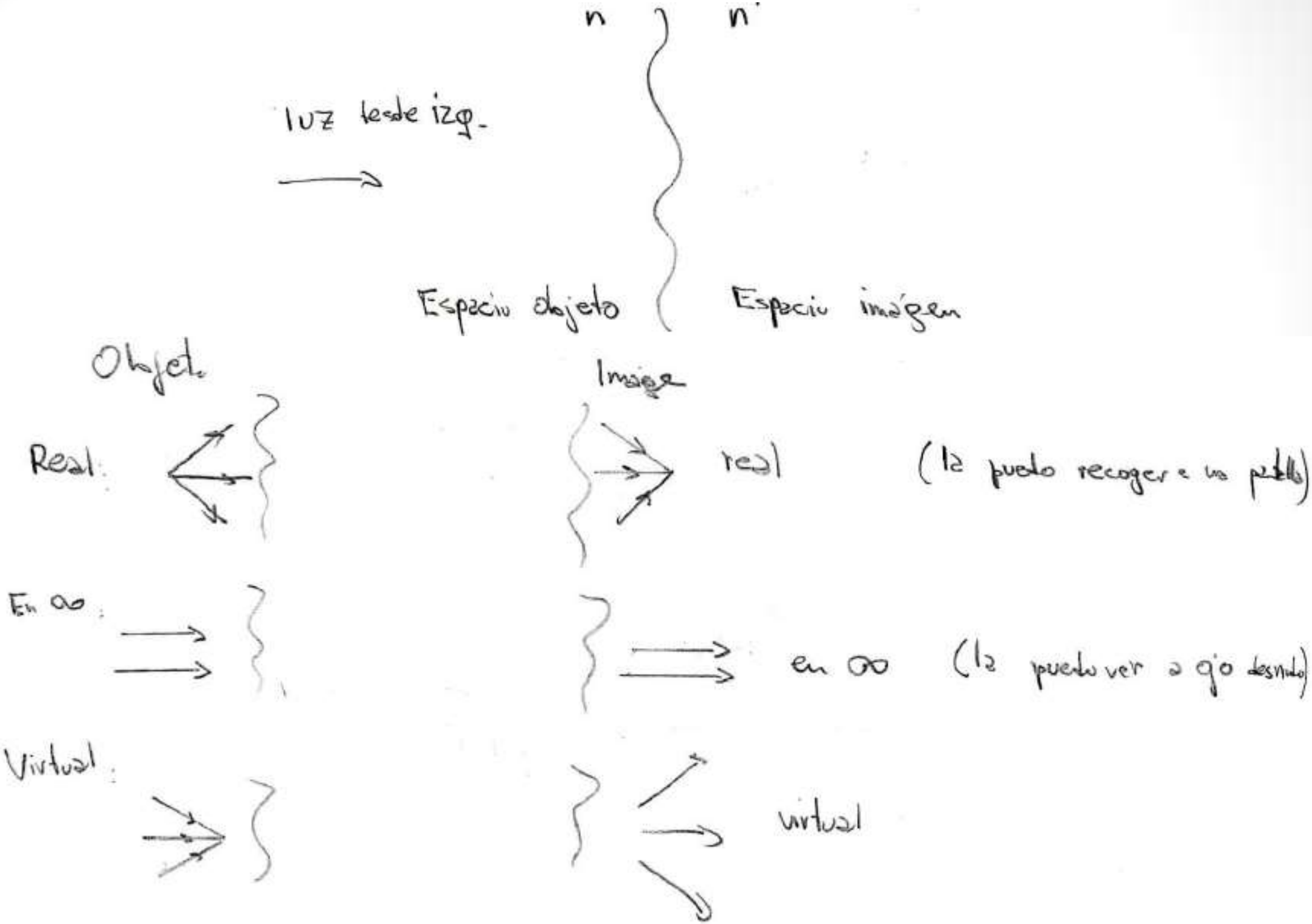
departamento de física
universidad de buenos aires - exactas
Juan José Giambiagi

Refracción: Dioptras y lentes

Cátedra: Diego Arbó

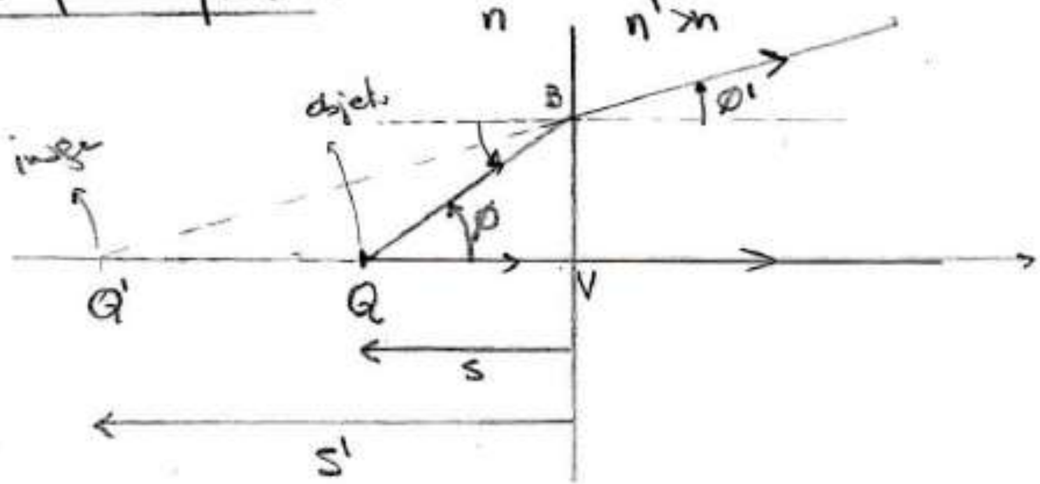
DIPOTRAS

Definición: Superficie que divide dos medios de distinto índice



Dioptra plana

Dioptra plana:



