

Polarización: ejs. 23-27, guía 5

Guido Schifani

4 de noviembre de 2014

CONCEPTOS GENERALES

MATRIZ DE POLARIZACIÓN (POLAROID) SEGÚN EJE $\hat{x}$

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

LAMINA DE CUARTO DE ONDA, DONDE EL “EJE RÁPIDO” ESTA EN LA DIRECCIÓN $\hat{x}$

$$L_{\frac{\lambda}{4}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \pm i \end{pmatrix}$$

LAMINA DE MEDIA ONDA, DONDE EL “EJE RÁPIDO” ESTA EN LA DIRECCIÓN $\hat{x}$

$$L_{\frac{\lambda}{2}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

MATRIZ DE ROTACIÓN. LA INVERSA ES LO MISMO QUE GIRAR PARA EL OTRO LADO, OSEA EN $-\theta$

$$R_{\theta} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

EJ 23

$$\begin{aligned} \text{i) } \vec{E}_i(z, t) &= E_{ni} e^{i(wt - kz + \phi_x)} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{i\Delta\phi} \end{pmatrix} \\ \text{ii) } \vec{E}_{ii}(z, t) &= E_{nii} e^{i(wt - kz + \phi_x)} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{i\Delta\phi} \end{pmatrix} + E_{cii} e^{i(wt - kz)} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Al pasar luz natural por un polaroid, la luz que sale no depende del ángulo del polaroid respecto al sistema de referencia.

$$\langle I(t) \rangle_T \approx \frac{A^2}{2} (\cos \theta + e^{i\Delta\phi} \sin \theta) (\cos \theta + e^{-i\Delta\phi} \sin \theta)$$

$$\langle \langle I(t) \rangle_T \rangle_{\Delta\phi} \approx \frac{A^2}{2} \langle (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta + 2 \cos \theta \sin \theta \cos \Delta\phi) \rangle = \frac{A^2}{2}$$

Si incide luz circularmente polarizada, también la intensidad de la luz que sale es la mitad de la incidente.

Por lo tanto, si tenemos luz, la hacemos pasar por un polaroid y no hay cambio en la intensidad del haz podemos estar en los siguientes casos. a) Luz circular, b) Luz Natural o c) Mezcla de natural y circular

Para discernir en cual condición estamos, luego del haz incidente ponemos una lámina $\frac{\lambda}{4}$ y luego el polaroid, y giramos el polaroid. Si la luz fuera circular, al hacerla pasar por la lámina, sale linealmente, y al pasar por el polaroid, existirá un ángulo de este en el cual no hay intensidad transmitida. Si fuera natural, al pasar por la lámina, esta sigue siendo natural, y al pasar por el polaroid, para cualquier ángulo, la intensidad no varía. Y si es una mezcla de natural y circular, al pasar por la lámina, la circular se convierte en lineal, y la natural queda natural, y al pasar por el polaroid, la natural aportara una intensidad constante, en la cual se le suma la lineal cuando el eje de transmisión coincide con el del polaroid, y tendrá un mínimo cuando es perpendicular.

$$\vec{E}_{iiT}(z, t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \left[E_{nii} e^{i(wt - kz + \phi_x)} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{i\Delta\phi} \end{pmatrix} + E_{cii} e^{i(wt - kz)} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \end{pmatrix} \right]$$

donde

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & i \sin \theta \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Por lo tanto

$$\vec{E}_{iiT}(z, t) = E_{nii} e^{i(wt - kz + \phi_x)} \begin{pmatrix} \cos \theta + i \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix} + E_{cii} e^{i(wt - kz)} \begin{pmatrix} \cos \theta - \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

Es fácil ver que existe un ángulo el cual se anula la contribución de la luz circularmente polarizada. Este es cuando $\cos \theta - \sin \theta = 0$, por lo tanto $\theta = \frac{\pi}{4}$

EJ 24

Tenemos luz elípticamente polarizada derecha, y la queremos transformar a circularmente polarizada izquierda, tratando que sea lo más intensa posible, utilizando 2 láminas de cuarto de onda y polarizadores.

