

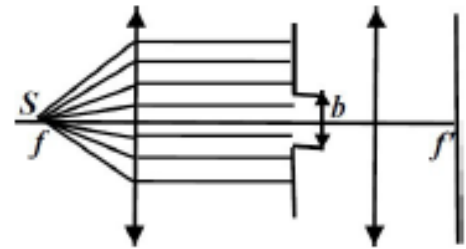
### SERIE 3. Difracción

**1.** Para un haz de luz de longitud de onda  $\lambda$  que incide en forma normal sobre una placa con una rendija de ancho  $b$ , la intensidad observada sobre una pantalla lejana en función del ángulo  $\theta$  respecto del eje óptico sigue la expresión

$$I(\theta) = I_0 \left( \frac{\text{sen}\beta}{\beta} \right)^2; \text{ con } \beta = \frac{\pi b}{\lambda} \text{sen}\theta.$$

Halle los máximos y mínimos de la intensidad y haga un gráfico de intensidad en función de  $\text{sen}\theta$

**2.** Considere la figura de difracción de Fraunhofer producida por una rendija de ancho 0.45 mm ubicada entre 2 lentes convergentes de distancias focales  $f=40$  cm y centradas en el eje óptico del sistema. La fuente puntual que emite en  $\lambda = 546.1$  nm se coloca en el foco de la primer lente



**a)** encuentre la distancia entre el máximo principal y el primer mínimo de la figura de difracción formada en el plano focal de la lente.

**b)** encuentre la distancia entre el máximo principal y el primer máximo secundario ( $\beta \approx 3\pi/2$ )

**Resp.** a) 0.48 mm; b) 0.73 mm

**3.** Una ranura de ancho  $d$  se coloca delante de una lente de distancia focal 50 cm y se ilumina normalmente con luz de  $\lambda = 589$  nm. Los mínimos de primer orden a ambos lados del máximo central de la figura de difracción que se observa en el plano focal de la lente, están separados entre sí por 0,2 cm. ¿Cuál es el valor de  $d$ ?

**Resp.** 0.3 mm

**4.** Sabiendo que la expresión de la intensidad  $I(\theta)$  observada sobre una pantalla producida cuando un haz de luz incide normal a una placa con  $N$  rendijas de ancho  $b$  separadas entre sí por una distancia  $a$  es

$$I(\theta) = I_0 \left( \frac{\text{sen}\beta}{\beta} \right)^2 \left( \frac{\text{sen}N\alpha}{\text{sen}\alpha} \right)^2 \quad \text{donde } \beta = \frac{\pi b}{\lambda} \text{sen}\theta, \text{ y } \alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \text{sen}\theta$$

**a)** Obtenga la expresión para el caso de 2 rendijas. Grafique  $I(\theta)$  o figura de interferencia-difracción. ¿Qué pasa si el haz incidente está formado por dos longitudes de onda?

**b)** Para 4 rendijas obtenga la figura de interferencia-difracción sobre una pantalla muy lejana. ¿Cuántos mínimos habrá entre 2 máximos de interferencia? ¿Cuál es el ancho de las líneas espectrales? ¿qué ocurre si se aumenta el número de rendijas? ¿Cuántos máximos de interferencia habrá dentro de la campana principal de difracción? ¿Cuál es el máximo orden observable?

**Resp. b)** Para 4 rendijas entre dos máximos principales hay 3 mínimos y 2 máximos secundarios; Para N rendijas los máximos están en  $\alpha = m \pi$  (m entero) y los mínimos en  $\alpha = m/N \pi$  (m entero y m/N no entero). El ancho de los máximos expresado en términos de  $\alpha$  es  $\Delta\alpha = 2/N \pi$  (a mayor N menor ancho). La cantidad de máximos dentro de la campana será  $1+2n$  (1 máximo central y n a cada lado) donde n depende del cociente a/b. El máximo orden de interferencia observable será  $m_{MAX} = a/\lambda$ .

**5.** Se realiza una experiencia de difracción por doble rendija con una fuente que emite en 400 nm. La separación entre los puntos medios de las rendijas es de 0.4 mm y el ancho de cada una es de 0.04 mm. La pantalla está a 1 m de las rendijas. Se cambia luego la fuente por una de 600nm. Determine:

**a)** ¿cuánto varió la interfranja?

**b)** ¿cuánto varió el número de máximos de interferencia dentro de la campana principal de difracción?

**c)** ¿cuánto varió el ancho de la campana principal de difracción?

**Resp. a)** las franjas se separan 0.5 mm (para 400 nm la interfranja es 1mm y para 600 nm es 1.5 mm); **b)** el número de máximos dentro de la campana de difracción es 19 y no depende de la longitud de onda; **c)** varía 1 cm (el ancho de la campana de difracción es de 2cm para 400 nm y 3 cm para 600 nm)

**6.** Sobre dos ranuras de Young separadas una distancia de 1 mm incide la superposición de dos ondas planas monocromáticas de longitudes de onda  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ .

