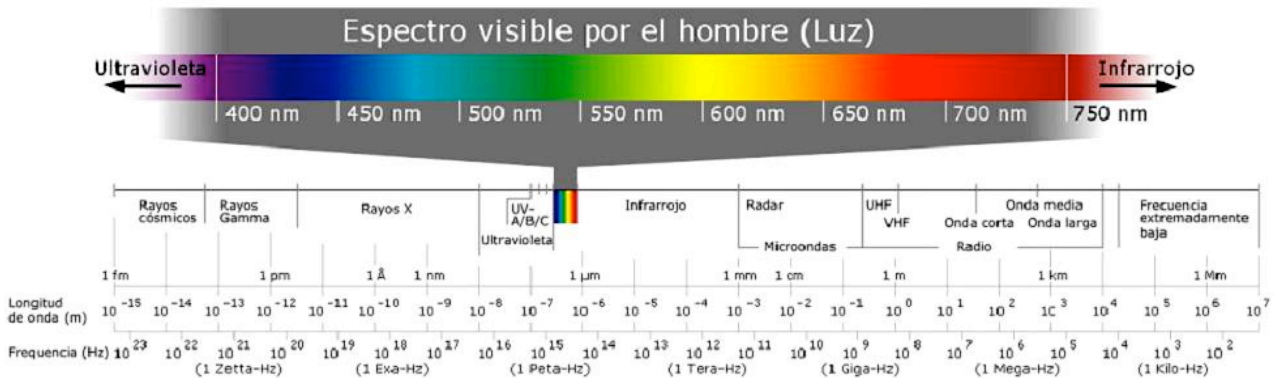


## SERIE 1. Óptica Geométrica

### I. Introducción

1. La luz corresponde a la radiación electromagnética en la banda angosta de frecuencias de alrededor de  $3,84 \times 10^{14}$  Hz hasta aproximadamente  $7,69 \times 10^{14}$  Hz, mientras que, por ejemplo, la banda de frecuencias correspondiente a las emisiones de radio usadas en forma local comprenden para tipo AM desde 540 kHz hasta 1600 kHz, y para aquellas del tipo FM desde 88 MHz hasta 108 MHz; pero todas ellas viajan en el vacío a la misma velocidad:  $c \approx 3 \times 10^8$  m/s = 300000 km/s.



Espectro de las ondas electromagnéticas ( $\lambda$  correspondiente al vacío)

- a) Un haz de luz se propaga en cierto tipo de vidrio. Sabiendo que la velocidad de la luz es  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s, que la longitud de onda del haz en vacío es  $\lambda_0 = 500$  nm y que el haz se propaga en el medio con una velocidad  $v = 2 \cdot 10^8$  m/s, calcule la frecuencia del haz, el índice de refracción del vidrio y a longitud de onda de la luz en el vidrio
- b) Un rayo de luz cuya longitud de onda en el vacío es  $\lambda_0 = 600$  nm atraviesa una distancia de 5 mm en aire ( $n_{\text{aire}} = 1.000293$ ). ¿Cuánto tarda y cuántas ondas están contenidas en esa distancia? ¿Cuántas ondas de rayos X (longitud de onda 10 nm) y cuántas ondas de radio AM (1.6 MHz) y FM (108 MHz) están contenidas en esa distancia?
- c) Una lámina de vidrio de índice de refracción  $n_v = 1.5$  tiene un espesor de 5 mm. ¿Cuánto tarda luz ( $\lambda_0 = 600$  nm) en atravesarla y cuántas ondas contiene la lámina? Compare los resultados obtenidos con los correspondientes a la misma onda en aire.

### II. Reflexión y refracción en superficies planas

2. Un rayo incide en una interfase agua-vidrio ( $n_{\text{agua}} = 1.3$ ;  $n_{\text{vidrio}} = 1.5$ ) formando un ángulo de  $80^\circ$  con la normal
- i) Si el rayo incide desde el agua, calcule los ángulos que forman los rayos reflejado y transmitido con la normal.
- ii) Analice el caso equivalente cuando la luz incide desde el vidrio

3. a) Un rayo de luz que pasa por  $A=(0,2)$  y, luego de reflejarse en un espejo plano ( $y=0$ ), pasa por el punto  $B=(10,4)$ . Calcule la posición  $x$  en la cual el rayo se refleja.

b) Un rayo de luz que pasa por el punto  $A=(0,y)$ , se refracta en una interfase plana de separación aire-vidrio (plano  $y=0$ ) y pasa luego por el punto  $B=(10,-4)$ . Sabiendo que el rayo atraviesa la interfase en el punto  $(7,0)$ , calcule el valor de  $y$ .

4. Se tienen tres medios distintos con índices  $n_1$ ,  $n_2$  y  $n_3$ , separados entre sí por superficies planas paralelas. Un rayo que incide sobre la superficie de separación entre  $n_1$  y  $n_2$  con un ángulo de  $45^\circ$  sale rasante luego de refractarse en la superficie de separación entre  $n_2$  y  $n_3$ . Sabiendo que  $n_2 = 1,5$  y  $n_3 = 1,2$ :

a) Calcule  $n_1$ .

b) ¿Qué sucedería si reemplaza el tercer medio ( $n_3$ ) por otro de índice  $n_1$ ?