Como queremos que sea lo más intensa posible, evitaremos utilizar los polarizadores, ya que los mismos quitan intensidad (ley de Malus).

Podemos escribir el haz elípticamente polarizado de la siguiente forma.

$$\vec{E}(z, t) = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \begin{pmatrix} 4 \\ i \end{pmatrix}$$

Si lo hacemos pasar por una lamina

$$\vec{E}^1(z, t) = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ i \end{pmatrix} = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

obtenemos la siguiente expresión, en los ejes x, y , que es una onda linealmente polarizada

$$\vec{E}^1(z, t) = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}_{x, y}$$

Pero también podemos escribir este haz, haciendo que solo tenga una componente en x_1, y_1 , calculándole el modulo al haz, o rotándolo $\vec{E}^1(z, t) = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \begin{pmatrix} \sqrt{17} \\ 0 \end{pmatrix}_{x_1, y_1}$

$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Lineal de ángulo $\alpha = \arctan(\frac{1}{4}) \simeq 14$. Por lo tanto, tengo que rotar la segunda lámina 59 o -31 grados

Rotamos ± 45 grados el campo

$$\vec{E}^1(z, t) = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & \pm 1 \\ \mp 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{17} \\ 0 \end{pmatrix}_{x_1, y_1} = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \sqrt{\frac{17}{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \mp 1 \end{pmatrix}_{x_2, y_2}$$

Hacemos pasar por una lámina de cuarto de onda

$$\vec{E}^2(z, t) = L_{\frac{\lambda}{4}} \vec{E}^1(z, t)$$

$\vec{E}^2(z, t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} \vec{E}^1(z, t) = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \sqrt{\frac{17}{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \end{pmatrix}_{x_2, y_2}$ Donde va a ser ± 45 grados si quiero un haz circularmente polarizado derecha o izquierda.

EJ 26

Queremos transformar una onda linealmente polarizada, a otra elípticamente polarizada, donde su eje mayor sea 3 veces el menor.

$$\vec{E}(z, t) = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Para esto, hacemos pasar el haz por una lámina de cuarto de onda, y lo rotamos arbitrariamente $\vec{E}_T(z, t) = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\vec{E}_T(z, t) = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \begin{pmatrix} \cos \theta \\ -i \sin \theta \end{pmatrix}$$

Como sabemos a qué queremos llegar (elípticamente polarizada, eje mayor=3 eje menor), es cuestión de encontrar a qué ángulo sucede esto, igualando las ecuaciones.

$$\vec{E}_T(z, t) = A e^{i(\omega t - kz)} \begin{pmatrix} 1 \\ -i3 \end{pmatrix} = A \sqrt{10} e^{i(\omega t - kz)} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{10}} \\ -i \frac{3}{\sqrt{10}} \end{pmatrix}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\sin \theta = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\theta = \arctan \frac{1}{3} + 2\pi n \text{ con } n \text{ entero}$$

EJ 27

El desfase que es producido por una lámina retardadora se escribe de la siguiente forma
 $\Delta\phi = (n_e - n_o)\frac{w}{c}L$

Para las láminas de cuarto de vuelta, sabemos que el desfase es $\Delta\phi = \pm\frac{\pi}{2}(2m+1)$

Si es de media vuelta $\Delta\phi = \pm m\pi$

En el problema, para el haz con frecuencia w_1 la lámina se comporta como de cuarto de onda, y para w_2 como de media onda.

Por lo tanto

$$(n_e - n_o)\frac{w_1}{c}L = \pm\frac{\pi}{2}(2m+1) = \frac{\pi}{2}$$

y

$$(n_e - n_o)\frac{w_2}{c}L = \pm m\pi = \pi$$

Si dividimos ambas tenemos

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{1}{2}$$

o

$$w_2 = 2w_1$$