**a)** ¿Qué relación debe satisfacer el cociente  $\lambda_1/\lambda_2$  para que el tercer orden de interferencia constructiva de  $\lambda_1$  coincida con el tercer mínimo de  $\lambda_2$ ?

**b)** ¿Qué ancho deben tener las ranuras para que además esos órdenes coincidan con el primer mínimo de difracción de  $\lambda_2$ ? ¿Qué intensidad se registrará en la pantalla en ese punto?

**Resp. a)**  $\lambda_1/\lambda_2 = 5/6$

## Redes de difracción

Para una red de difracción de N rendijas, el patrón de interferencia-difracción sigue la función  $I(\theta)$  (expresión en el problema 4). Se puede demostrar que

- i)** el máximo de interferencia de orden m se ubica en  $\theta_m$  tal que  $\text{sen } \theta_m = m \lambda / a$
- ii)** el ancho del máximo es  $\Delta\theta = 2\lambda / (N a \cos \theta_m)$
- iii)** el orden máximo de interferencia es  $m \leq a / \lambda$
- iv)** para 2 longitudes de onda separadas en  $\delta\lambda$ , sus máximos se separan en  $\delta\theta = \frac{m \delta\lambda}{a \cos \theta}$
- v)** el poder resolvente de la red (criterio de Rayleigh) es  $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN$

**7.** Incide luz normal a una **red de difracción** que tiene 1965 líneas/cm ¿Cuáles pueden ser las longitudes de onda de luz visible incidente ( $380\text{ nm} \leq \lambda \leq 780\text{ nm}$ ) que tienen máximo en  $30^\circ$ ?

**Resp.** 636 nm (rojo), 509 nm (verde) y 424 nm (violeta)

**8.** Se ilumina 1cm de una **red de difracción** de 600 líneas/cm. Si un haz de rayos paralelos con luz de longitudes de onda  $\lambda_1 = 500\text{ nm}$  y  $\lambda_2 = 550\text{ nm}$  llega normalmente a la red, ¿cuál será la posición y el ancho de los primeros y segundos máximos de interferencia para cada longitud de onda? ¿Permite esta red separarlos?

**Resp.** Para  $\lambda_1$  están en  $\theta_{m=1}=30\text{ mrad}$  y  $\theta_{m=2}=60\text{ mrad}$  con ancho  $\Delta\theta=5.7\text{ mrad}$ . Para  $\lambda_2$  están en  $\theta_{m=1}=33\text{ mrad}$  y  $\theta_{m=2}=66\text{ mrad}$  con ancho  $\Delta\theta=5.7\text{ mrad}$ . Si pueden separarse

**9.** Un haz de luz formado por longitudes de onda  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  ( $\lambda_1 > \lambda_2$ ) incide sobre una red de difracción de N líneas por cm. La diferencia angular entre  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  para el primer orden es  $1,65^\circ$ . El primer orden para  $\lambda_1$  se observa a  $14,12^\circ$  mientras que el tercer orden para  $\lambda_2$  está a  $40,39^\circ$ . Si  $\lambda_2 = 540\text{ nm}$ , halle:

a)  $\lambda_1$  y N

b) El orden máximo observable para cada longitud de onda

**Resp. a)**  $\lambda_1=610\text{ nm}$ ,  $N=4000$ ; b) 4

**10.** Una red de difracción tiene 8000 ranuras/pulgada. ¿Para qué longitudes de onda del espectro visible es posible observar difracción de quinto orden ( $m=5$ )? Nota: 1 pulgada=2.54 cm

**Resp.** Para  $\lambda \leq 635\text{ nm}$

**11.** ¿Cuál es el orden máximo de interferencia que se puede obtener con una red de 4 cm de longitud y 8000 líneas iluminadas si se trabaja con luz de  $\lambda = 560\text{ nm}$ ?

**Resp.**  $m=8$

**12.** Se ilumina la red de difracción del problema anterior con una lámpara que emite luz de longitudes de onda de  $\lambda_1 = 560.00\text{ nm}$  y  $\lambda_2 = 560.05\text{ nm}$ . ¿A partir de qué orden se resuelven los espectros correspondientes a las dos longitudes de onda? ¿Cuál es el máximo poder resolvente de esta red para 560 nm?