5. a) Demuestre que un rayo que incide sobre una lámina de caras paralelas (de espesor  $h$ , e índice  $n_l$ ) inmersa en un medio único (de índice  $n_{\text{medio}}$ ) no se desvía al atravesarla (sólo se desplaza). Calcule el desplazamiento del haz en función del ángulo de incidencia  $\theta$ , el espesor de la lámina y los índices de refracción.

b) ¿Existe algún ángulo de incidencia tal que se produzca reflexión total en la cara interior? ¿Y si el medio exterior tiene mayor índice de refracción que el de la lámina de caras paralelas?

$$\text{Resp. a) } d = h n_{\text{medio}} \sin \theta / (n_l^2 - n_{\text{medio}}^2 \sin^2 \theta)^{1/2}$$

6. Considere un conjunto de 10 superficies planas paralelas separadas entre sí por la misma distancia  $d$ . Cada par de superficies encierra un medio de índice de refracción diferente al de los adyacentes. La primera superficie está en contacto con el aire, y la última, con un medio que absorbe totalmente la luz que le pueda llegar.

Analizar qué sucede con un rayo que incide sobre la primera superficie en los siguientes casos

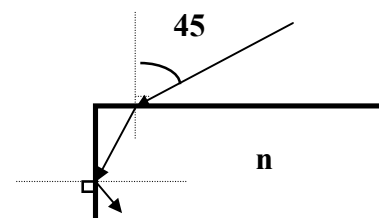
a) cuando  $n_1 > n_2 > n_3 > \dots > n_{10}$ .

b) cuando  $n_1 < n_2 < n_3 < \dots < n_{10}$ .

7. Un rayo de luz incide sobre una placa de vidrio inmersa en aire con un ángulo de incidencia de  $45^\circ$ .

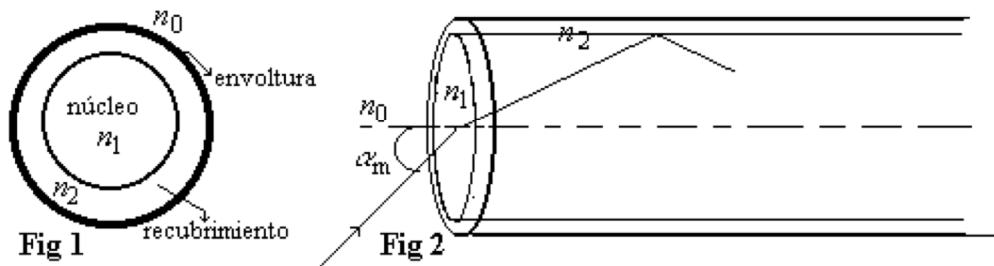
a) ¿Cuál debe ser el índice de refracción  $n$  del vidrio para que haya reflexión total en la cara vertical? ¿Con qué inclinación sale el rayo del otro lado a través de la interfase vidrio-aire?

b) (optativo) Este es un "efecto de borde", ¿qué pasa si el haz incide lejos del mismo? Considerando que el índice de refracción de esta lámina es  $n=1.5$  y el espesor es de 1cm, calcule la distancia del borde a la que debe incidir el haz de luz para no desviarse en el borde.



8. Un objeto luminoso pequeño situado en el fondo de un depósito de agua ( $n=4/3$ ) de 100 cm de profundidad emite rayos en todas direcciones. Si en la superficie del agua existiesen partículas finas (por ejemplo talco), se observa un círculo luminoso. Calcule el radio del círculo y explique por qué se observa esto.

9. La fibra óptica es un medio empleado habitualmente para la transmisión de redes de datos, con gran presencia actual en las telecomunicaciones y tendidos que atraviesan los océanos. Básicamente consiste es una hebra muy fina de cierto vidrio (cristal de Silicio o materiales plásticos adecuados), de alto índice de refracción (*núcleo*), cuyo diámetro no puede exceder los  $125 \mu\text{m}$ , que se recubre con un material de índice de refracción menor que el del propio núcleo (*recubrimiento*) con el fin de retener la luz dentro de él, y, que a su vez se protege con una *envoltura* exterior de material plástico muy flexible (fig 1). El funcionamiento de estas fibras está basado en el fenómeno de reflexión total sobre los rayos que, ingresando en un extremo, se reflejan sobre las paredes de separación entre el núcleo y el recubrimiento quedando así *encapsulados* hasta salir por el otro extremo, independientemente que la fibra siga o no una línea recta.



a) Demuestre que el *ángulo del cono de aceptación*  $\alpha_m$  que forman todos los rayos que ingresando en la fibra, como está indicado en la fig. 2, son reflejados en la superficie de separación entre el núcleo y su recubrimiento es

$$\text{sen}\alpha_m = \frac{n_1}{n_0} \left[ 1 - \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 \right]^{1/2}$$

siendo  $n_0$ ,  $n_1$ , y  $n_2$  los índices de refracción que corresponden al medio exterior, al núcleo de la fibra óptica y a su recubrimiento, respectivamente.

b) Como el cono de aceptación depende del índice que rodea a la fibra en el extremo de entrada, suele emplearse una magnitud denominada *apertura numérica* y que se define como

$$A.N. = n_0 \text{sen}\alpha_m.$$

Calcule la apertura numérica correspondiente a una fibra cuyo núcleo tiene un índice de refracción de 1.66 y el correspondiente a su recubrimiento es 1.4. Para estos valores, ¿cuál es el ángulo de aceptación si la luz proviene del aire? ¿Y si proviene del agua?

c) ¿Qué rango de valores debería tener el índice de refracción del recubrimiento de un núcleo cuyo índice es 1.66 para que todo rayo que incida desde el aire quede atrapado dentro de la fibra?

