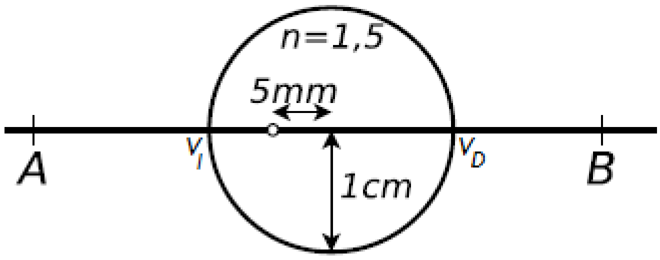
Guía 2. Variación Ejercicio 9 (b)

02 de febrero de 2018

(*Por cualquier duda, corrección o comentario: juandahm@msn.com)

La esfera de vidrio de la figura, de 1cm de radio, contiene una pequeña burbuja de aire desplazada 5 mm de su centro. Hallar la posición y el aumento de la burbuja cuando se la observa desde A y cuando se la observa desde B, sabiendo que fuera de la esfera de vidrio hay aire.



El primer paso para resolver el problema es notar que, de manera reduccionista, cada punto del objeto (burbuja) es un emisor esférico de luz (en este caso por reflexión porque la burbuja no es una fuente propiamente dicha). Esto implica que hay luz que viaja hacia la izquierda refractándose (o desviando su dirección según la ley de Snell) en la superficie semiesférica o dioptra izquierda, y luz que se propaga hacia la derecha y se refracta en la dioptra derecha. Los rayos que se refractan en la dioptra izquierda son los que llegan a los ojos de un observador situado en A, y de manera similar, los que atraviesan la dioptra derecha son los recogidos por un observador en B. Dependiendo del punto desde el cual se observe veremos entonces dos imágenes diferentes.

Comencemos analizando la imagen que vería un observador a la derecha de la esfera de vidrio, es decir en B, cuya posición está dada por la ecuación de formación de imágenes de la dioptra, i. e.

$$\frac{n^{'}}{s^{'}} + \frac{n}{s} = \frac{(n^{'} - n)}{R} \equiv \phi \tag{1}$$

donde en ella: s y $s^{'}$ son la posición del objeto (o burbuja) y de la imagen, respectivamente, ambas medidas desde el vértice V_D; n es el índice de refracción del medio que está a la izquierda de esta dioptra y $n^{'}$ el índice de refracción del medio a la derecha; R es el radio de curvatura de la misma; y

$\phi \equiv \frac{(n_2-n_1)}{R}$ es la potencia dióptrica, una cantidad utilizada para estudiar la convergencia o divergencia y en el cálculo intermedio de los focos.

A partir de la Figura 2 y según las convenciones de signos que adoptamos en el curso, estas cantidades son:

- $s = 1cm + 5mm = 1,5cm$. El signo es positivo bajo nuestra convención pues el objeto está a la izquierda del vértice V_D.
- n=1,5 y $n^{'}$=1.
- $R = -1cm$. En nuestra convención de signos el radio de curvatura de la dioptra es negativo porque su centro de curvatura está a la izquierda de su vértice V_D. Una dioptra de este tipo se denomina cóncava. (Término derivado de concavidad.)
- $\phi \equiv \frac{(n^{'}-n)}{R} = \frac{-0,5}{-1cm} = 0,5cm^{-1}$. El que la potencia de esta dioptra sea positiva implica que es convergente -los rayos al refractarse en ella se acercan hacia el eje óptico-. Esta es una consecuencia directa de que ambos focos sean positivos, pues $f = \frac{n}{\phi} = \frac{n}{(n^{'}-n)}R = 3cm$ y $f^{'} = \frac{n^{'}}{\phi} = \frac{n^{'}}{(n^{'}-n)}R = 2cm$. Una dioptra convergente tiene focos positivos.

