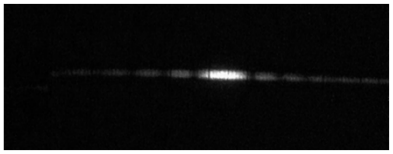
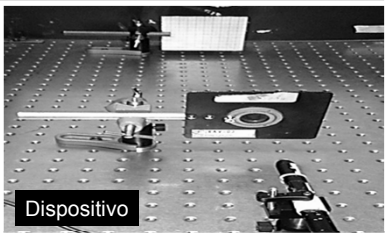
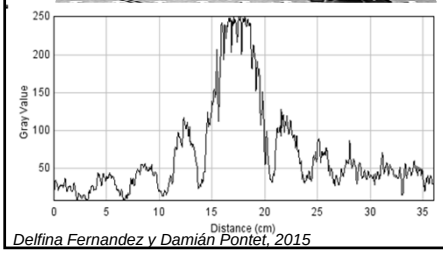
ÓPTICA FÍSICA: difracción







$$\operatorname{sen}\theta = \frac{m\lambda}{a} \qquad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots)$$

$$y_m = x\frac{m\lambda}{a} \qquad (\text{para } y_m \ll x)$$

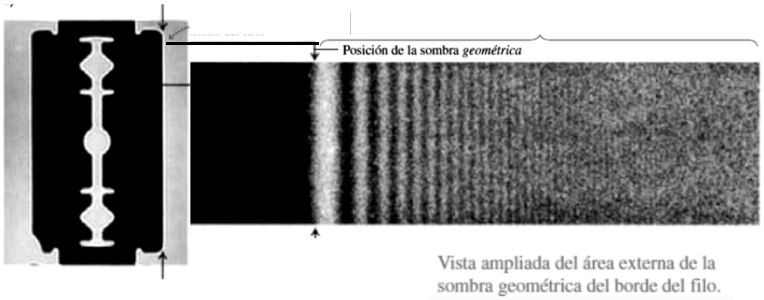
$$I = I_0\left[\frac{\operatorname{sen}(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2 \qquad \beta = \frac{2\pi}{\lambda}a\operatorname{sen}\theta$$

Delfina Fernandez y Damián Pontet, 2015

Introducción a los patrones de difracción

Difracción

es la desviación que sufren las ondas alrededor de los bordes y esquinas cuando una porción de un frente de ondas se ve cortado o interrumpido por una barrera u obstáculo.

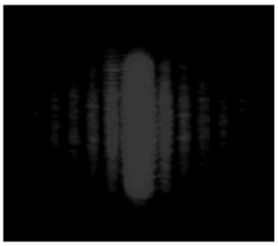


Vista ampliada del área externa de la sombra geométrica del borde del filo.

Se observa un **patrón de difracción** compuesto por regiones claras y oscuras.

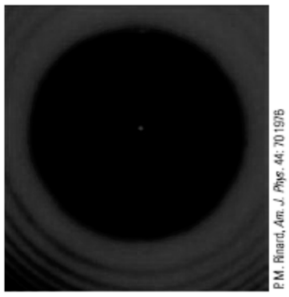
Francesco Grimaldi, 1600

Introducción a los patrones de difracción



▪ patrón de difracción que aparece sobre la pantalla cuando la luz pasa a través de una rendija vertical delgada.

▪ franja central ancha y una serie de franjas más angostas y menos intensas a ambos lados



▪ patrón de difracción creado por la iluminación de una moneda ubicada a mitad de camino entre la fuente de luz y la pantalla

▪ spot central brillante

Difracción y principio de Huygens-Fresnel

Principio de Huygens

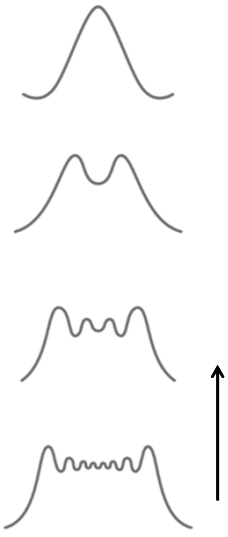
▪ cada punto de un frente de onda puede considerarse como la fuente de ondas secundarias, que se extienden en todas direcciones con velocidad igual a la de propagación de la onda.