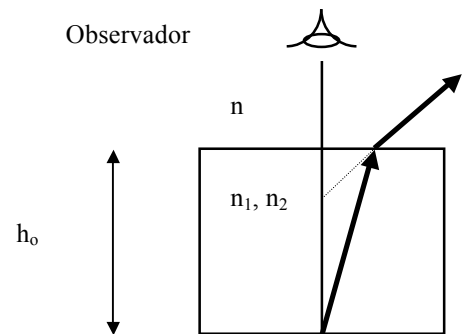
**10.** Sobre una superficie plana de separación vacío-cuarzo incide un haz de luz formando un ángulo de  $30^\circ$  respecto a la normal. El haz está formado por la mezcla de dos colores: azul ( $\lambda_a=400$  nm en el vacío) y verde ( $\lambda_v=500$  nm en el vacío). El rayo azul y el verde se refractan en el cuarzo con ángulos de  $19,88^\circ$  y  $19,99^\circ$  con la normal, respectivamente.

**a)** Halle los índices de refracción del cuarzo para el azul y el verde

**b)** Dado que el ojo humano detecta la frecuencia de la luz que recibe, discuta si el color que usted vería dentro del cuarzo sería distinto que lo que ve en el aire.

**11. a)** Una moneda se encuentra en el fondo de un vaso que contiene agua hasta una altura de 5 cm ( $n_{\text{agua}}=1.33$ ). Un observador la mira desde arriba ¿a qué profundidad ve la moneda?

**b)** Un objeto puntual que emite luz de dos colores (de frecuencias  $f_1$  y  $f_2$ ) se encuentra en el fondo de un cubo, cuyos índices de refracción para cada una de estos colores son  $n_1$  y  $n_2$ , respectivamente. ¿A qué altura sobre el fondo se encuentran las imágenes para un observador situado sobre el objeto fuera del cubo, si  $h_o = 40$  cm;  $n_1=1.25$ ;  $n_2 = 1.60$ ;  $n = 1$ ?

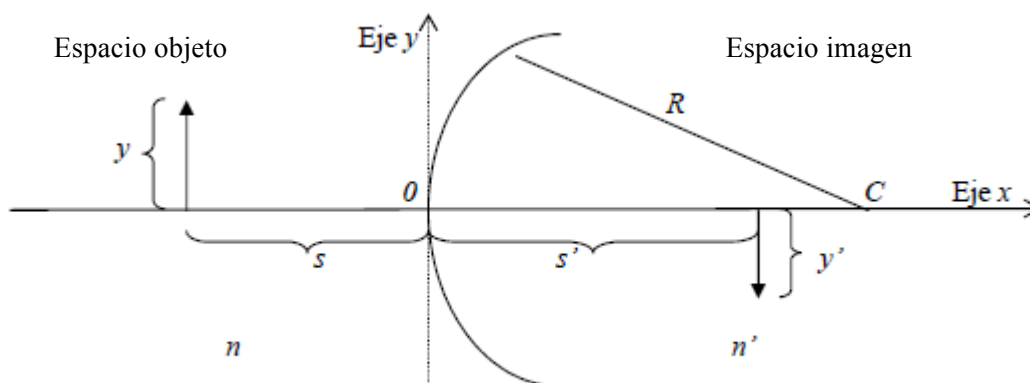


### III. Dioptras y espejos curvos y planos

#### Dioptras

Definimos: Espacio objeto: semi-espacio de donde viene la luz

Espacio imagen: el otro semi-espacio, hacia donde avanza la luz



Utilizando la Ley de Snell-Descartes, dentro de la aproximación paraxial, se puede demostrar que la ecuación para la formación de imágenes de dioptras esféricas es:

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{R} = \frac{n'}{f'} = \frac{n}{f} = \phi,$$

y el aumento es

$$m = -\frac{ns'}{n's} = \frac{y'}{y}$$

Convención de signos:

$s$ : posición del objeto (positiva en el espacio objeto, negativa en el espacio imagen)

$s'$ : posición de la imagen (positiva en el espacio imagen, negativa en el espacio objeto)

$y, y'$ : alturas del objeto y de la imagen (positivas hacia arriba)

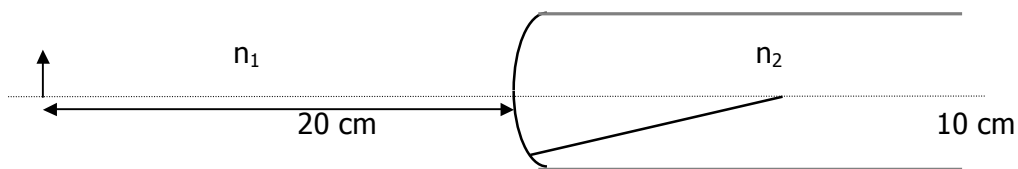
$R$ : radio de curvatura (positivo si en centro de curvatura  $C$  está en el espacio imagen)