$$\tan\phi = \frac{\overline{VB}}{s}$$

$$\tan\phi' = \frac{\overline{VB}}{-s'}$$

Uso la aproximación paraxial $\tan\phi \simeq \sin\phi \simeq \phi$

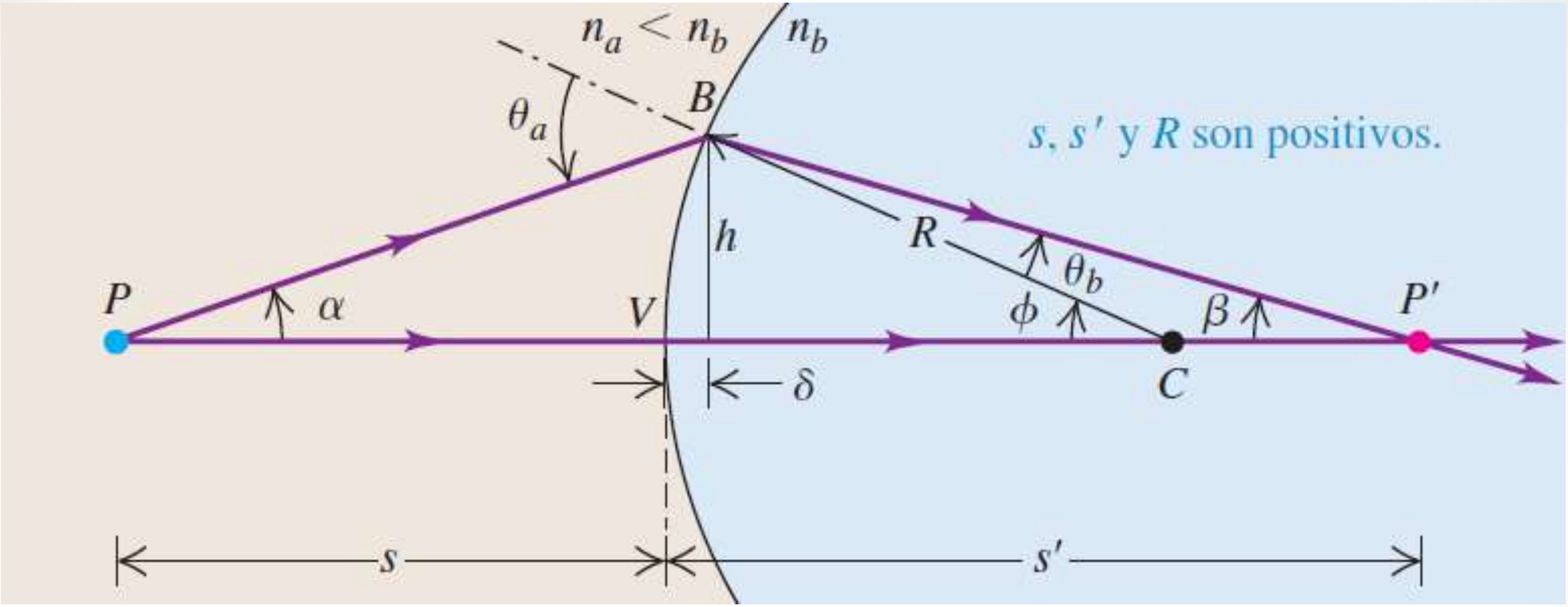
$$\Rightarrow \quad n\sin\phi = n'\sin\phi' \quad \Rightarrow \quad \sin\phi' = \frac{n}{n'}\sin\phi$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\cancel{\overline{VB}}}{-s'} = \frac{n}{n'}\frac{\cancel{\overline{VB}}}{s} \quad \Rightarrow \quad s' = -\frac{n'}{n}s$$

o en forma equivalente

$$\boxed{\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = 0}$$

Refracción en superficies esféricas



$$\theta_a = \alpha + \phi \qquad \phi = \beta + \theta_b$$

$$n_a \operatorname{sen}\theta_a = n_b \operatorname{sen}\theta_b \quad \Rightarrow \quad n_a\theta_a = n_b\theta_b$$

$$\phi = \beta + \frac{n_a\theta_a}{n_b} = \beta + \frac{n_a}{n_b}(\alpha + \phi)$$

$$\Rightarrow n_b\phi = n_b\beta + n_a(\alpha + \phi) \Rightarrow (n_b - n_a)\phi = n_b\beta + n_a\alpha$$

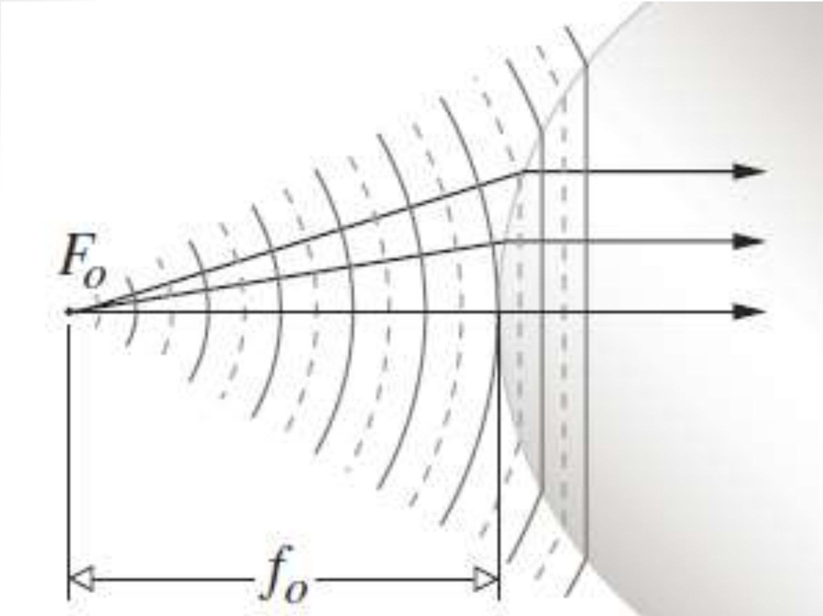
$$\tan\alpha = \frac{h}{s + \delta} \qquad \tan\beta = \frac{h}{s' - \delta} \qquad \tan\phi = \frac{h}{R - \delta}$$

$$\alpha = \frac{h}{s} \qquad \beta = \frac{h}{s'} \qquad \phi = \frac{h}{R}$$

$$n_a\alpha + n_b\beta = \left(n_b - n_a\right)\phi$$

$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}$$ (relación objeto-imagen, superficie refractiva esférica)

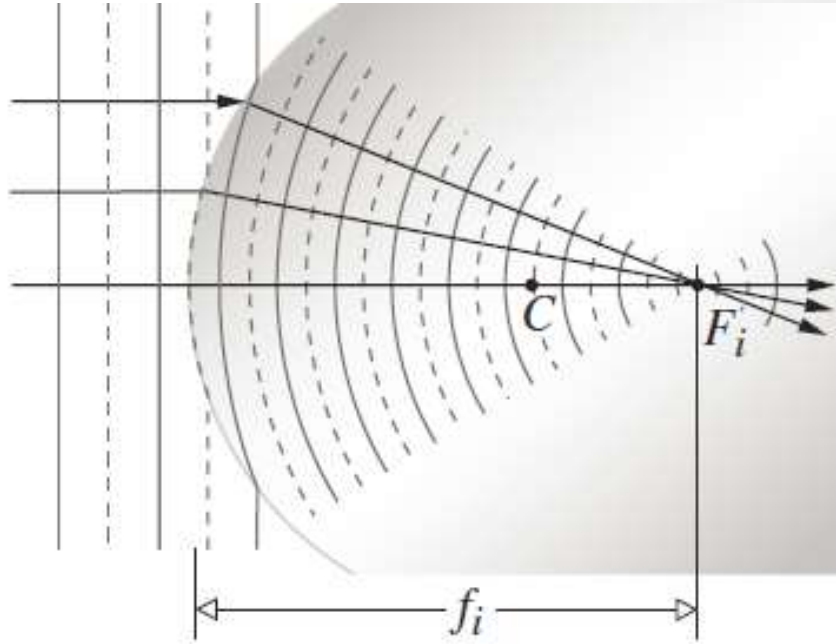
Foco objeto



$$\frac{n_1}{\infty} + \frac{n_2}{s_i} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$f_o = \frac{n_1}{n_2 - n_1} R$$

