

RESUMEN 1 – F2 ByG

Ondas – conceptos generales

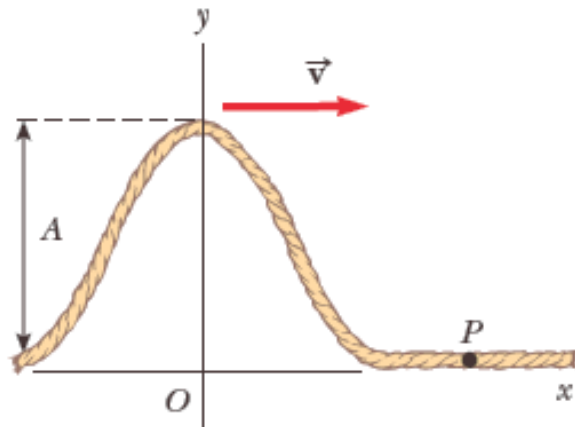
Una *onda* es una perturbación en un medio que se propaga a través del mismo a una velocidad constante v característica del medio.

- ✓ ondas mecánicas
- ✓ ondas electromagnéticas

Una ***onda transversal*** es una onda en la que los puntos del medio se mueven perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda.

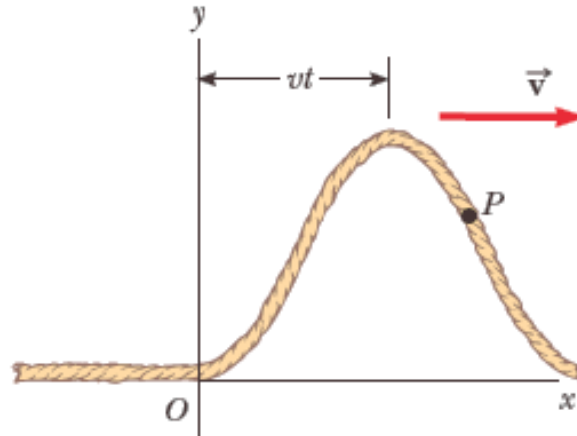
Una ***onda longitudinal*** es una onda en la que los puntos del medio se mueven hacia atrás y hacia delante, en dirección paralela a la de propagación de la onda.

Pulsos de onda



(a) Pulse at $t=0$

$$y(x, t) = y(x - vt, 0)$$



(b) Pulse at time t

$$y(x, t) = f(x - vt)$$

sentido positivo de x

$$y(x, t) = f(x + vt)$$

sentido negativo de x

La velocidad depende de las propiedades del medio siendo independiente del movimiento de la fuente de las ondas.

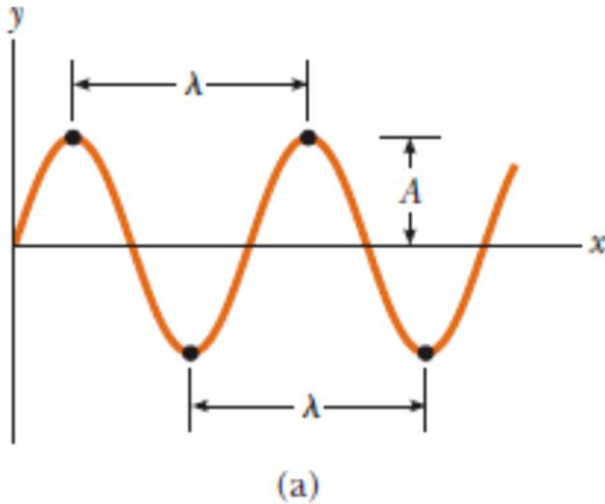
μ , densidad de masa lineal y F es la tensión

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$\mu = \frac{m}{L}$$

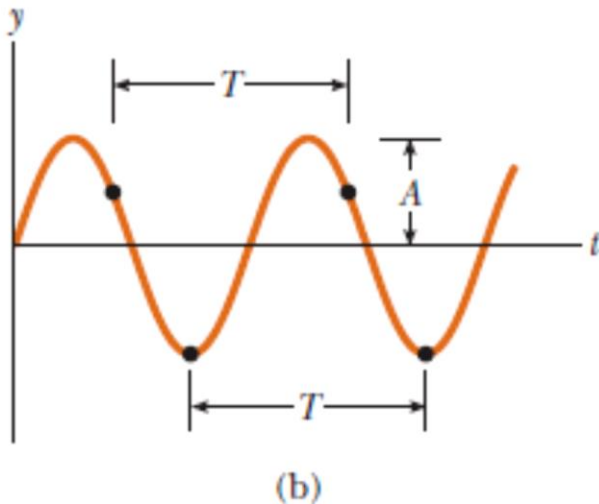
Ondas periódicas

Si una onda periódica se mueve a lo largo de una cuerda estirada o en cualquier otro medio, cada punto del medio oscila con el mismo período.



λ , la longitud de onda es la distancia mínima entre dos puntos cualesquiera en ondas adyacentes.

T , el período es el intervalo de tiempo requerido para que dos puntos idénticos de ondas adyacentes pasen por un punto



A , la amplitud de la onda es la máxima posición de un elemento del medio relativo a su posición de equilibrio

$$f = 1/T, \text{ Hz}$$

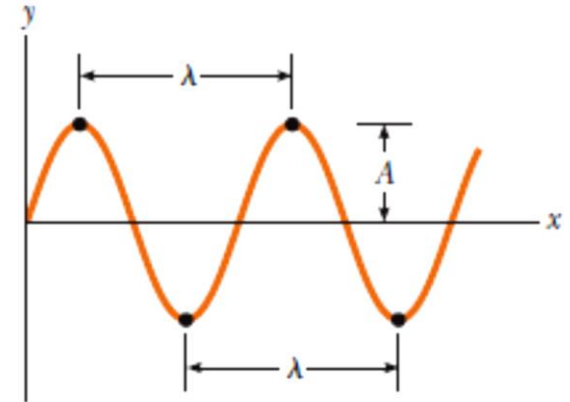
$$v = \lambda f$$

Considerando la onda sinusoidal de la figura, que muestra la posición de la onda en $t=0$, se espera que la función de onda sea:

$$y(x, 0) = A \text{ sen } ax$$

$$x = 0, \quad y(0, 0) = A \text{ sen } a(0) = 0$$

$$x = \lambda/2, \quad y(\lambda/2, 0) = A \text{ sen } (a \lambda/2) = 0$$



Para que esta ecuación sea cierta, debemos tener: $a\lambda/2 = \pi$, o $a = 2\pi/\lambda$.