**Resp.** a partir de  $m=2$  y el máximo poder resolvente es  $R_{\text{MAX}}=64000$

**13.** Sobre una red de difracción de 1200 líneas y 1 pulgada de longitud, incide un haz de luz policromática con longitudes de onda que varían desde 450 nm y 650 nm. La figura aparece sobre el plano focal de una lente colectora que sigue a la red.

a) ¿Qué distancia focal debe tener la lente si el espectro de segundo orden debe tener una extensión de 1,25 cm?

b) ¿Se podrán distinguir en dicho orden las líneas de 450 nm y de 450.05 nm?

**Resp.** a) 10 cm; b) No

## Abertura circular y patrón de Airy

**14.** La pupila del **ojo humano** tiene un diámetro de 2 mm aproximadamente. Su distancia focal es de 20 mm.

**a)** Hallar qué distancia mínima de separación debe haber entre dos imágenes que se forman sobre la retina para que sean resueltas según el criterio de Rayleigh.

**b)** Muestre que el ojo es capaz de resolver dos puntos luminosos separados 3 cm estando a una distancia de aproximadamente 9 m.

**15.** Un láser emite un haz de 2 mm de diámetro y 632.84 nm de longitud de onda

**a)** Determine el diámetro del haz a una distancia de 1 km.

**b)** ¿Qué diámetro tendrá sobre la superficie de la Luna, distante 376000 km? (despreciar cualquier efecto en la atmósfera)

**16.** Un coche tiene los faros de luz amarilla ( $\lambda = 550$  nm) separados a 1 m y circula por una ruta recta en la noche. Un observador mira hacia el coche y tiene la pupila dilatada 5 mm. Halle a qué distancia el observador comenzará a distinguir la luz del coche como proveniente de dos faros distintos. ¿Qué corrección debe hacerse en la respuesta anterior si se tiene en cuenta que entre el cristalino y la retina hay un medio acuoso de índice de refracción 1,33.

## Problemas Adicionales

**1.** El **patrón de difracción de Fraunhofer** de una red iluminada normalmente con luz de  $\lambda=650\text{nm}$  aparece sobre el plano focal de una lente convergente de distancia focal 8 cm. Se observa que entre franjas brillantes la separación es de 1,04 cm.

**a)** Determinar la separación entre ranuras.

**b)** ¿Qué ancho (en mm) debería tener el haz para resolver dos líneas de 650.00 nm y 650.05 nm en el segundo orden?

**c)** Si el máximo de interferencia de orden 5 coincide con el mínimo de orden 1 de difracción, ¿cuánto mide al ancho de cada ranura?

**Resp.** a) 5  $\mu\text{m}$ ; b) 3,25 mm; c) 1  $\mu\text{m}$

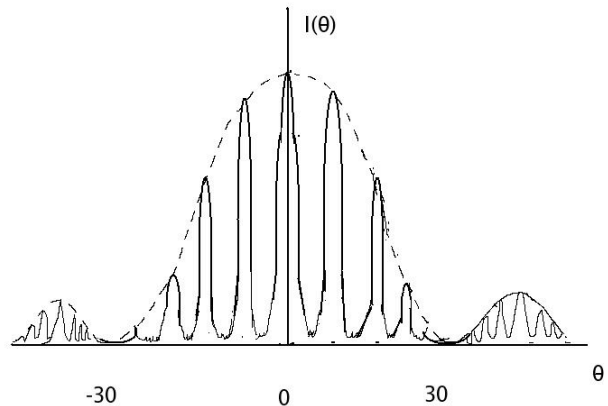
**2.** El patrón de intensidades para una **red de difracción** que se ilumina con luz monocromática de longitud de onda  $\lambda = 500\text{ nm}$  es el que se muestra en la figura. La longitud total de la red es de  $L = 3\text{ cm}$  y la incidencia es normal.

**a)** ¿Cuánto vale  $d/b$ ?

**b)** ¿Cuántas ranuras tiene la red?

**c)** ¿Dónde recortaría la figura de acuerdo a los máximos órdenes observables de interferencia y difracción?

**d)** ¿Cuánto vale  $I / I_{\text{MAX}}$  para el orden 2 de difracción?



**e)** Si se hiciera incidir luz con dos longitudes de onda  $\lambda_1 = 500\text{ nm}$  y  $\lambda_2 = 500.05\text{ nm}$ , ¿las observaría la red? ¿En qué orden?

**3.** Un **dispositivo de Young** se ilumina con un haz que tiene mezcladas dos longitudes de onda  $\lambda_0$  y  $\lambda_1$  tal que  $\lambda_1 = \lambda_0 + 38.46\text{ nm}$ . Sobre una pantalla que se encuentra a una distancia  $D$  de las ranuras se observa que para un ángulo  $\theta$  coinciden el máximo de interferencia de orden 30 de  $\lambda_1$  con el mínimo de interferencia de orden 32 de  $\lambda_0$ .