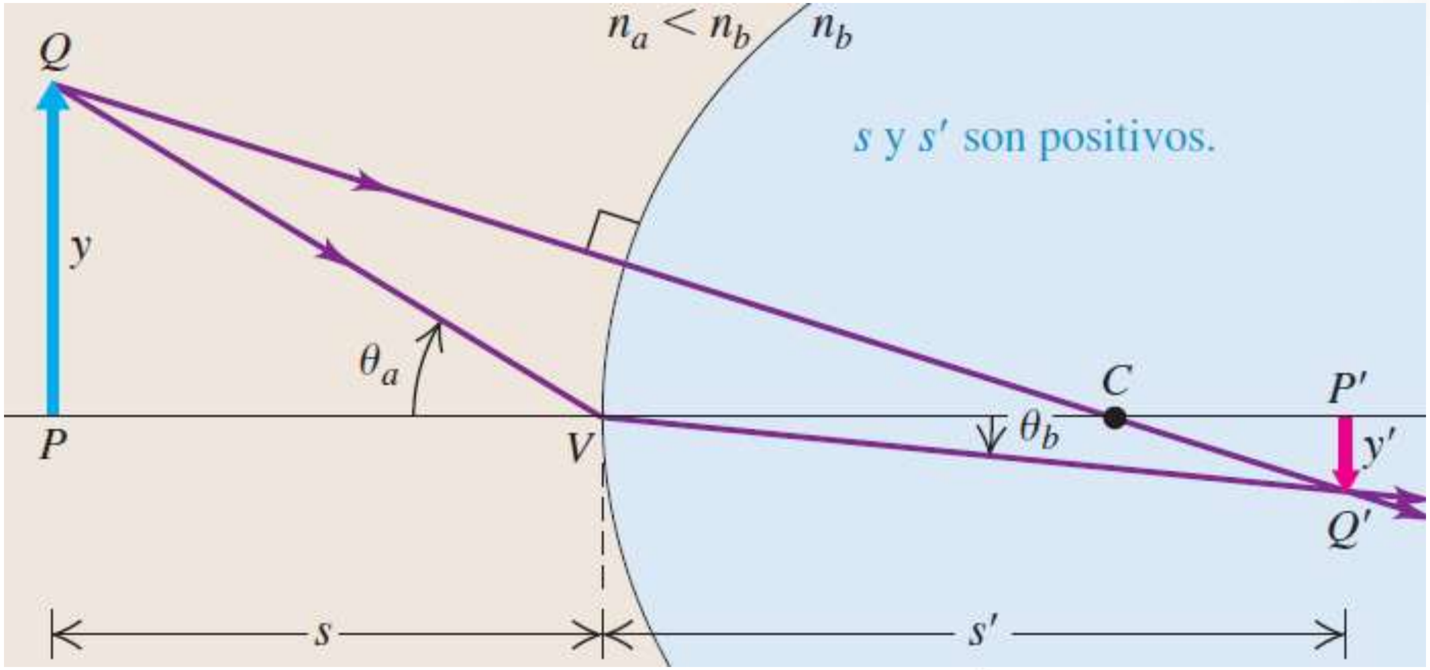
Foco imagen



$$\frac{n_1}{s_o} + \frac{n_2}{\infty} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$f_i = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R$$

Aumento lateral



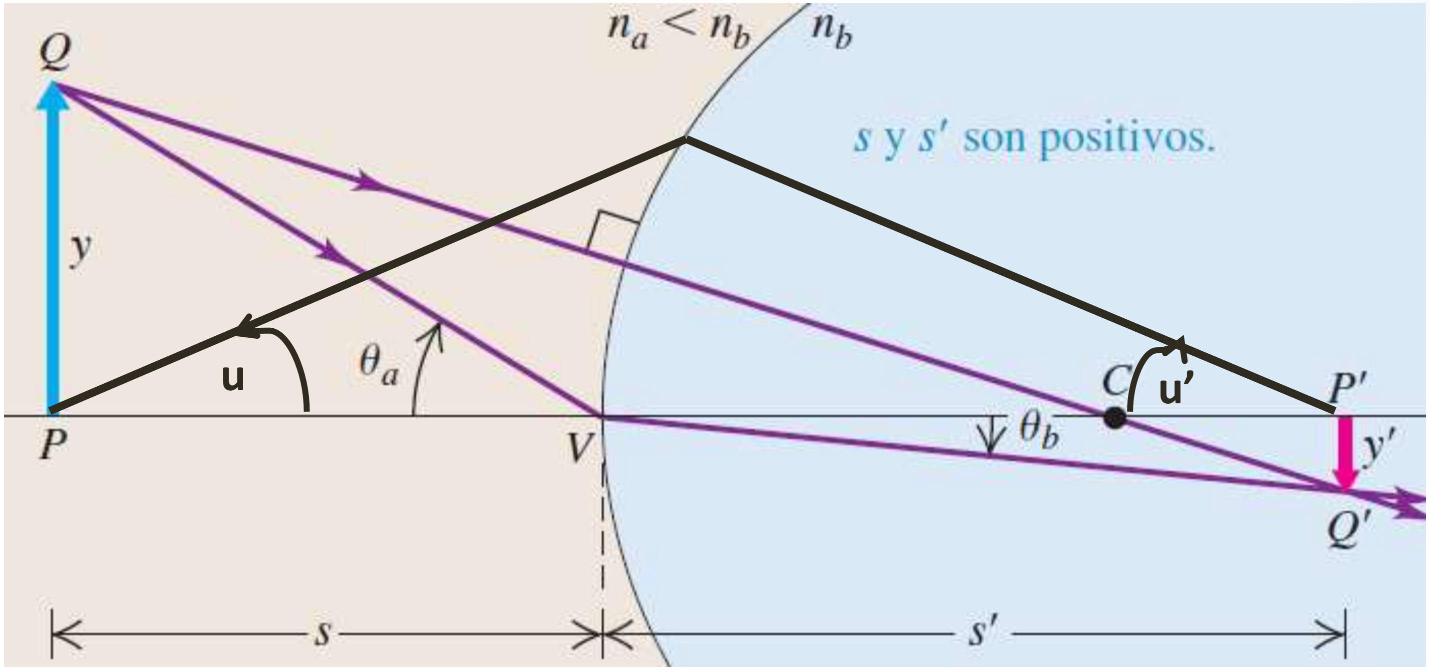
$$\tan\theta_a = \frac{y}{s} \qquad \tan\theta_b = \frac{-y'}{s'}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'\tan\theta_b}{s\tan\theta_a} \cong -\frac{s'\sin\theta_b}{s\sin\theta_a} = -\frac{s' n_a}{s\, n_b}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_a s'}{n_b s}$$ (aumento lateral, superficie refractiva esférica)

Si R -> ∞ => $\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = 0$ (superficie refractiva plana) $m = 1$