$$y(x, 0) = A \text{ sen } \left[\left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) x \right]$$

Si la onda se mueve hacia la derecha con una velocidad v , la función de onda en algún tiempo posterior t es:

$$y(x, t) = A \text{ sen } \left[\frac{2\pi}{\lambda} (x - vt) \right]$$

$$y(x, t) = A \text{ sen} \left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) \right]$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T}$$

$$y = A \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]$$

$$k \equiv \frac{2\pi}{\lambda}$$

k , número de onda

rad/m

$$\omega \equiv \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

ω , frecuencia angular

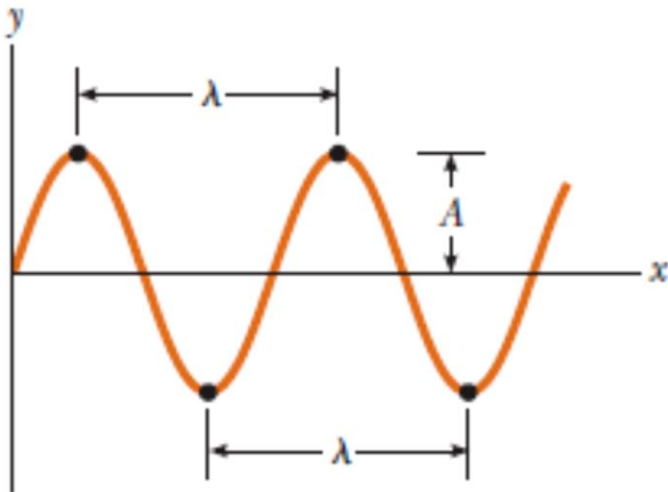
rad/s

$$y = A \text{ sen} (kx - \omega t)$$

Función de onda para una onda sinusoidal

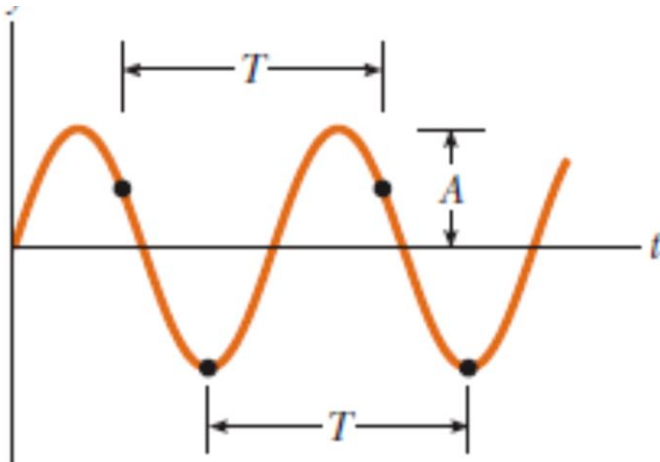
Dos gráficas de la función ondulatoria $y(x, t)$ en la ecuación

$$y(x, t) = A \text{ sen}(kx - \omega t)$$



(a)

a) Si usamos la ecuación para graficar y en función de x para el tiempo $t = 0$, la curva muestra la *forma* de la cuerda en $t = 0$.

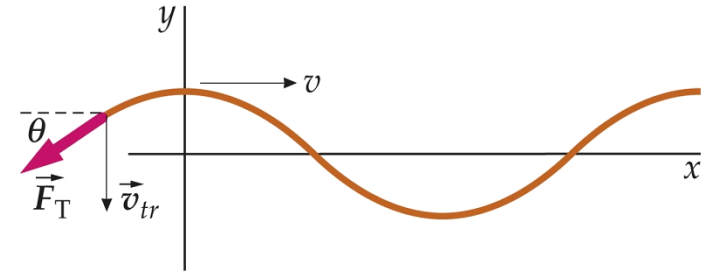
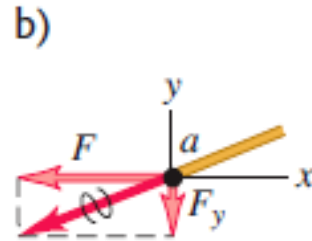
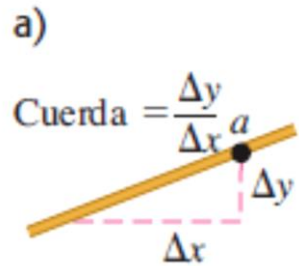


(b)

b) Si usamos la ecuación para graficar y en función de t para la posición $x = 0$, la curva muestra el *desplazamiento* de la partícula en $x = 0$ en función del tiempo.

Energía de una onda sinusoidal

¿Cómo se transfiere energía de una porción de la cuerda a otra?



$$E_\lambda = U_\lambda + K_\lambda = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

$$\mathcal{P} = \frac{T_{MW}}{\Delta t} = \frac{E_\lambda}{T} = \frac{\frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \lambda}{T} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \left(\frac{\lambda}{T}\right)$$

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v$$

potencia media de una onda

La potencia nunca es negativa, lo que implica que la energía nunca fluye en dirección opuesta a la de propagación de la onda.

Ondas y barreras: reflexión, transmisión y refracción

Cuando una onda choca contra las fronteras de su medio, se refleja parcial o totalmente. Consideremos ondas transversales en una cuerda estirada y diferentes condiciones de frontera:

- a) La onda se refleja desde un extremo fijo (**hay inversión en la reflexión**)
- b) La onda se refleja desde un extremo libre (**no hay inversión en reflexión**)