$f, f'$ : distancias focales objeto e imagen (la misma convención de signos que  $s$  y  $s'$ )

$n, n'$ : índices de refracción del espacio objeto e imagen respectivamente

$\phi$ : potencia de la dioptra (positiva implica dioptra convergente; negativa para dioptra divergente)

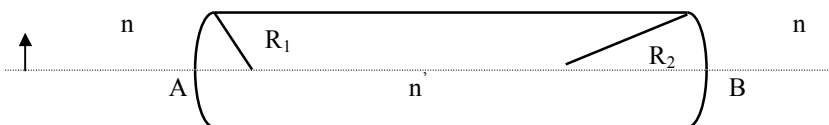
**12.** Considere una dioptra como la de la figura, cuyo radio de curvatura es de 10 cm, que separa aire ( $n_1=1$ , espacio objeto) de un medio de índice  $n_2=2$ .



- Calcule sus distancias focales. Establezca si es convergente o divergente
- Considere un objeto a 20 cm del vértice de la dioptra, en el aire, y encuentre la imagen del objeto analítica y gráficamente
- Idem b) para objetos reales a 5cm y 10 cm del vértice de la dioptra
- Idem a) pero cambiando los índices  $n_1=2$  y  $n_2=1$

**13.** Se tiene una varilla transparente como muestra la figura. Los módulos de los radios de curvatura son:  $|R_1| = 20$  cm y  $|R_2| = 40$  cm, la distancia entre los vértices A y B es de 160 cm y el material con el que se ha construido tiene un índice de refracción  $n'=2$ . La varilla se encuentra en aire y hay un objeto luminoso de 1 cm de altura colocado a 40 cm a la izquierda del vértice A.

- Halle la posición, naturaleza y tamaño de la imagen por cada una de las dioptras (analítica y gráficamente).
- Lo mismo pero suponiendo que el medio exterior tiene índice  $n=2$  y el interior  $n'=1$ .
- Discuta a) y b) en el caso en que la distancia entre los vértices fuera de 60 cm.



## Espejos

Dentro de la misma aproximación utilizada para dioptras, se puede demostrar que la ecuación para la formación de imágenes de espejos esféricos es:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{-2}{R} = \frac{1}{f'} = \frac{1}{f}$$

y el aumento es

$$m = -\frac{s'}{s}$$

En espejos los espacios objeto e imagen son coincidentes. La convención de signos es la misma que para dioptras.

**14.** a) Calcule el tamaño mínimo que debe tener un espejo plano para que una persona de 1.8 m de altura se vea entera.

b) Si sus ojos están a 1.7 m del piso, determine a qué altura del piso debe estar el espejo.

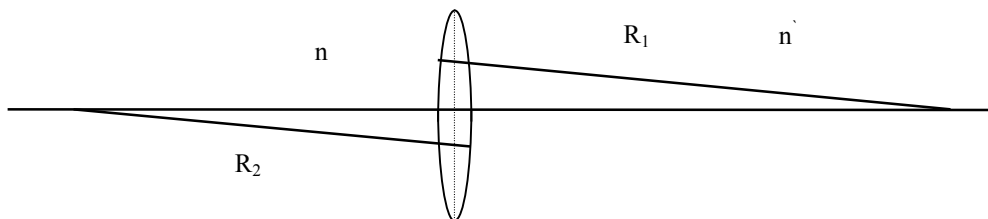
c) No depende de la distancia de la persona al espejo ¿Por qué?

**15.** Un espejo esférico cóncavo produce una imagen cuyo tamaño es el doble del tamaño del objeto, cuando la distancia objeto-imagen es de 15 cm. Calcule la distancia focal del espejo.

Nota: no aclara si la imagen es derecha o invertida. Revise los distintos casos

## IV. Lentes delgadas

A partir de la ecuación de la dioptra, con la misma convención de signos, se demuestra la ecuación para lentes delgadas dentro de la aproximación paraxial:



$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n_l}{R_2} + \frac{n_l - n}{R_1} = \frac{n'}{f'} = \frac{n}{f} = \phi$$

y el aumento lateral es

$$m = -\frac{ns'}{n's} = \frac{y'}{y}$$

donde  $n_l$  es el índice de refracción de la lente,  $R_1$  y  $R_2$  son los radios de curvatura de la primera y segunda lente (con su correspondiente signo según la convención).