**a)** Halle  $\lambda_0$  y  $\lambda_1$ .

**b)** Calcule la distancia entre las dos ranuras si  $\theta = 2^\circ$ .

**c)** Calcule cuántos mínimos de difracción se observarían si el ancho de cada ranura es de 2500 nm.

**Resp.** a)  $\lambda_0=461.52$  y  $\lambda_1=499.98$ ; b) 0.43 mm; c) 5

**4. a)** Se ilumina normalmente una red de difracción con luz compuesta por longitudes de onda  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  ( $\lambda_2 > \lambda_1$ ). Para el orden 5 de interferencia por difracción se obtiene una separación angular entre ambas líneas de  $2,418^\circ$ . Si  $\lambda_1 = 580$  nm, ¿cuánto vale  $\lambda_2$ ? La red tiene 1000 líneas y mide 4 cm.

**b)** Si esa misma luz compuesta por ambas longitudes de onda se hace pasar por un polarizador y luego por una lámina de cuarzo cuyos ejes forman  $45^\circ$  con el eje del polarizador, se observa que la longitud de onda  $\lambda_1$  sale circularmente polarizada. ¿Qué desfase introduce la lámina a  $\lambda_2$ ? (Desprecie la variación de los índices de refracción del cuarzo con la longitud de onda).

**5.** Se tiene un dispositivo de difracción compuesto por tres rendijas de ancho  $b$  separadas por una distancia  $d$ . A la salida de la placa hay una lente convergente de distancia focal  $f=70$ cm. Se iluminan las rendijas con una luz de longitud de onda de 517 nm.

**a)** Encuentre la relación entre  $d$  y  $b$  sabiendo que el máximo de interferencia de orden 7 coincide con el mínimo de difracción de orden 2.

**b)** ¿Cuántos máximos habrá dentro de la campana principal? ¿Qué ocurrirá con el máximo de orden 7?

**c)** Encuentre los valores de  $d$  y  $b$  sabiendo que el primer máximo de interferencia se observa a una altura  $y=9$  cm por sobre el eje óptico de la lente.

**d)** Dibuje cualitativamente el perfil de intensidades, indicando la posición de todos los mínimos.

**e)** Decida si con este dispositivo es posible distinguir entre las líneas del magnesio, de longitudes de onda 517nm y 518nm. En caso de no ser posible, indique cómo modificaría el dispositivo para lograr resolver dichas líneas.

**Resp. a)**  $b/d=2/7$ ; **b)** 7 máximos; **c)**  $d=0.04$  mm,  $b=0.011$  mm; **e)** No se distinguen

**6.** Se realiza una experiencia de difracción por doble rendija con una fuente que emite en 600 nm. La separación entre los puntos medios de ambas rendijas es 0.4 mm y el ancho de las rendijas es 0.04 mm. La pantalla está a 1m de las rendijas.

**a)** ¿Para qué alturas  $h$  sobre la pantalla habrá máximos y mínimos de interferencia? ¿Y mínimos de difracción? ¿Cuántas líneas de interferencia están contenidas en la campana principal de difracción (hasta el primer mínimo)? Haga una figura de la intensidad de luz sobre la pantalla en función de  $h$ .

**b)** Se cambia la fuente por otra que emite en 700 nm. ¿Cuanto varió la distancia entre máximos de interferencia? ¿Y el ancho de la campana de difracción?

**c)** El haz de luz de 700 nm se hace incidir perpendicularmente sobre un polarizador y luego sobre una lámina de cuarzo (ancho  $d = 252.8$   $\mu\text{m}$ , e índices de refracción  $n_i=1.553$  y  $n_r=1.544$ ) colocados de forma que los ejes de la lámina de cuarzo forman  $45^\circ$  con el eje del polarizador. Calcule el desfase que introduce la lámina. ¿Qué polarización tendrá la luz emergente? Escriba el vector óptico para los haces de luz incidente y emergente de la lámina. ¿Cómo sería la polarización si la luz incidente es la de 600 nm?

**Resp. a)**  $h_{\text{MAX}}=m$  1.5 mm ( $m \in \mathbb{Z}$ ), primer mínimo de difracción en  $h=1.5$  cm, ancho de la campana 3cm; **b)** la interfranja pasa de 1.5 mm a 1.75 mm, el ancho de campana a 3.5 cm; **c)**  $\Delta\varphi = \pi/2$ , sale luz circularmente polarizada