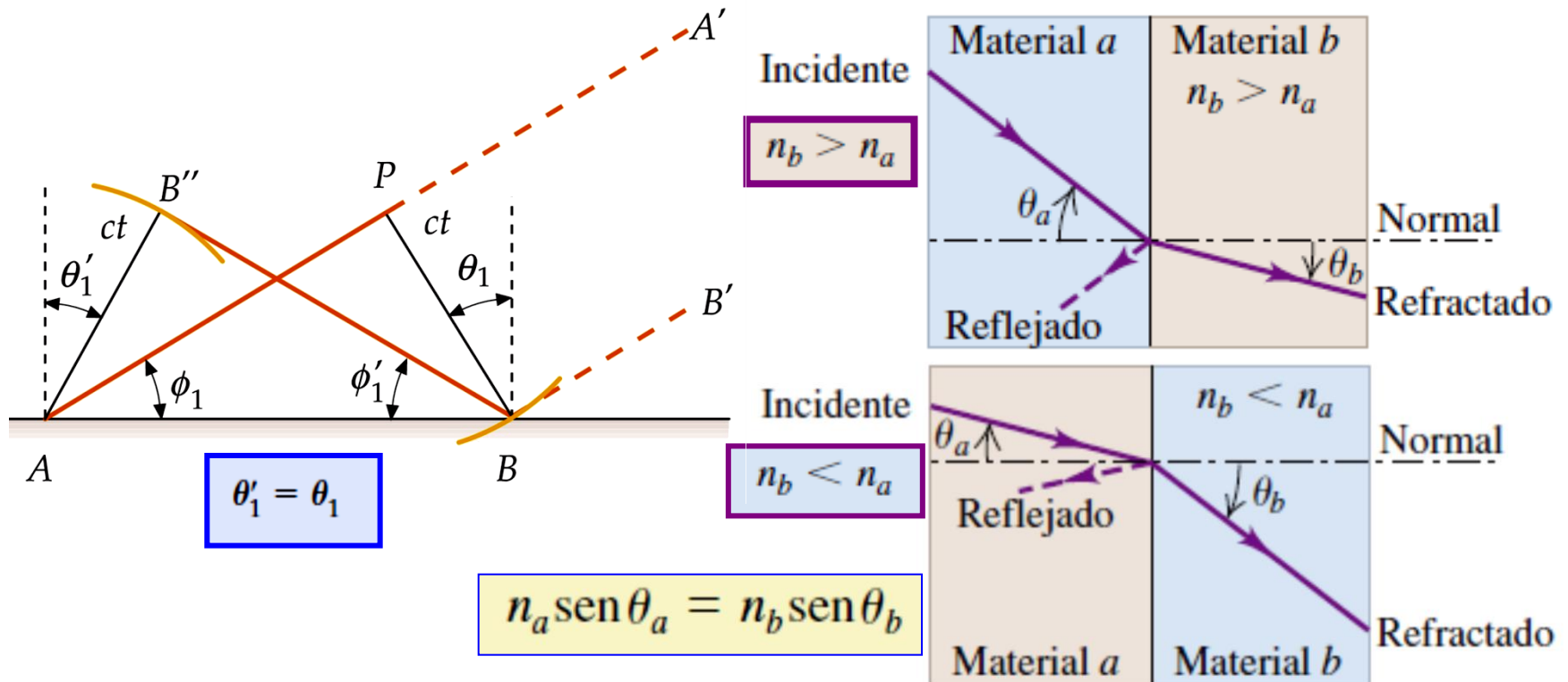
Consideremos la situación en la que la frontera es **intermedia** entre estos dos extremos, por lo que parte de la onda se refleja y parte se transmite:

- a) La onda o pulso viaja del medio 1 al medio 2, y $v_2 < v_1$ hay **inversión en la reflexión**)
- b) La onda o pulso viaja del medio 1 al medio 2, y $v_2 > v_1$, no hay **inversión en la reflexión**)

PROPIEDADES DE LA LUZ

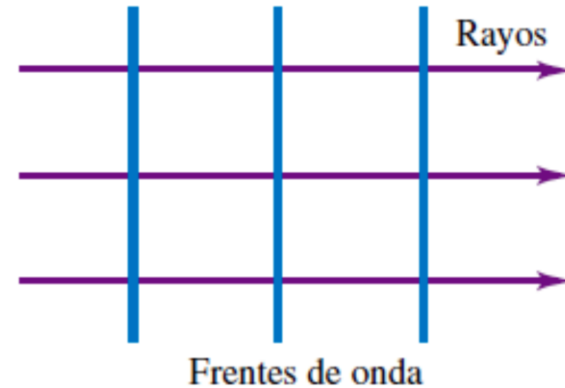
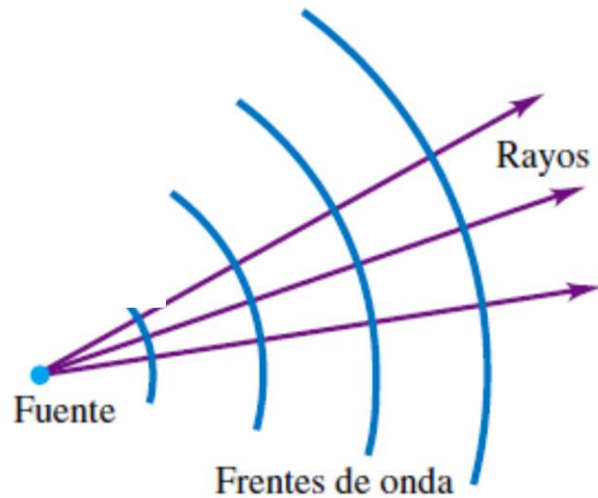
Cómo se relacionan rayos con los frentes de onda. • Las leyes que gobiernan la reflexión y la refracción de la luz. Análisis de los fenómenos de reflexión y refracción. Principios de Huygens y de Fermat.