Las lentes convergentes se esquematizan como en la figura (a) y las divergentes como en la figura (b)



Figura (a)



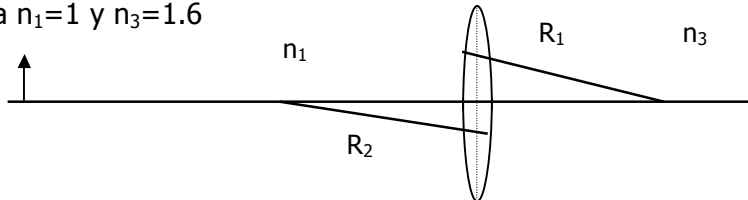
Figura (b)

**16.** Se coloca un objeto a 80 cm a la izquierda de una lente, como se muestra en la figura. La lente es delgada, de radios de curvatura  $|R_1| = 10$  cm;  $|R_2| = 10$  cm e índice  $n_{\text{lente}} = 1.5$ .

a) Analice como se comporta la lente y donde se formará la imagen si  $n_1 = n_3 = 1.6$

b) Idem a) para  $n_1 = n_3 = 1$

c) Idem a) para  $n_1 = 1$  y  $n_3 = 1.6$



**17.** Una lente equiconvexa de radio de curvatura 50 cm está fabricada de un vidrio de índice 1.5

a) Calcule las distancias focales cuando la lente está inmersa en aire ( $n=1$ )

b) Calcule las distancias focales cuando la lente está inmersa en agua ( $n=1.3$ )

c) Calcule las distancias focales cuando a la izquierda de la lente hay aire y a la derecha agua

d) Repita los cálculos para una lente equicóncava

**18.** Demuestre que si la lente está inmersa en un medio único, aunque no sea simétrica, las distancias focales no dependen de que cara de la lente recibe la luz.

**19.** Se coloca un objeto a 18cm de una pantalla. ¿En qué lugar entre la pantalla y el objeto se puede colocar una lente delgada convergente de distancia focal 4cm, para que la imagen del objeto esté sobre la pantalla? ¿Qué diferencia hay entre colocarla en una y otra posición? ¿Y si la distancia focal fuera de 5cm?

**20.** Un objeto está situado 8 cm por delante de una lente convergente de  $f' = 8$  cm. Una lente divergente de  $f' = -12$  cm está ubicada a 4 cm detrás de la primera. Halle la posición, tamaño relativo y naturaleza de la imagen final.

Resp. La imagen final se forma en el mismo lugar del objeto, es mayor ( $m=1.5$ ) y derecha

**21.** Tres lentes delgadas convergentes, todas de 20 cm de distancia focal, están alineadas sobre el mismo eje y a 30 cm entre sí.

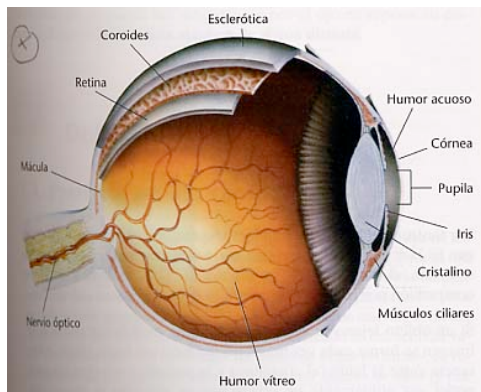
a) Encuentre la ubicación de la imagen de un objeto de 3 cm de altura colocado sobre el eje a una distancia de 60 cm a la izquierda de la primera lente.

b) Suponga que a 1m de la tercera lente se coloca un espejo divergente de  $|R| = 30$  cm. ¿Dónde estará la imagen formada por el espejo? ¿De qué tamaño será?

Resp. a) imagen real, derecha e igual tamaño que el objeto, a 60 cm a la derecha de la 3er lente; b)  $S_e = -10.9$  cm, imagen derecha de 8.1 mm

## V. Instrumentos ópticos

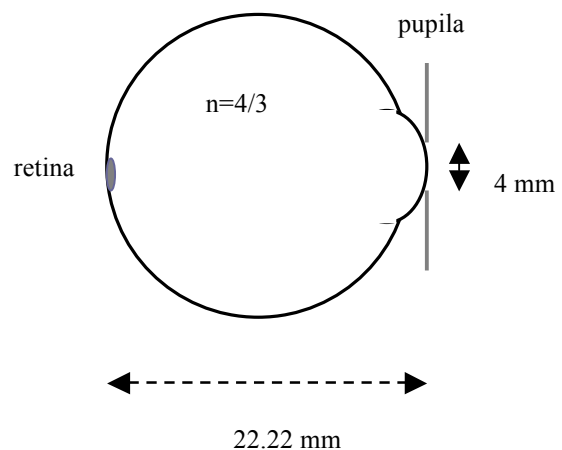
### El ojo humano



El punto más cercano que el ojo humano puede enfocar (función que cumple el *crystalino*) se conoce como punto próximo, que para un adulto con visión normal es de 25 cm. La máxima distancia a la que el ojo puede enfocar se denomina punto remoto; para adultos de visión normal ésta es prácticamente infinita. Lo característico de la *miopía* es la dificultad en la visión de lejos –es decir, el punto remoto está a una distancia finita–; mientras que la *hipermetropía* se caracteriza por la dificultad para ver con nitidez los objetos próximos –punto próximo mayor que el considerado normal.

Esquema de ojo reducido de Emsley

Una forma simplificada pero efectiva de representar al ojo humano para ciertos cálculos es utilizando el esquema reducido de Emsley





**22.** a) Calcule el radio de curvatura teórico de la cornea para que la imagen del objeto en infinito se forme en la retina (diámetro del globo ocular  $D=22.22$  mm, índice de refracción del humor vítreo  $4/3$ ). ¿Cuál es la distancia focal?