Aumento angular



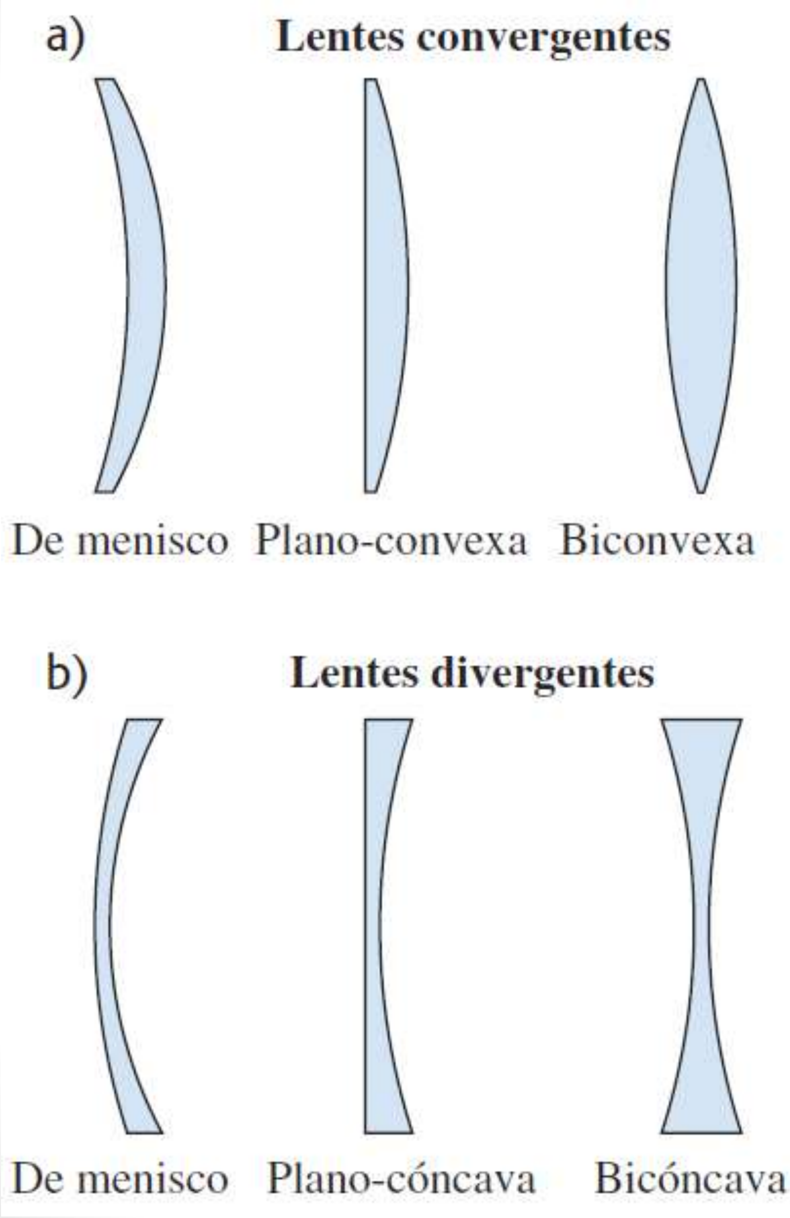
$$\gamma = \frac{u'}{u} = -\frac{y/s'}{y/s} = -\frac{s}{s'}$$

$$m\gamma = \frac{h'}{h}\frac{u'}{u} = \frac{-n_a s'}{n_b s}\frac{-s}{s'} = \frac{n_a}{n_b}$$

$$\Rightarrow \boxed{n_a h u = n_b h' u'}$$

Relación de Lagrange-Helmholtz

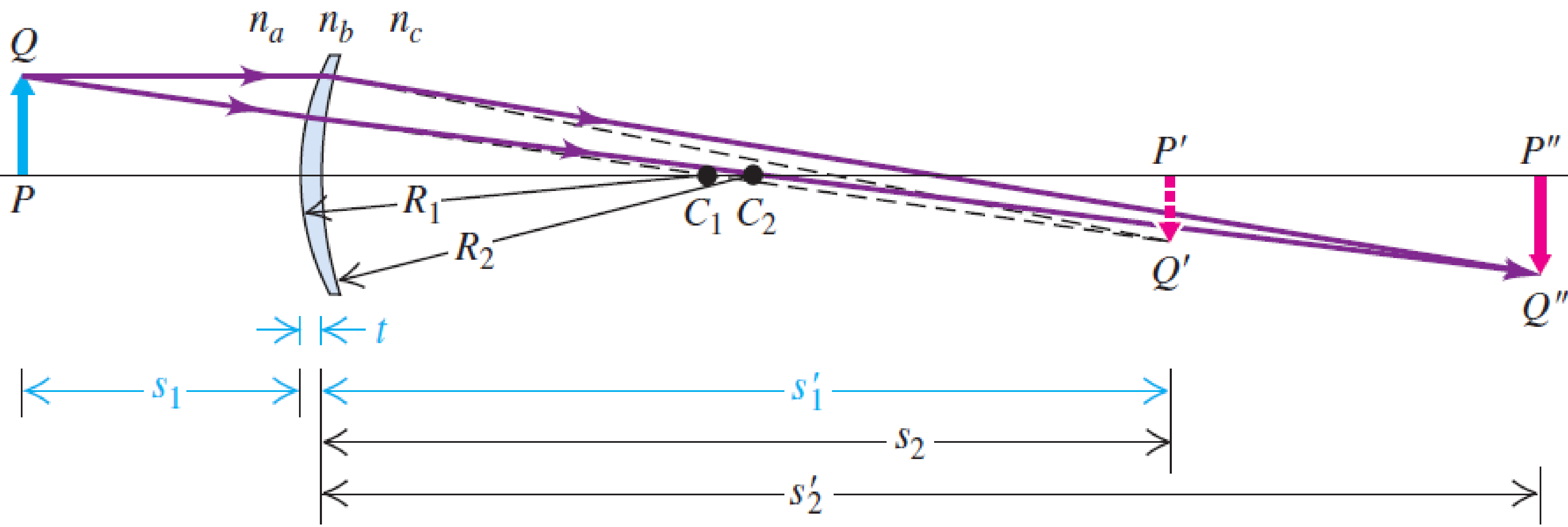
LENTES



Si el índice de refracción de la lente es mayor que la del medio las convexas son convergentes y las cóncavas son divergentes. Si no, es al revés.

Ecuación del fabricante de lentes

La lente está formada por dos dioptras: La imagen de la primera sirve como objeto de la segunda.



$$\frac{n_a}{s_1} + \frac{n_b}{s'_1} = \frac{n_b - n_a}{R_1}$$

$$\frac{n_b}{s_2} + \frac{n_c}{s'_2} = \frac{n_c - n_b}{R_2}$$

$$\frac{1}{s_1} + \frac{n}{s'_1} = \frac{n - 1}{R_1}$$

$$-\frac{n}{s'_1} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1 - n}{R_2}$$

Sumamos las dos ecuaciones:

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_2} = (n - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\boxed{\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}$$

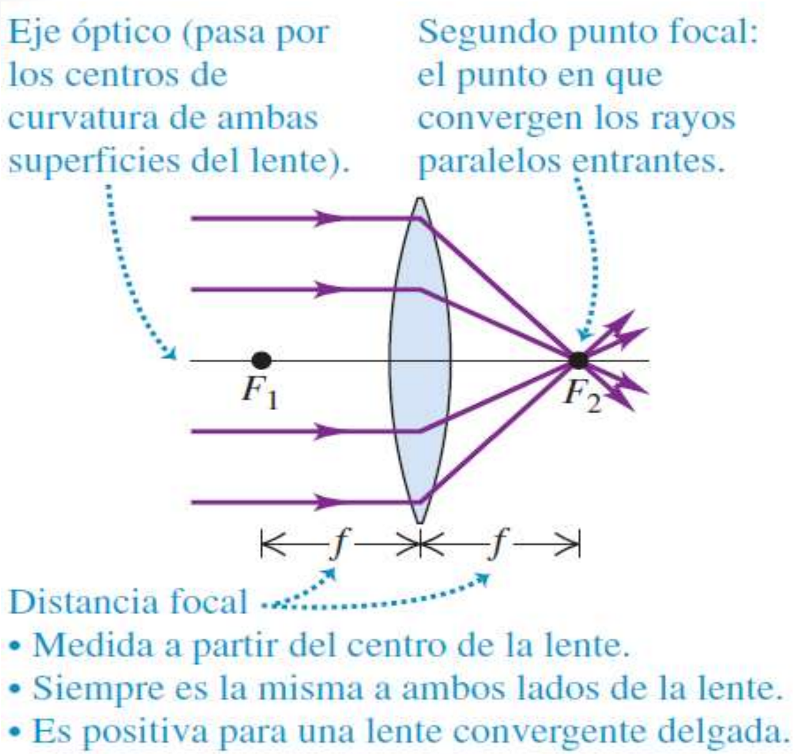
Si el objeto está muy lejos: $s \rightarrow \infty$,
s' se define como el foco imagen de la lente delgada.