▪ la posición del frente de onda en cualquier momento subsiguiente es la envolvente de las ondas secundarias en ese instante.

❖ no considera la longitud de onda
❖ no puede explicar los detalles del principio de difracción

Principio de Huygens-Fresnel

Cada punto sin obstrucción de un frente de ondas, a un instante determinado, sirve como una fuente de ondas secundarias esféricas de la misma frecuencia que la onda primaria. La amplitud del campo óptico en cualquier punto es la superposición de todas estos trenes de onda, considerando sus amplitudes y fases relativas.



- difracción de campo lejano o **difracción de Fraunhofer:** si la fuente, el obstáculo y la pantalla están lo suficientemente alejados para considerar como paralelas todas las líneas de la fuente al obstáculo y todas las líneas del obstáculo a un punto del patrón

- difracción de campo cercano o **difracción de Fresnel:** tanto la fuente puntual como la pantalla están relativamente cerca del obstáculo que forma el patrón de difracción

científico francés Augustin Jean Fresnel (1788-1827)
físico alemán Joseph von Fraunhofer (1787-1826)

Difracción producida por una sola ranura rectangular. Fresnel vs Fraunhofer

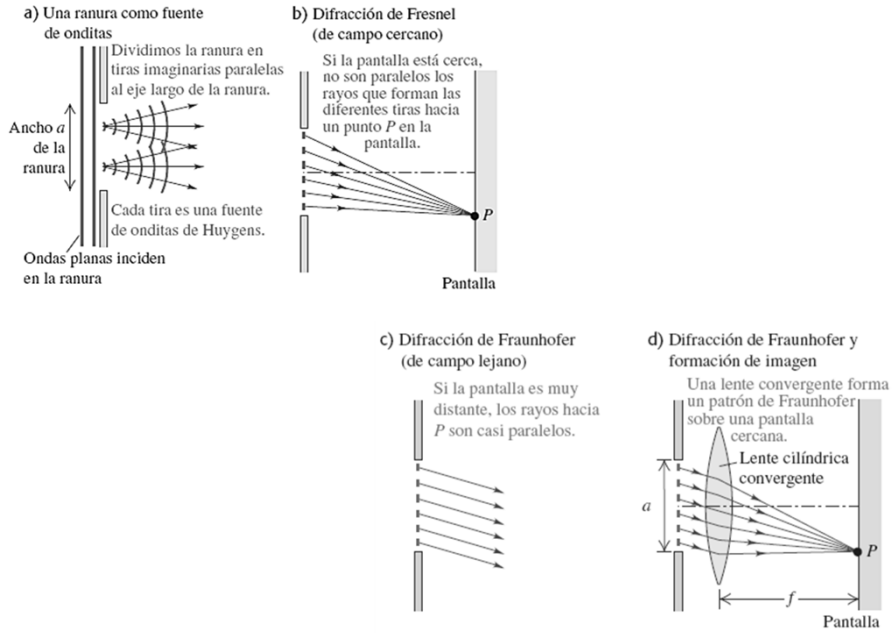
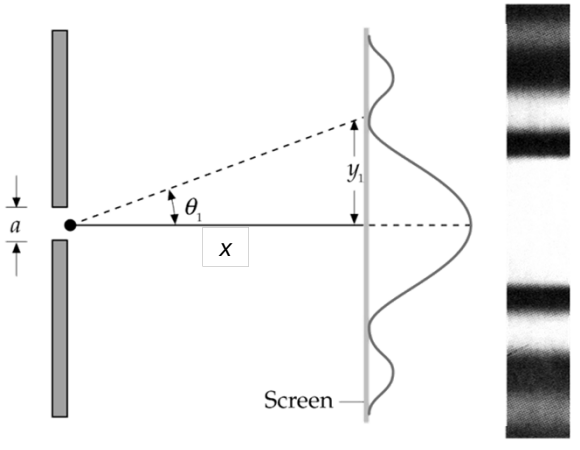
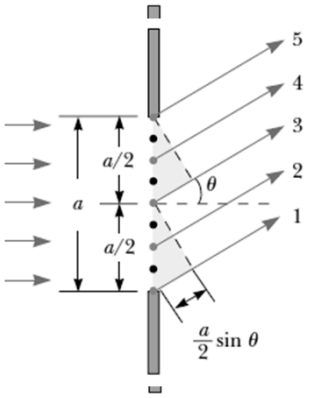