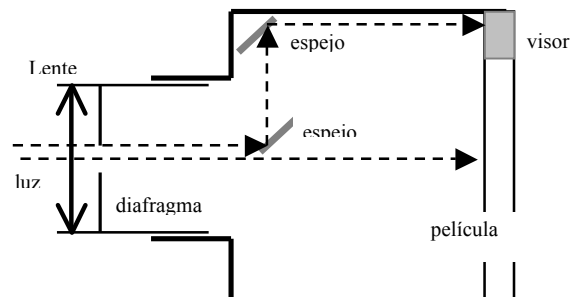
b) Cierta ojo miope tiene el punto remoto situado a 5 m, es decir no ve con nitidez más allá de esa distancia. ¿Qué tipo de lente debe usar para corregir este defecto? ¿Cuánto debe valer su distancia focal? ¿Afectará esa lente en la visión de objetos cercanos?

c) Cierta persona hipermetrope tiene el punto próximo a 75 cm en lugar de los 25 cm normales. ¿Qué tipo de lente debe usar para corregir ese defecto? ¿Cuánto debe valer su distancia focal? ¿Le será útil esta lente para ver objetos lejanos?

**23.** Se emplea una **cámara fotográfica** que tiene una lente de 12,7 cm de distancia focal para fotografiar a una persona de 1,8 m de altura.

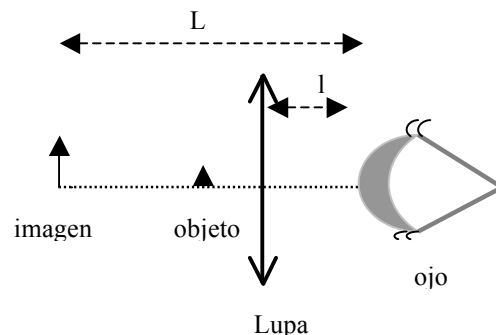
a) ¿A qué distancia de la persona debe ubicarse la lente para que el tamaño de la imagen sea de 7,62 cm?

b) ¿Cuál deberá ser la distancia entre la lente y la placa fotográfica?



El aumento angular  $\Gamma$  de un instrumento óptico se define como la razón entre el ángulo que subtende la imagen del objeto cuando se observa a través del instrumento y el ángulo que subtende el objeto ubicado en el punto próximo  $d_0$  (25 cm para el ojo normal) cuando se ve con el ojo desnudo.

**24.** La lupa consiste en una lente convergente cuya función es proveer una imagen de los objetos cercanos que es más grande de lo que se ve con el ojo desnudo.



a) Demuestre que el aumento angular  $\Gamma$  de una lupa de distancia focal  $f$ , colocada a una distancia  $l$  por delante del cristalino que forma una imagen a una distancia  $L$  del ojo es, en la aproximación paraxial,

$$\Gamma = \frac{d_0}{L} \left[ 1 + \frac{1}{f}(L - l) \right]$$

b) Calcule el aumento angular en las siguientes tres situaciones de interés:

i)  $l = f$

ii)  $l = 0$  y  $L = d_0$

iii)  $l = 0$  y el objeto ubicado sobre el foco principal objeto.

c) Con una lupa cuya distancia focal es de 10 cm, ¿cuál es el máximo aumento angular que se obtiene? Utilizando esta lente, graficar las tres situaciones enumeradas en el punto b).

**25.** Un microscopio tiene un objetivo de distancia focal  $f_1 = 4$  mm y el ocular de  $f_2 = 2,5$  cm.

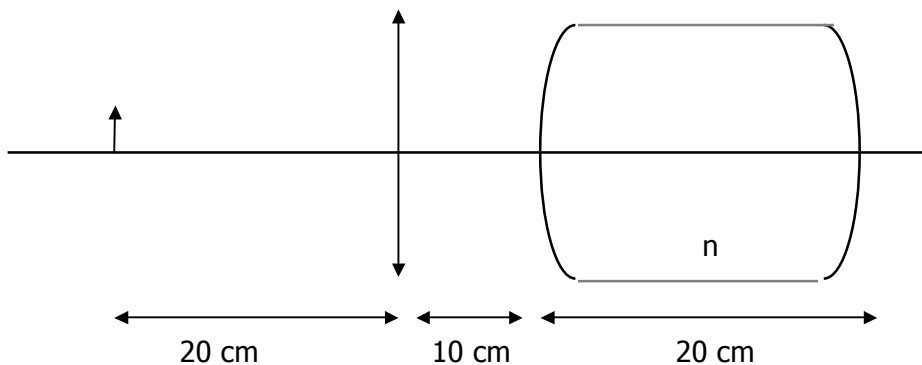
a) ¿A qué distancia del ocular debe estar la imagen formada por el objetivo para que la imagen resultante se forme a la distancia de visión óptima?

b) Si la separación entre el objetivo y el ocular es de 18 cm, ¿a qué distancia está el objeto del objetivo? ¿Qué magnificación tiene un microscopio con estas características?