Reflexión y refracción de la luz



Ondas, frentes de onda y rayos

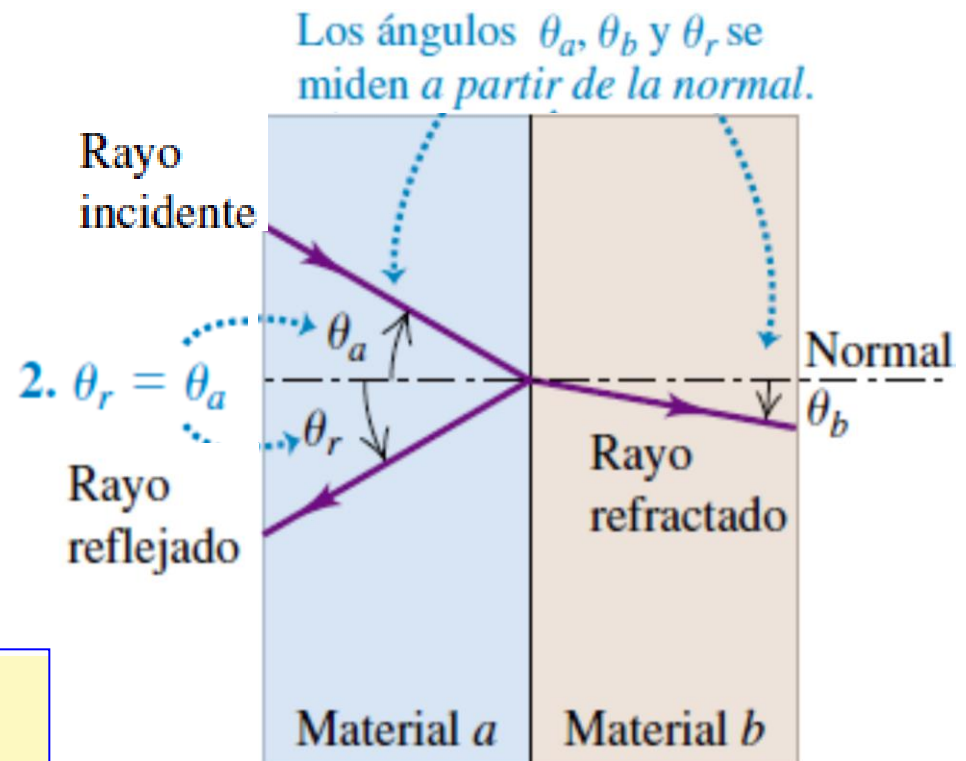
Un frente de onda se define como *el lugar geométrico de todos los puntos adyacentes en los cuales la fase de vibración de una cantidad física asociada con la onda es la misma.*



Desde el punto de vista ondulatorio *un rayo es una línea imaginaria a lo largo de la dirección de propagación de la onda.*

Leyes de reflexión y refracción

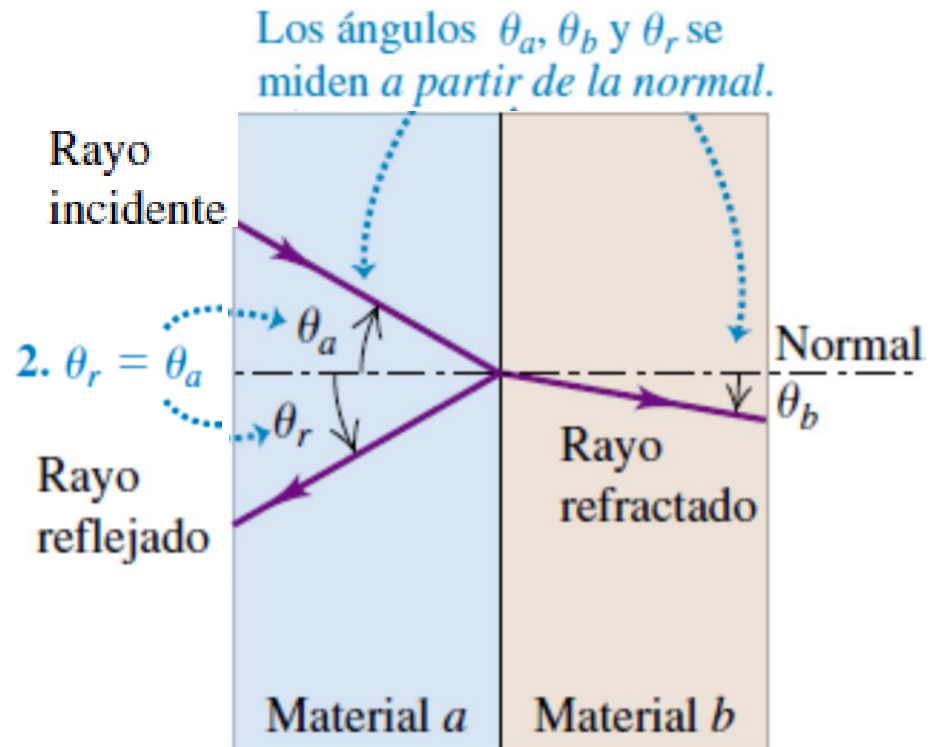
1. Los rayos incidente, reflejado y refractado, así como la normal a la superficie, yacen todos en el mismo plano.
2. El ángulo de reflexión θ_r es igual al ángulo de incidencia θ_a para todas las longitudes de onda y para cualquier par de materiales.



$$\theta_r = \theta_a \quad (\text{ley de reflexión})$$

3. Para la luz monocromática y para un par dado de materiales, a y b , en lados opuestos de la interfase, **el cociente de los senos de los ángulos θ_a y θ_b , es igual al inverso del cociente de los dos índices de refracción:**

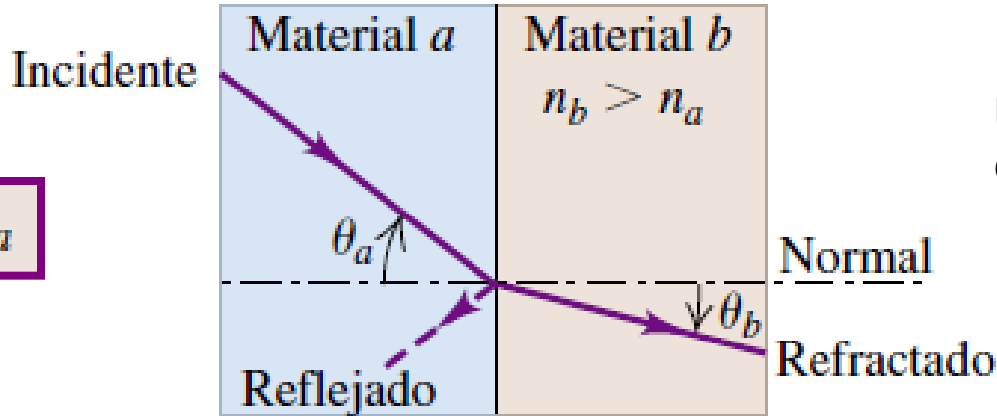
$$\frac{\text{sen } \theta_a}{\text{sen } \theta_b} = \frac{n_b}{n_a}$$



$$n_a \text{sen } \theta_a = n_b \text{sen } \theta_b \quad (\text{ley de refracción})$$

Analizar Refracción y reflexión en tres casos.