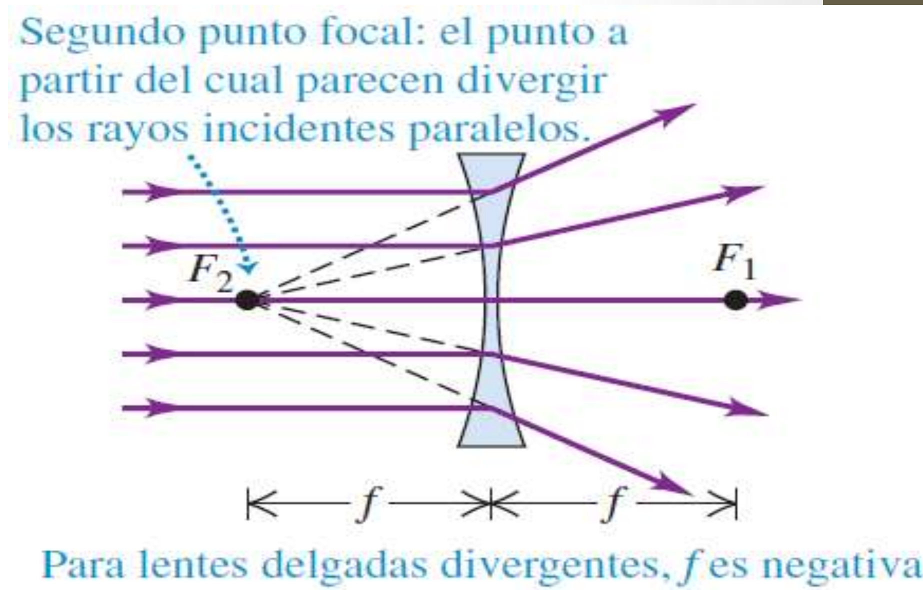
Si la imagen se forma muy lejos: $s' \rightarrow \infty$,
s debe estar en el foco objeto de la lente delgada.

En el caso de lentes delgadas: $f_o = f_i$

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$ (ecuación del fabricante de lentes para una lente delgada)

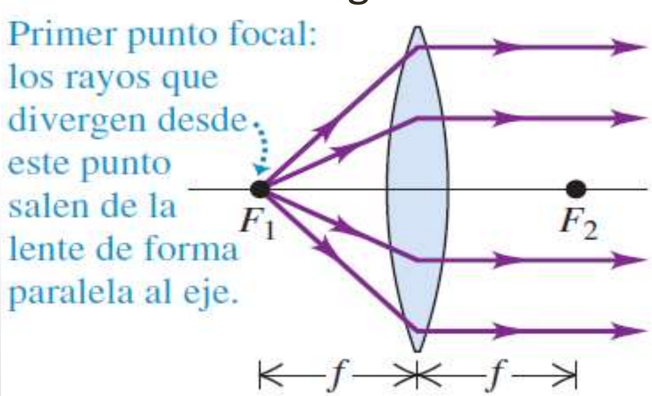
Lentes delgadas:

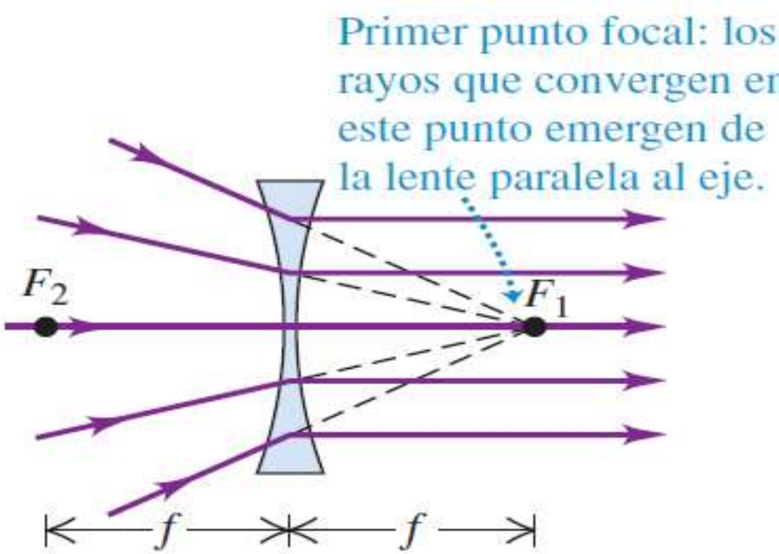




Lente divergente

b) Lente convergente

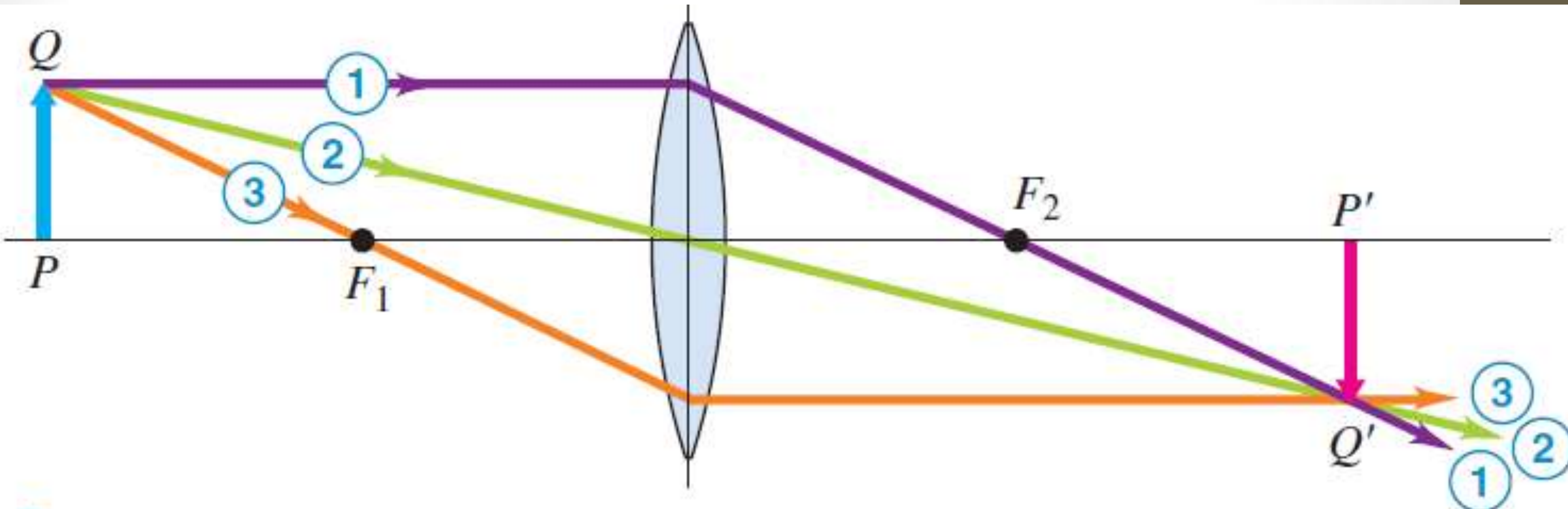




Método gráfico

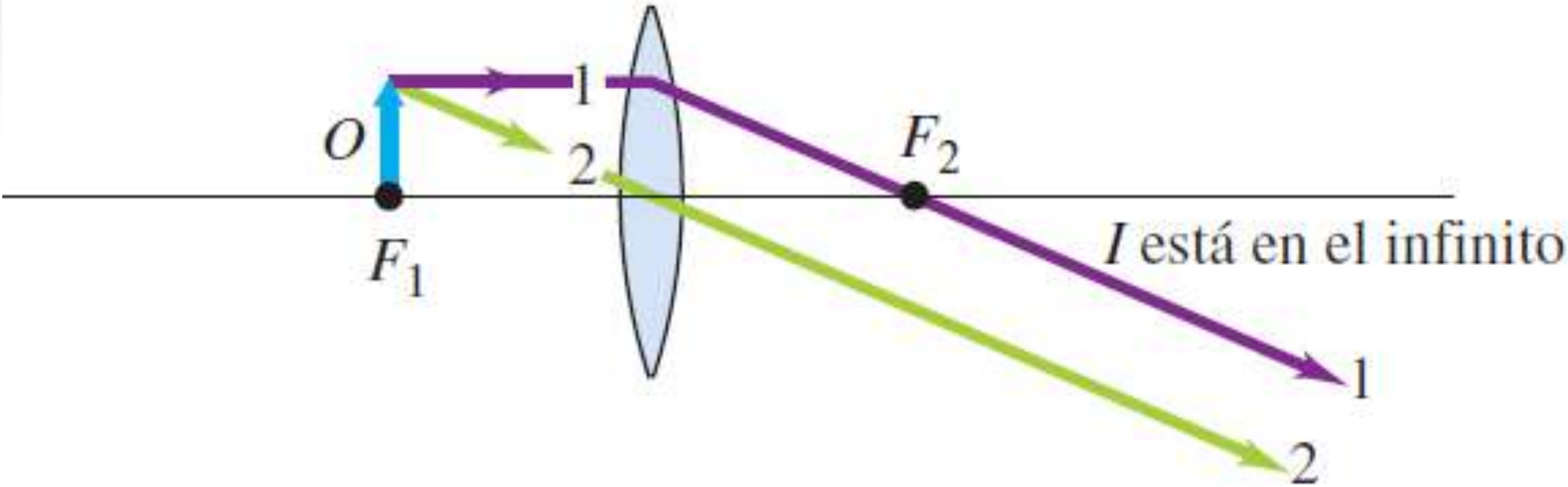
1. *Un rayo paralelo al eje* emerge de la lente en una dirección que pasa por el segundo punto focal F_2 de una lente convergente, o que parece provenir del segundo punto focal de una lente divergente.
2. *Un rayo que pasa por el centro de la lente* no se desvía en grado apreciable; en el centro de la lente las dos superficies son paralelas; por lo tanto, este rayo emerge prácticamente con el mismo ángulo que tenía al entrar y a lo largo de la misma recta.
3. *Un rayo que pasa por el primer punto focal F_1 (o avanza hacia éste)* emerge paralelo al eje.

Lente convergente: Objeto real

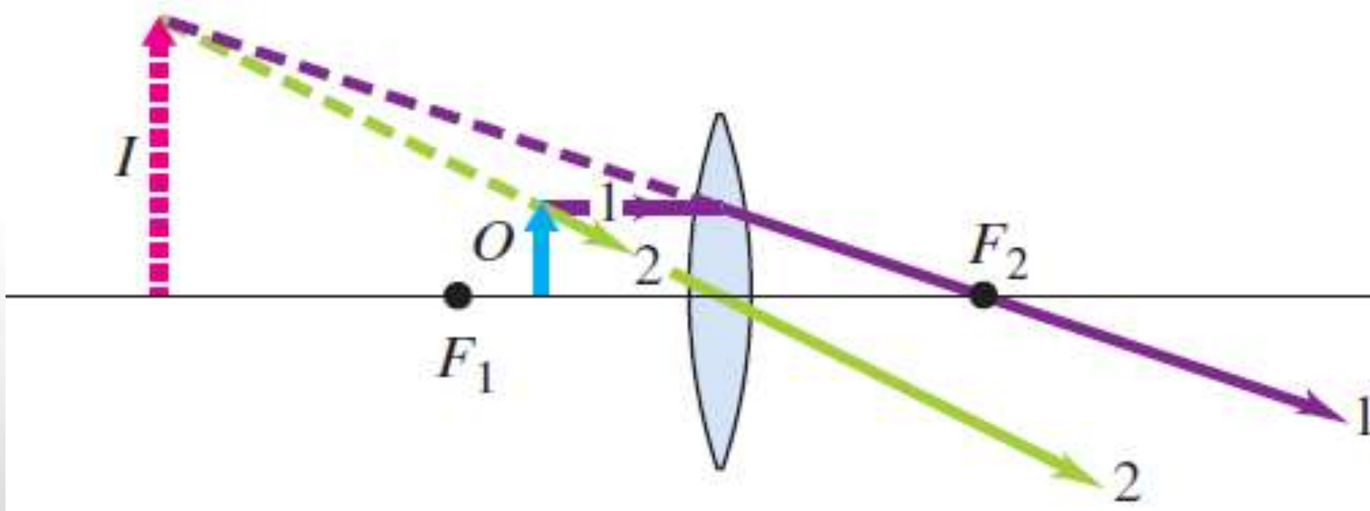


1. El rayo incidente paralelo se refracta para pasar por el segundo punto focal F_2.
2. El rayo que pasa por el centro de la lente no se desvía considerablemente.
3. El rayo que pasa por el primer punto focal F_1 emerge paralelo al eje.

El objeto O está en el punto focal; la imagen I está en el infinito

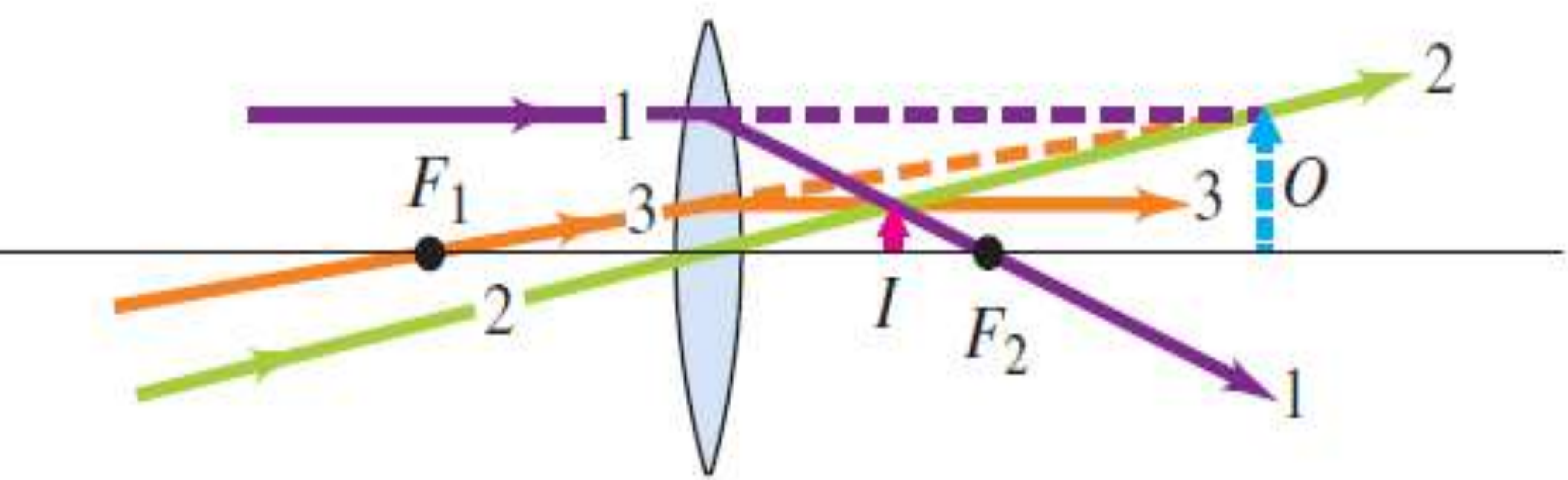


El objeto O está adentro del punto focal;
la imagen I es virtual y más grande que el objeto