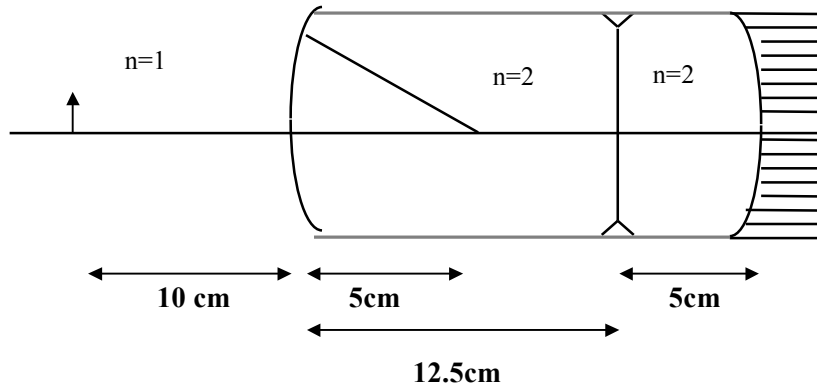
## Ejercicios Adicionales

**1.** Halle la posición, naturaleza y aumento de la imagen final analítica y gráficamente para el sistema de la figura.

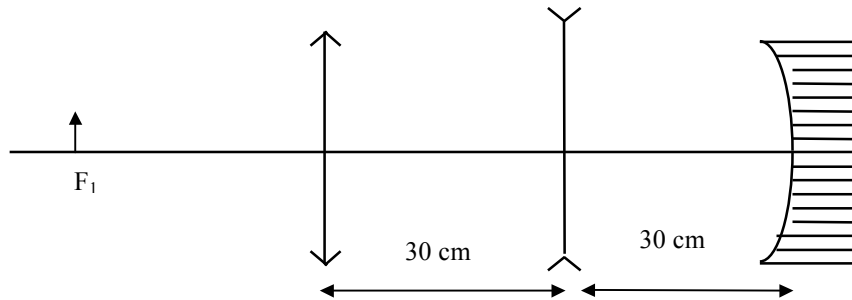
Datos: los radios de curvatura de las dos dioptras son iguales a 10 cm. La lente es biconvexa, está en aire y sus radios de curvatura miden 10 cm. La altura del objeto es de 1 cm. Los índices de refracción son  $n = 1,5$ ;  $n_{\text{lente}} = 1,5$ .



**2.** Un objeto de 1 cm de alto se encuentra a 10 cm del vértice de una dioptra (ver figura). Halle analítica y gráficamente la imagen final del sistema. Datos:  $|R| = 5$  cm ;  $|f_{\text{lente}}| = 7,5$  cm ;  $|R_{\text{espejo}}| = 20$  cm ;  $n = 2$

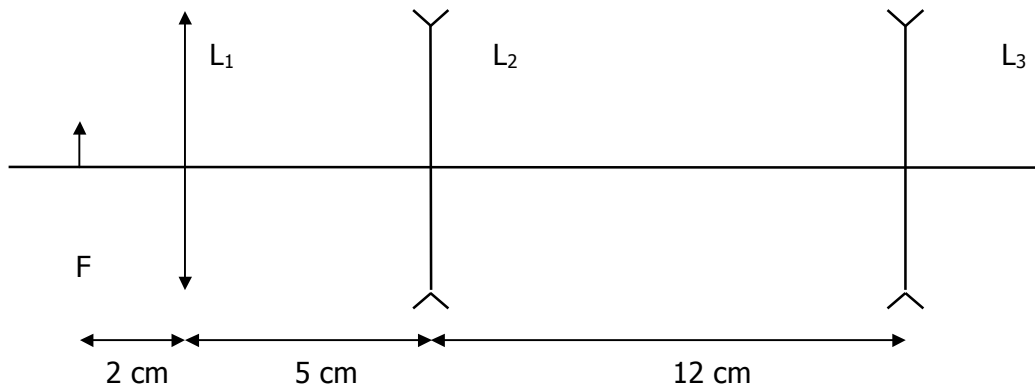


3. Se tiene un sistema tal como indica la figura en el cual el objeto está en el foco objeto de la lente. Se sabe que las dos lentes delgadas están construidas con un vidrio cuyo índice de refracción es de  $n = 1,5$ . La lente convergente es biconvexa y ambos radios son iguales. La lente divergente es bicóncava y ambos radios son iguales. El aumento total del sistema compuesto por las dos lentes es  $|A| = 2$ . El radio del espejo mide 10 cm. Los radios de curvatura de la lente convergente son de 10 cm.