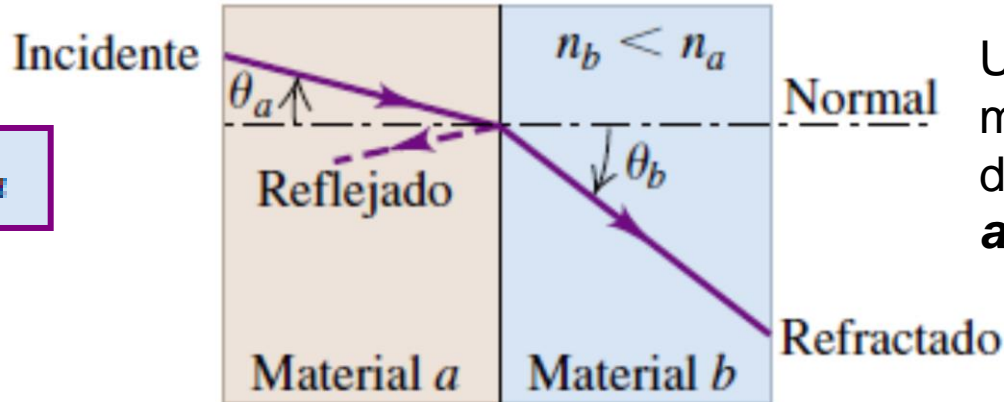
$$n_b > n_a$$



Un rayo que entra a un material con **mayor** índice de refracción se desvía **hacia** la normal.

$$\theta_1 > \theta_2$$

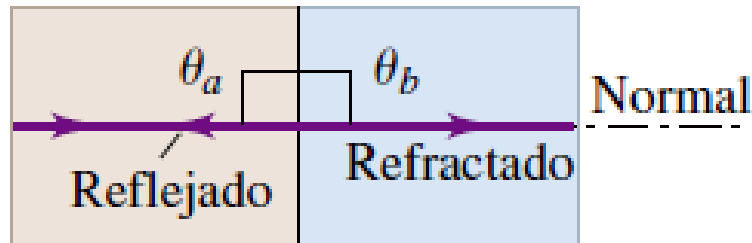
$$n_b < n_a$$



Un rayo que entra a un material con **menor** índice de refracción se desvía **alejándose** de la normal.

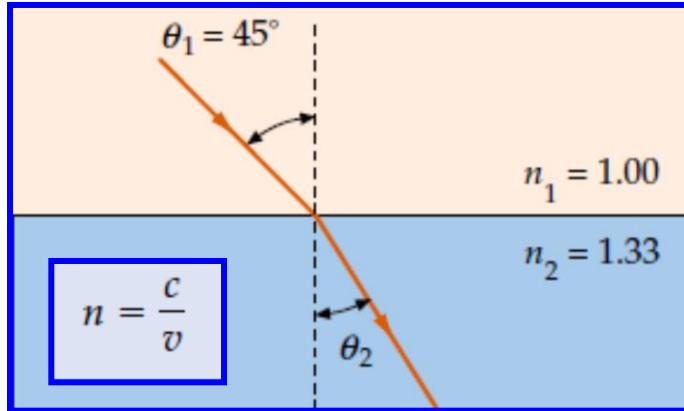
$$\theta_1 < \theta_2$$

$$\theta_a = 0$$



Un rayo orientado a lo largo de la normal **no se desvía**, sin importar cuáles sean los materiales.

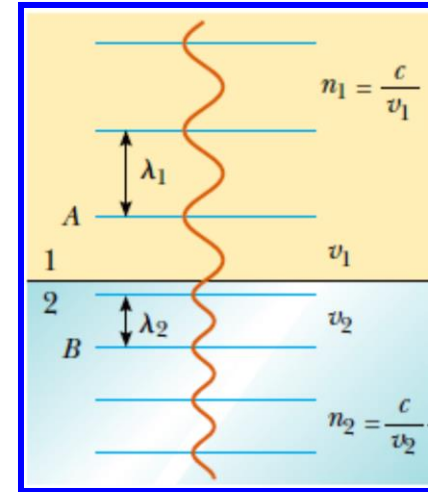
Índice de refracción y aspectos ondulatorios de la luz



$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\lambda_1 n_1 = \lambda_2 n_2$$

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{c/v} = \frac{\lambda}{n}$$



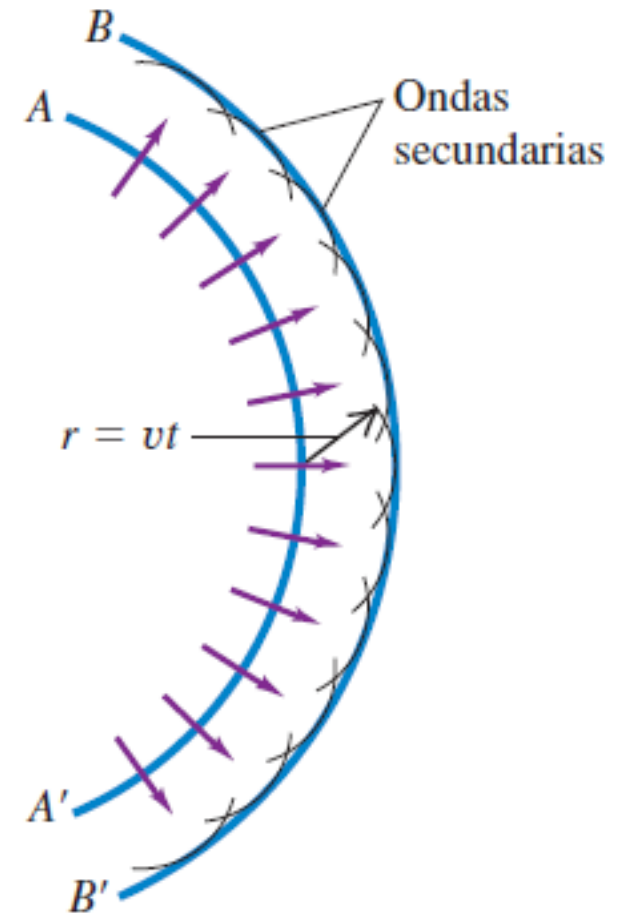
- *la frecuencia f de la onda no cambia cuando pasa de un material a otro*
- *la longitud de onda λ de la onda, en general, es diferente en distintos materiales*
- *Cuando una onda pasa de un material a otro con mayor índice de refracción, de manera que $n_2 > n_1$, la velocidad de la onda disminuye y la longitud de onda en el segundo material es, por consiguiente, más corta.*
- *Si en vez de ello, el segundo material tiene un índice de refracción menor que el primero, de manera que $n_2 < n_1$, entonces la velocidad de la onda se incrementa y la longitud de onda λ_2 en el segundo material es más larga que la longitud de onda λ_1 en el primero.*

Deducción de las leyes de reflexión y refracción

Las leyes de reflexión y refracción pueden deducirse mediante el principio de Huygens o mediante el principio de Fermat.