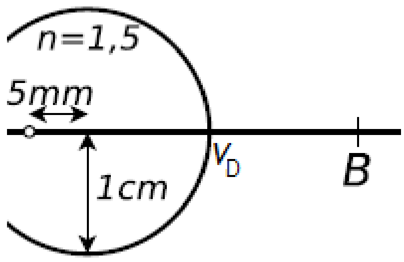


Figura 1: Situación para un observador localizado a la derecha de la esfera de vidrio o en un punto B.

Reemplazando valores en la ecuación (1) hallamos que la posición de la imagen observada desde B es $s^{'} = -2cm$; con lo cual es virtual, es decir se forma por prolongación de rayos, y está posicionada justamente sobre el vértice V_I.

La magnificación transversal o aumento lateral puede determinarse de la fórmula siguiente (la cual, recuerden, puede escribirse de otras maneras también):

$$M_T \equiv \frac{y^{'}}{y} = -\frac{n.s^{'}}{n^{'}.s} \tag{2}$$

Sustituyendo los datos se llega a que el aumento lateral de la imagen vista desde B es $M_T = -\frac{(1,5)(-2cm)}{(1)(1,5cm)} = 2$, lo cual significa que el observador en B ve la burbuja el doble de grande que su tamaño real.

Podríamos haber llegado a la misma conclusión realizando un trazado de rayos a escala. (No necesariamente la escala vertical debe coincidir con la horizontal.) Queda como ejercicio para ustedes hacerlo.

Estudiemos ahora la imagen para un observador que mira desde A. Mencioné antes que la luz emitida por el objeto en este caso se propaga hacia hacia la dioptra de la izquierda y se refracta en ella para luego llegar a los ojos del observador (en A); estamos ante un objeto real, pues la luz diverge del mismo. Si queremos ver la posición de la imagen, ¿podemos usar simplemente la ecuación (1) tomando una posición objeto negativa pues el objeto está localizado a la derecha del vértice V_I? No, pues el hacerlo implicaría automáticamente que el objeto sea virtual. ¿Qué debemos hacer entonces?. Es una sutileza que quizás haya pasado desapercibida, pero las ecuaciones que venimos usando son válidas bajo la asunción de que la luz viaja de izquierda a derecha, el cual claramente no es el caso cuando se mira desde A. Para usar la ecuación (1) debemos invertir el sistema óptico de la forma que se muestra en la Figura 2. Esto sólo puede hacerse cuando tenemos luz que se propaga hacia la izquierda y sólo se hace para poder utilizar la ecuación; la luz en la realidad viaja de derecha a izquierda. Situaciones similares se presentan cuando se quiere determinar la imagen final de un sistema formado por una serie de elementos refractantes (como dioptras o lentes delgadas) seguidos por un espejo: la luz reflejada por éste para llegar a nuestros ojos debe volver a refractarse por todos los elementos nuevamente.

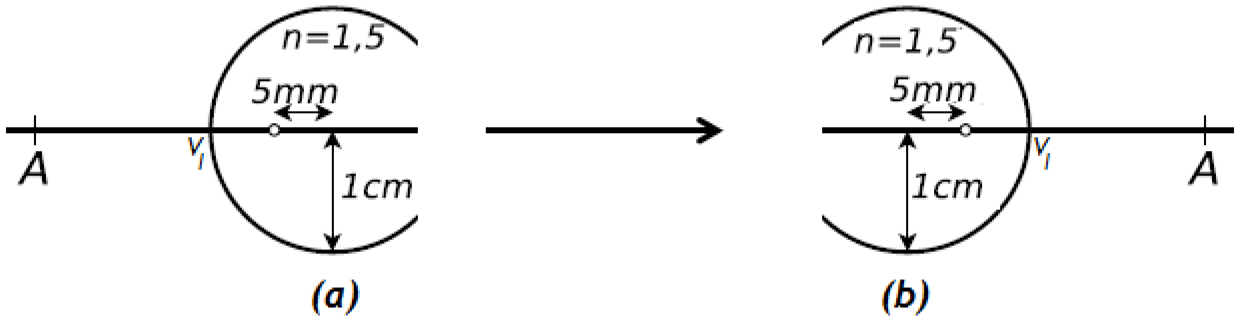


Figura 2: (a) Esquema del problema para un observador a la izquierda de la esfera de vidrio, el cual recibe rayos refractados que viajan de derecha a izquierda. Como la ecuación de la dioptra es válida para luz que se propaga de izquierda a derecha, para emplearla debemos invertir o torcer el sistema óptico. (b) Esquema del sistema óptico invertido a fin de poder usar la ecuación de la dioptra.