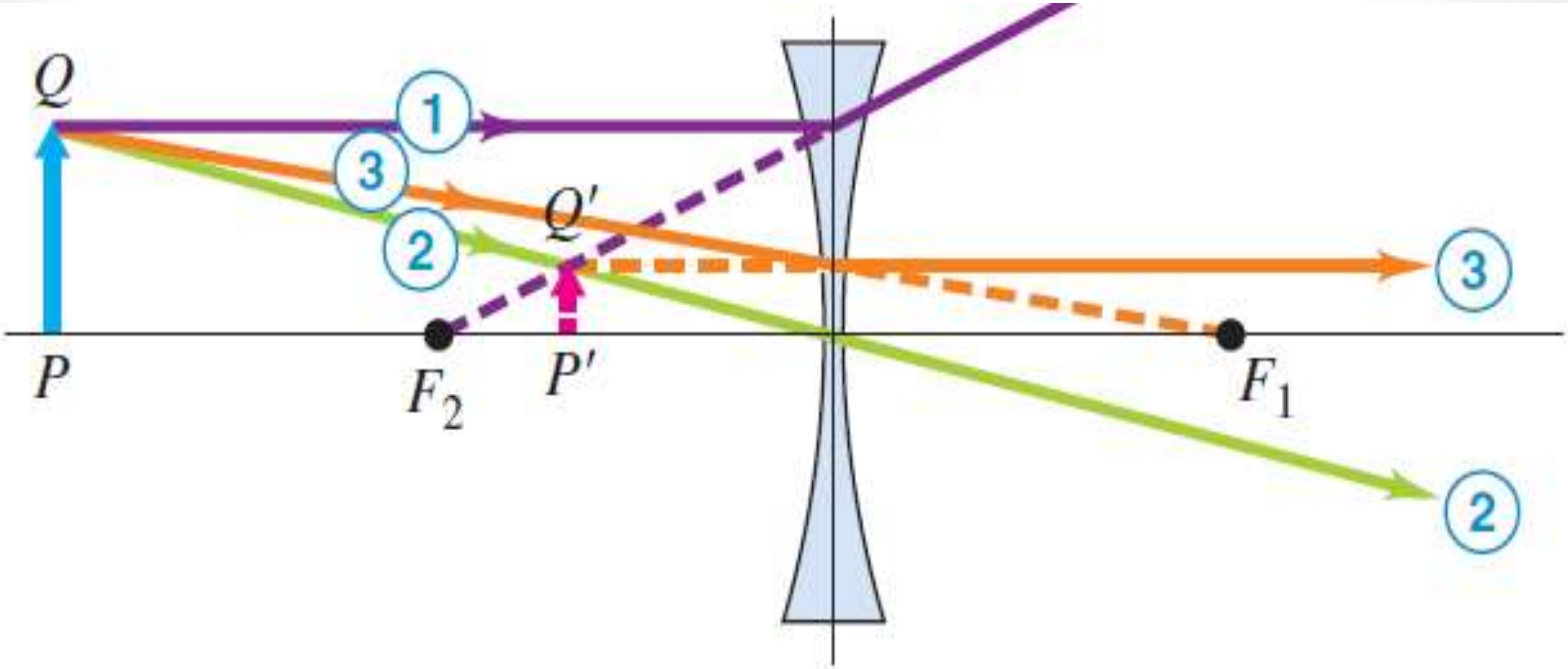


Lente convergente: Objeto virtual

Un objeto virtual *O* (los rayos luminosos *convergen* en la lente)



Lente divergente: Objeto real



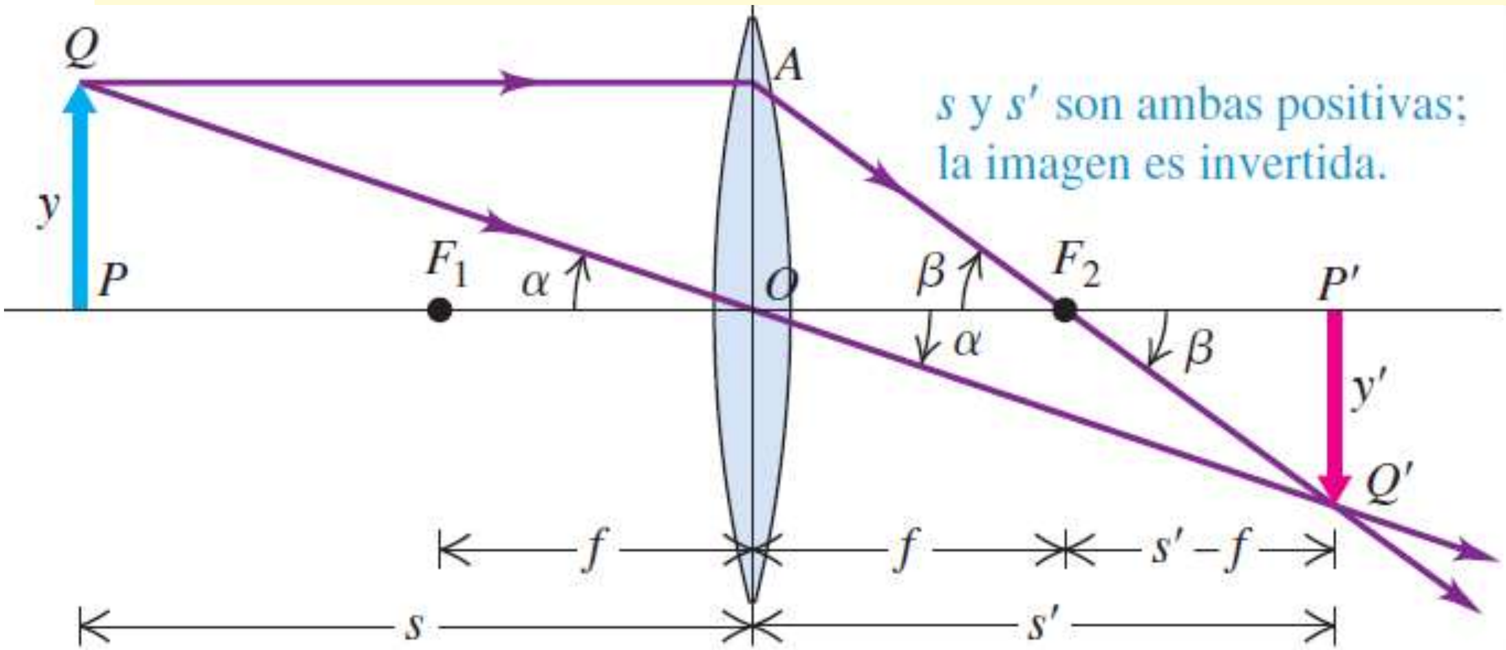
(1) Después de refractarse parece que el rayo incidente paralelo proviene del segundo punto focal F_2.

(2) El rayo que pasa por el centro de la lente no se desvía considerablemente.

(3) El rayo que pasa por el primer punto focal F_1 emerge paralelo al eje.