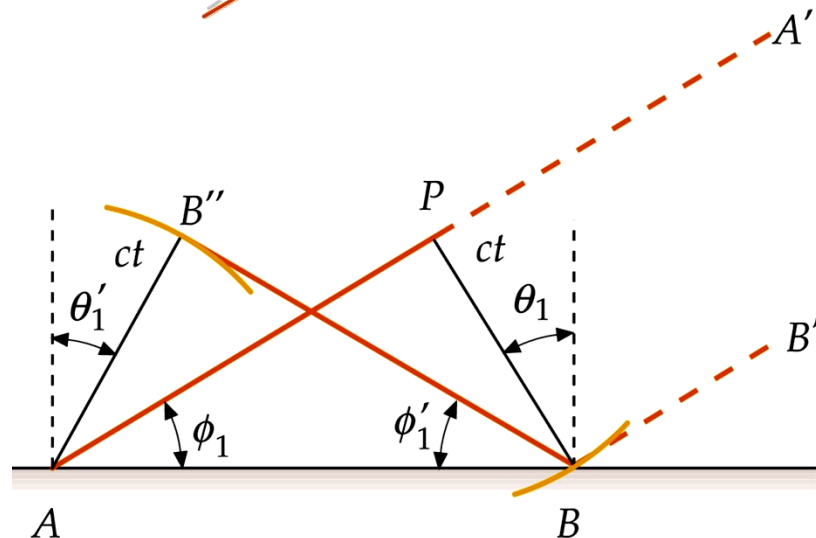
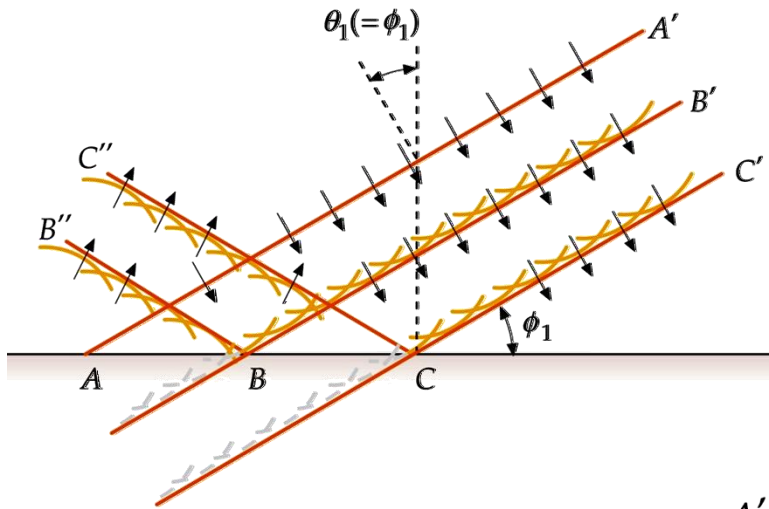
Principio de Huygens

Cada punto de un frente de onda primario sirve como foco (o fuente) de ondas esféricas secundarias que avanzan con una velocidad y frecuencia igual a las de la onda primaria. El frente de onda primario al cabo de un cierto tiempo es la envolvente de estas ondas elementales.



Para deducir la **ley de reflexión** a partir del principio de Huygens, consideremos una onda plana que se acerca a una *superficie reflectante plana*.

onda plana reflejada en un espejo plano



- el frente de onda A' incide inicialmente en el espejo en el punto A
- el efecto de la superficie reflectante consiste en **cambiar la dirección** de propagación de las ondas secundarias que inciden en ella
- después de un tiempo t , la onda secundaria de Huygens procedente del punto P incide en el espejo en el punto B y la de A alcanza el punto B''
- los triángulos APB y $BB''A$ son congruentes

$$AB$$

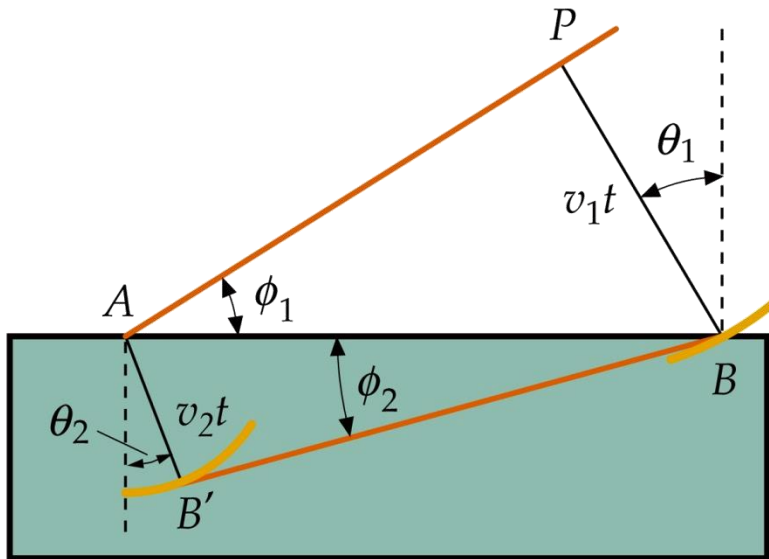
$$AB'' = BP = ct$$

$$\theta'_1 = \theta_1$$

ley de reflexión

La **ley de refracción** se deduce con un procedimiento similar.

onda plana que incide sobre una superficie plana aire-vidrio



$$\text{sen } \phi_1 = \frac{v_1 t}{AB}$$

$$AB = \frac{v_1 t}{\text{sen } \phi_1} = \frac{v_1 t}{\text{sen } \theta_1}$$

$$\text{sen } \phi_2 = \frac{v_2 t}{AB}$$

$$AB = \frac{v_2 t}{\text{sen } \phi_2} = \frac{v_2 t}{\text{sen } \theta_2}$$

$$\frac{1}{v_1} \text{sen } \theta_1 = \frac{1}{v_2} \text{sen } \theta_2$$

$$n_1 \text{ for } c/v_1 \quad n_2 \text{ for } c/v_2,$$

$$n_1 \text{sen } \theta_1 = n_2 \text{sen } \theta_2$$

ley de Snell

La propagación de la luz se puede también describir por el principio de Fermat.