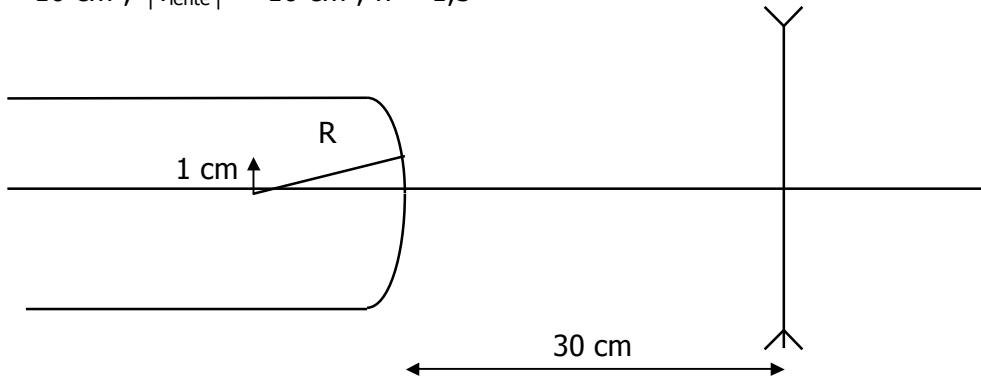


- a) Halle la posición de la imagen final y el radio de curvatura de la lente divergente.
- b) Confeccione el trazado de rayos.

4. Se tienen tres lentes como indica la figura. Calcular la distancia focal de la lente divergente  $L_3$  y hacer luego el trazado de rayos sabiendo que la imagen final se encuentra 3,75 cm a la izquierda de la lente  $L_3$ . Datos:  $f_1' = 2$  cm ;  $f_2' = -3$  cm.

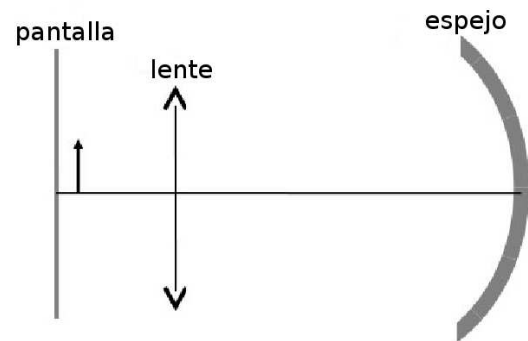


5. Halle analíticamente y gráficamente la imagen final (ubicación y altura) en el caso de la figura. Datos:  $|R_1| = 10 \text{ cm}$  ;  $|f_{\text{lente}}| = 10 \text{ cm}$  ;  $n = 1,5$

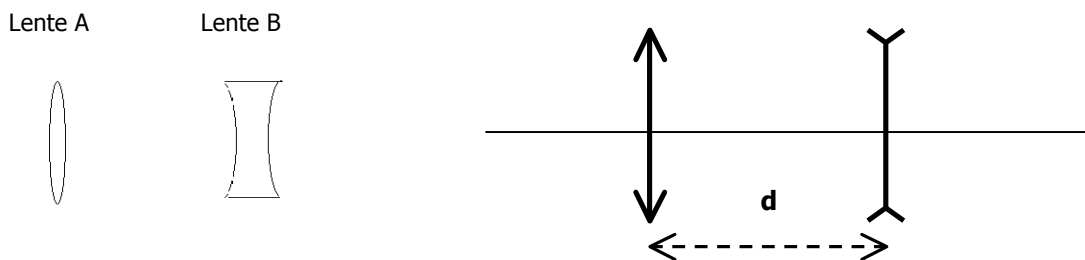


6. Se utiliza un sistema formado por una lente convergente de 10 cm de distancia focal y un espejo cóncavo colocado 50 cm detrás de la lente. Se observa la imagen de un objeto de 3 cm de altura distante 20 cm de la lente, en la pantalla que está colocada 10 cm detrás del objeto (ver esquema en la figura).

- a) Calcule el radio de curvatura del espejo y el tamaño de la imagen final. ¿Es derecha o invertida?
- b) Haga la marcha de rayos
- c) ¿Cómo sería la imagen si el espejo fuera convexo y de igual radio de curvatura? Aclare donde se formaría, tipo de imagen y tamaño.



7. Se tienen dos lentes delgadas, la lente A es biconvexa y la lente B es bicóncava. Las dos lentes son simétricas (iguales radios de curvatura) siendo los mismos de 9,24 cm para la lente A y 15,4 cm para la lente B, y están hechas de un vidrio de índice de refracción  $n_{\text{vidrio}}=1.5$ .



Se utilizan estas lentes, dispuestas como indica la figura, para observación subacuática (siendo el índice de refracción del agua  $n_{\text{agua}}=1.3$ )

- a) Calcule las distancias focales  $f_A$  y  $f_B$  de estas lentes sumergidas en agua y la potencia  $f$  de cada una en dioptrías ( $\text{m}^{-1}$ ).
- b) Se estudia un objeto de 1mm de altura distante 40 cm de la lente convergente (a la izquierda de la figura) ¿Que separación  $d$  habrá entre las lentes para que el aumento sea  $\times 150$ ?

c) Haga la marcha de rayos correspondiente

d) Que tipo de imagen se obtiene, aclare tamaño y posición respecto del objeto real que se está estudiando.

8. Se tiene una varilla de vidrio (índice  $n=2$ , largo 1.60 m) como la de la figura. Un extremo tiene radio de curvatura  $|R_1|=20$  cm. El otro extremo está espejado y tiene radio de curvatura  $|R_2|=40$  cm. Halle posición y tamaño de la imagen de un objeto de 1 cm de altura situado a 40 cm a la izquierda de la varilla. Note que la luz incide sobre la varilla por un extremo, se refleja en el espejo del extremo opuesto y vuelve a pasar por el primero.