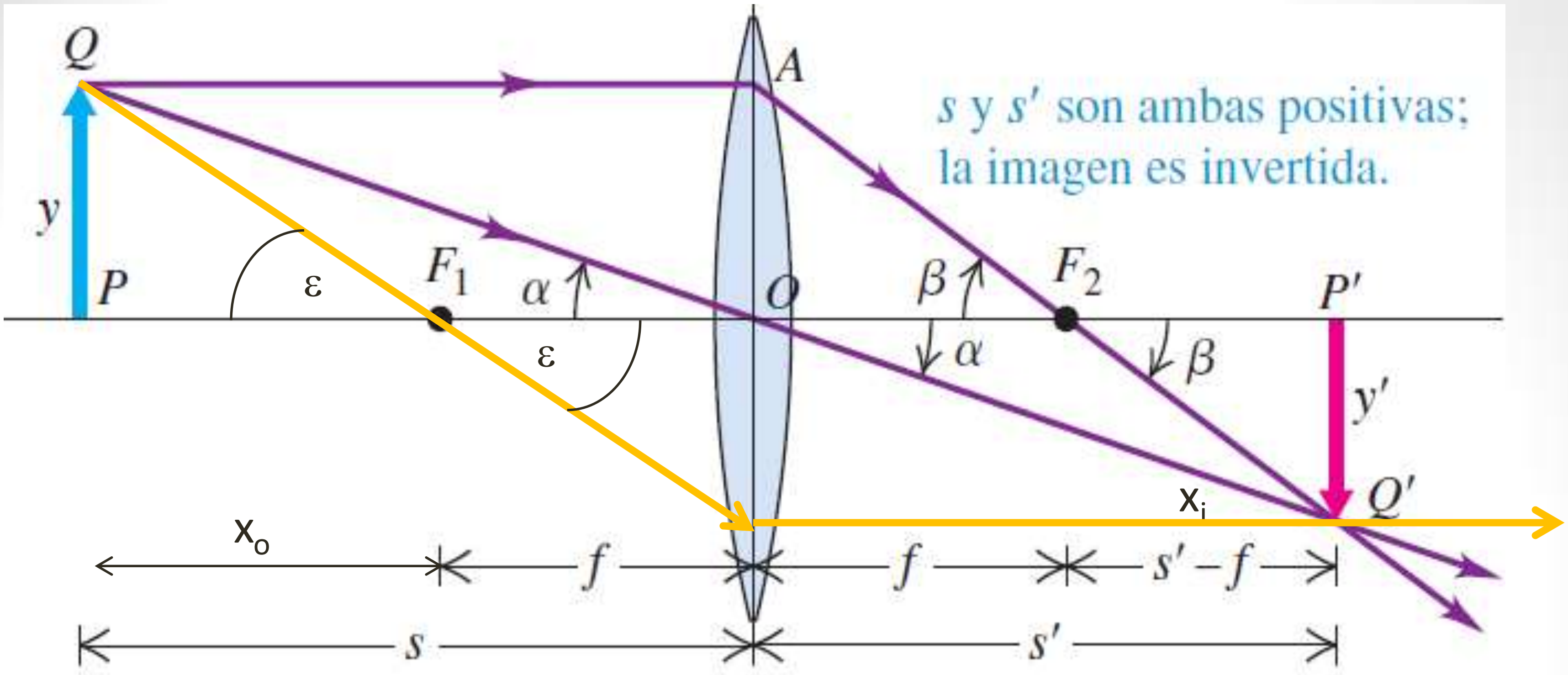
Aumento lateral

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \qquad \text{(relación objeto-imagen, lente delgada)}$$



$$\frac{y}{s} = -\frac{y'}{s'} \quad \text{o bien} \quad \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

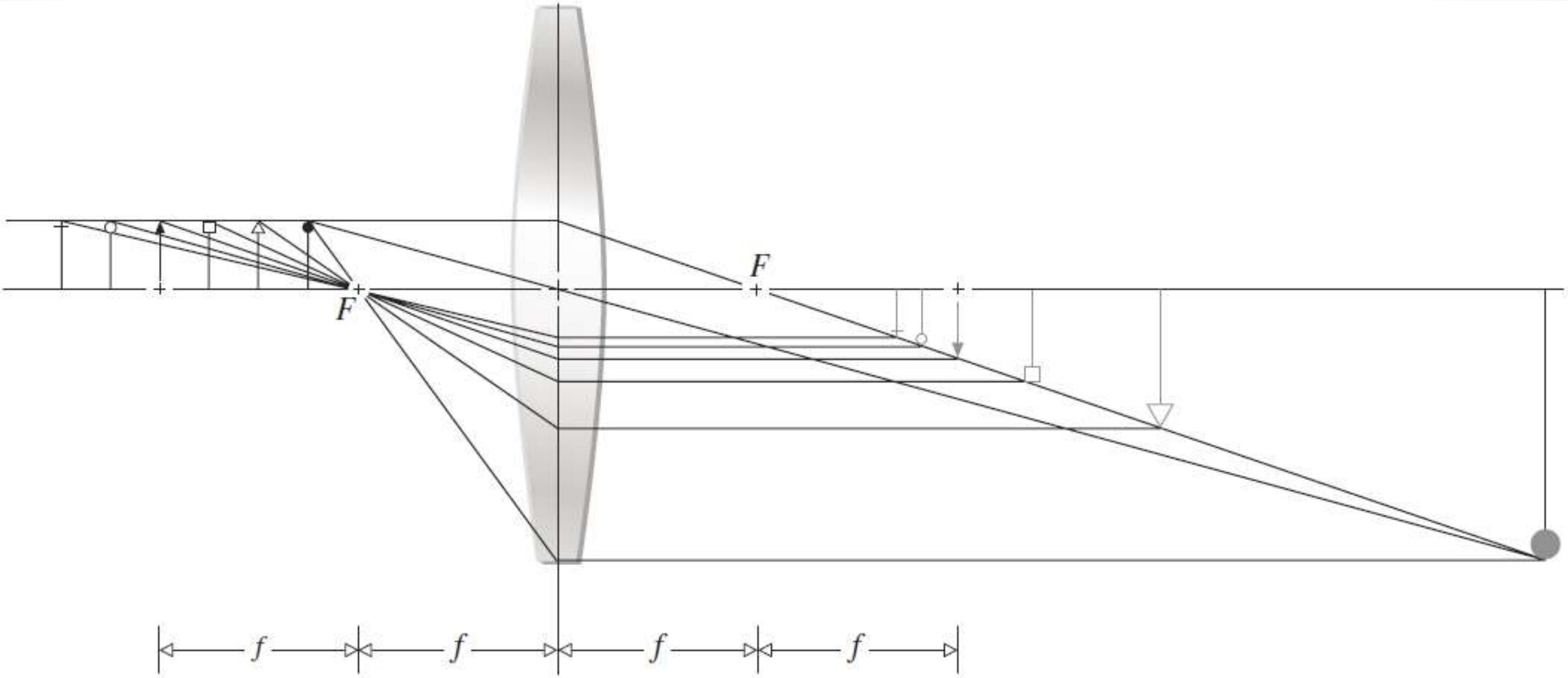
$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$



$$\tan\alpha = \frac{y}{f} = -\frac{y'}{x_i} \qquad \tan\varepsilon = \frac{y}{x_o} = -\frac{y'}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{x_i}{f} = -\frac{f}{x_0} \quad \Rightarrow x_0 x_i = f^2$$ fórmula de Newton

Aumento longitudinal



$$m_{long} = \frac{dx_i}{dx_o} = \frac{d\left(f^2/x_o\right)}{dx_o} = -\frac{f^2}{x_o^2} = -m^2$$

Entonces $m_{long} < 0$