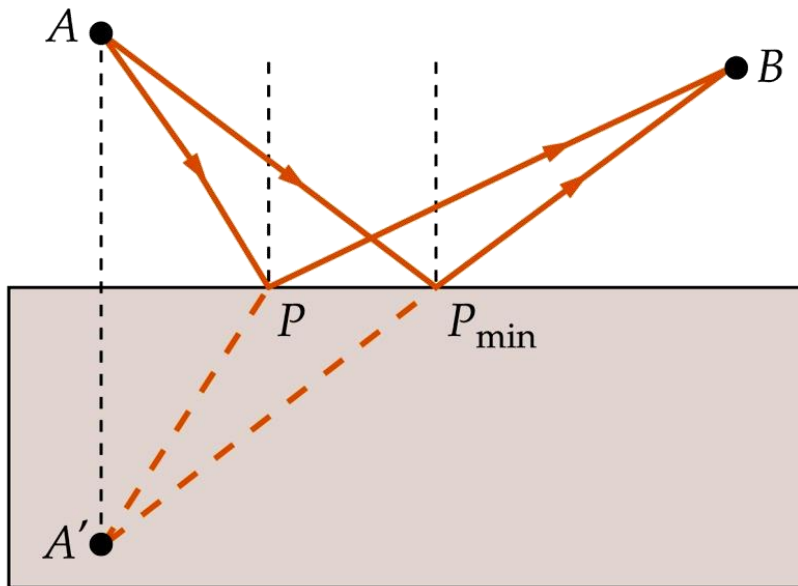
Principio de Fermat

La trayectoria seguida por la luz para pasar de un punto a otro es aquella para la cual el tiempo de recorrido es un mínimo. O lo que es mismo, la luz tiende a recorrer el camino óptico por el que tarda el mínimo tiempo.

El ***camino óptico***, definido como ***el espacio en el que la luz emplea menos tiempo en su recorrido***, no siempre coincide con el de menor distancia.

Construcción geométrica para la deducción de la ley de la reflexión a partir del principio de Fermat

¿En qué punto P de la figura debe incidir la luz sobre el espejo de forma que el recorrido entre los puntos A y B se realice en el menor tiempo posible?



- la luz se mueve dentro del mismo medio
- el tiempo será mínimo cuando la distancia sea mínima

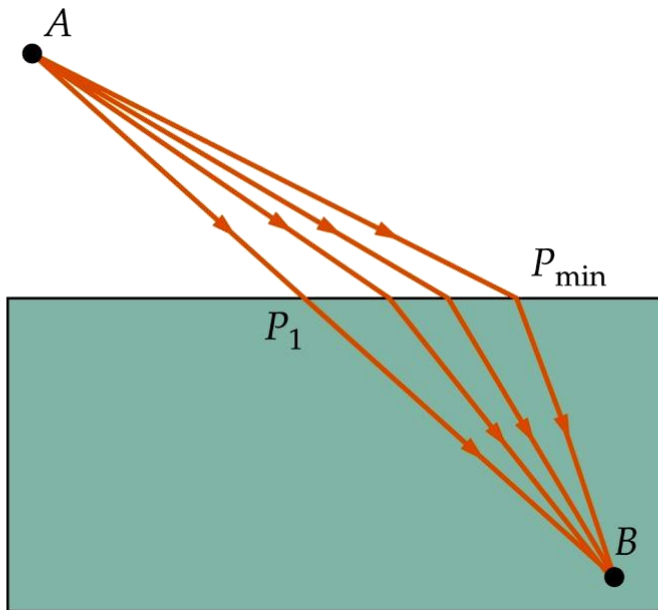
$$L_{A'PB} = L_{APB}$$

$$L_{A'PB} = \text{mínima} \Rightarrow$$

$$\theta'_1 = \theta_1$$

ley de reflexión

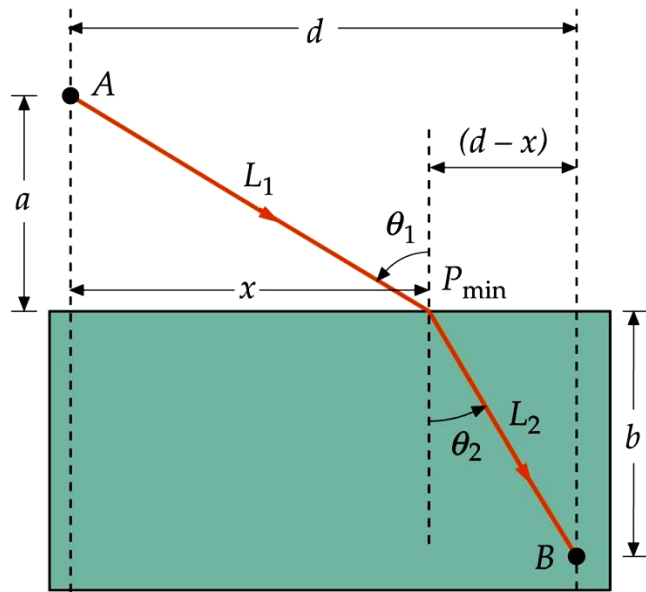
Construcción geométrica para la obtención de la ley de la refracción a partir del principio de Fermat



- trayectos posibles para que la luz se propague desde el punto A en el aire hasta el punto B en el vidrio

- $AP_1B \neq$ menor tiempo de recorrido

- $AP_{min}B =$ mínimo tiempo



$$L_1, n_1, L_2, n_2$$

$$t = \frac{L_1}{v_1} + \frac{L_2}{v_2} = \frac{L_1}{c/n_1} + \frac{L_2}{c/n_2} = \frac{n_1 L_1}{c} + \frac{n_2 L_2}{c}$$

En función de la distancia x:

$$L_1^2 = a^2 + x^2 \quad \text{y} \quad L_2^2 = b^2 + (d - x)^2$$

Puede verse la curva del tiempo en función de x. Para el valor de x en que el tiempo es mínimo, la pendiente de esta curva es cero:

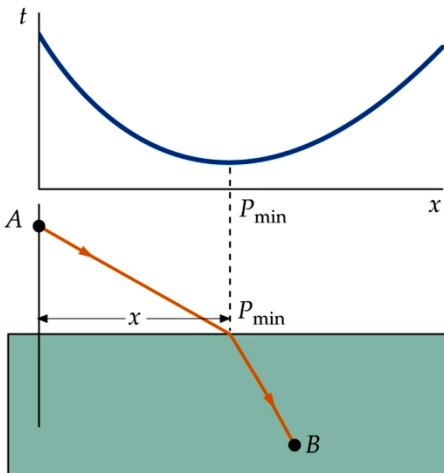
$$\frac{dt}{dx} = 0$$

Derivando respecto a x e igualando el resultado a cero:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{c} \left(n_1 \frac{dL_1}{dx} + n_2 \frac{dL_2}{dx} \right) = 0$$

Calculando tenemos:

$$2L_1 \frac{dL_1}{dx} = 2x \quad \text{o} \quad \frac{dL_1}{dx} = \frac{x}{L_1}$$



Pero x/L_1 es precisamente el $\text{sen}\theta_1$ el ángulo de incidencia. Por lo tanto,

$$\frac{dL_1}{dx} = \text{sen}\theta_1$$

Análogamente, $2L_2 \frac{dL_2}{dx} = 2(d-x)(-1)$

o bien $\frac{dL_2}{dx} = -\frac{d-x}{L_2} = -\text{sen}\theta_2$ donde θ_2 es el ángulo de refracción

De aquí que la ecuación $\frac{dt}{dx} = \frac{1}{c} \left(n_1 \frac{dL_1}{dx} + n_2 \frac{dL_2}{dx} \right) = 0$ se pueda escribir:

Sustituyendo obtenemos, $n_1 \text{sen}\theta_1 + n_2(-\text{sen}\theta_2) = 0$

$$n_1 \text{sen}\theta_1 = n_2 \text{sen}\theta_2 \quad \text{ley de refracción o ley de Snell}$$

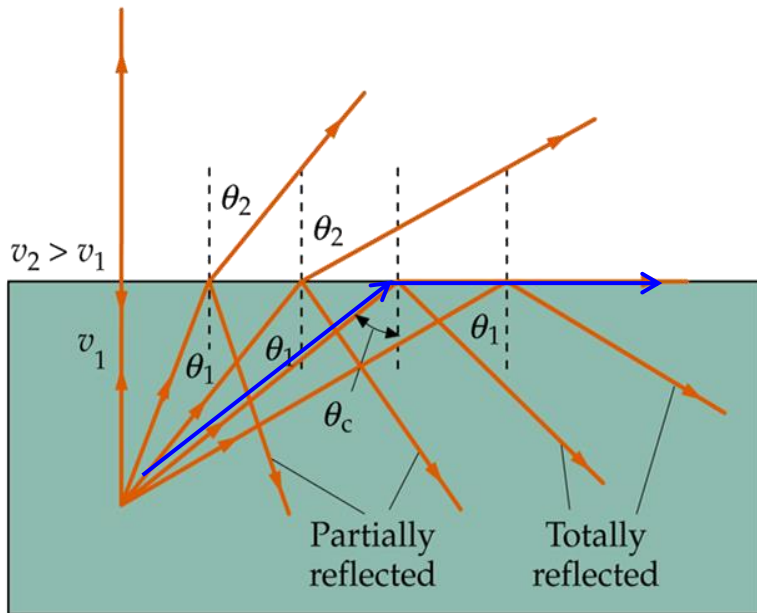
El tiempo es un mínimo en el punto en que los ángulos de incidencia y de refracción obedecen la ley de Snell.

Principio de reversibilidad

El principio de Fermat habla sólo del camino y no de la dirección, por lo que un rayo que vaya de B a A seguirá la misma ruta que uno que vaya de A a B.

Reflexión total interna

Reflexión total interna, sólo ocurre cuando *un rayo incide sobre la interfase con un segundo material cuyo índice de refracción es **menor** que el del material*.



$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$n_1 / n_2 > 1$$

$$\theta_2 = 90^\circ$$

$$\sin \theta_2 = 1$$

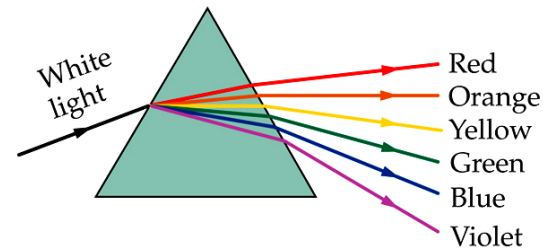
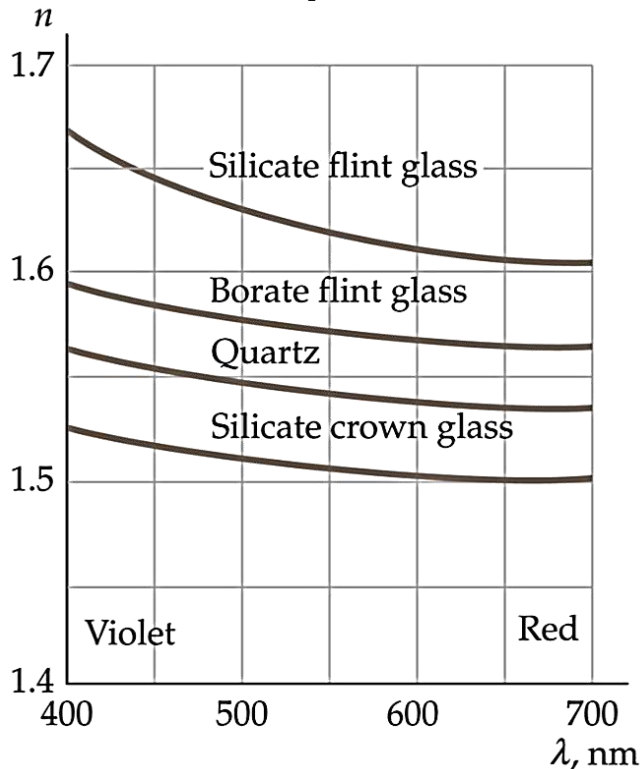
$$\sin \theta_{crit} = (n_2 / n_1)$$

ángulo crítico para la reflexión total interna

$$\theta_i > \theta_c \Rightarrow \text{TIR}$$

Dispersión

El índice de refracción de un material tiene una ligera dependencia con la longitud de onda. *Esta dependencia del índice de refracción con la longitud de onda se denomina **dispersión**.*



La desviación (cambio de dirección) producida por el prisma aumenta al incrementarse el índice de refracción y la frecuencia y al disminuir la longitud de onda.