Ahora sí estamos en condiciones de calcular la posición de la imagen vista desde A según la ecuación (1) para la dioptra izquierda, en la cual:

- $s = 1cm - 5mm = 0,5cm$. Esto puede verse claramente en la Figura 2 (b) en la cual se invirtió el sistema óptico. El signo es positivo en nuestra convención pues el objeto está a la izquierda del vértice V_I.
- n=1,5 y $n^{'}$=1.
- $R = -1cm$. Al invertir el sistema óptico la dioptra izquierda ahora es cóncava y su centro de curvatura está a la izquierda del vértice V_I.
- $\phi \equiv \frac{(n^{'}-n)}{R} = \frac{-0,5}{-1cm} = 0,5cm^{-1}$. La potencia de la dioptra izquierda es la misma que la calculada para la dioptra derecha; como consecuencia los focos son los mismos.

Al sustituir datos en la ecuación (1) se obtiene que la posición de la imagen observada desde A está dada por $s^{'} = -0,4cm$. Notamos por el signo negativo que la imagen es virtual y está ubicada dentro de la esfera de vidrio a 0,4cm del vértice V_I de la dioptra izquierda.

El aumento lateral de esta imagen, utilizando la ecuación (2) resulta: $M_T = -\frac{(1,5)(-0,4cm)}{(1)(0,5cm)} = 1,2$; la imagen vista desde A está aumentada.

Conclusión

Dependiendo desde dónde se mire el objeto tendremos imágenes diferentes. Si se lo observa desde la derecha, es decir desde un punto como B, se ve una imagen localizada en el vértice V_I de la dioptra izquierda, la cual es dos veces más grande que el objeto. Esta situación se ilustra en la Figura 3.

De manera similar, si se observa el objeto desde la izquierda de la esfera de vidrio la imagen del mismo aumentada en la relación $\frac{6}{5}(= 1,2 = M_T)$ se forma a 0,4 cm del vértice de la dioptra izquierda, tal cual se muestra en la Figura 4. Recordemos que en este caso como la luz que llega a los ojos del observador se propaga desde la derecha hacia la izquierda -notamos la diferencia respecto de un objeto virtual, el cual no es un emisor de luz sino que la luz converge hacia él- para utilizar la ecuación (1) fue necesario invertir o torcer nuestro sistema óptico. Este tipo de situaciones se dan cuando se conoce *a priori* la posición del observador.

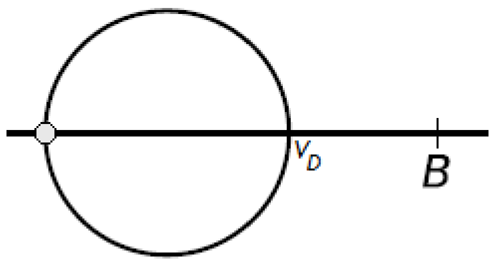


Figura 3: Imagen observada desde un punto situado a la derecha de la esfera de vidrio. La magnificación transversal tiene valor $M_T = 2$.

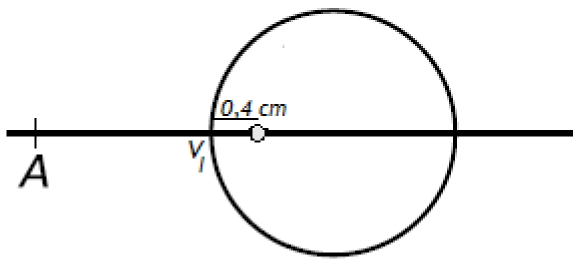


Figura 4: Imagen observada desde un punto localizado a la izquierda de la esfera. El aumento lateral es $M_T = 1,2$.