Diagrama de difracción de una sola rendija



- $x >> a$
- rayos paralelos

patrón de difracción de Fraunhofer



se presenta una franja oscura siempre que:

$$\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta = \pm\frac{\lambda}{2} \qquad \text{o bien} \qquad \operatorname{sen}\theta = \pm\frac{\lambda}{a}$$

podemos dividir la pantalla en cuartos,

$$\operatorname{sen}\theta = \pm 2\frac{\lambda}{a}$$

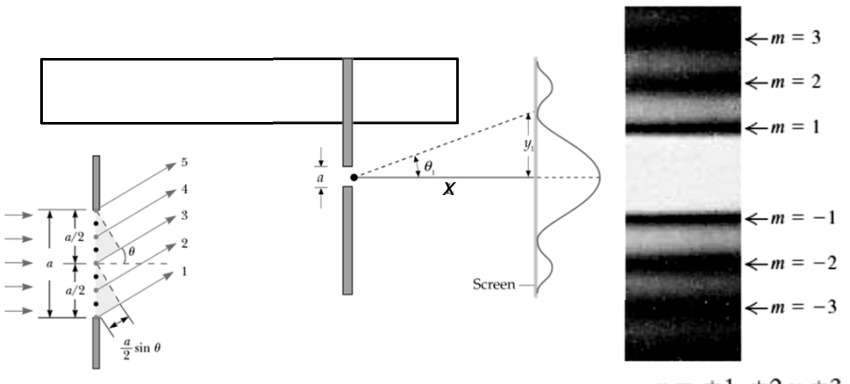
podemos dividir la pantalla en sextos,

$$\operatorname{sen}\theta = \pm 3\frac{\lambda}{a}$$

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{m\lambda}{a} \qquad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots) \qquad \text{(franjas oscuras en difracción desde una ranura)}$$

$$\theta = \frac{m\lambda}{a} \qquad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots) \qquad \text{(con ángulos } \theta \text{ pequeños)}$$

Asimismo, si la distancia de la ranura a la pantalla es x, como en la figura, y la distancia vertical de la m-ésima banda oscura al centro del patrón es y_m, entonces tan $\theta = y_m/x$.



$m = \pm 1, \pm 2$ y ± 3

$$y_m = x\frac{m\lambda}{a} \qquad (\text{para } y_m \ll x)$$

Intensidad en el patrón de una sola rendija y máximos

- Intensidad contra ángulo en difracción de una sola ranura. Los valores de m indican la intensidad mínima dada por la ecuación.

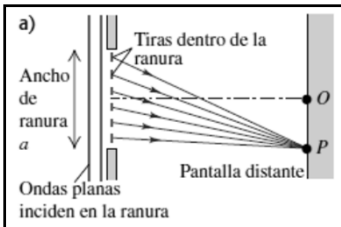
$$\operatorname{sen}\theta = \frac{m\lambda}{a} \qquad (m = \pm 1, \pm 2, \ldots)$$

- La mayoría de la potencia de las ondas va hacia el pico de intensidad central (entre la intensidad mínima m =1 y m= -1).

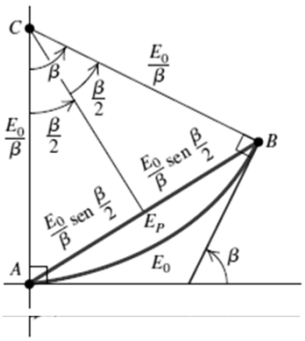
$$I = I_0\left[\frac{\operatorname{sen}(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2$$

(intensidad en la difracción de una sola ranura)

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \operatorname{sen}\theta$$



d) Al igual que en **c)**, pero en el límite en qu la ranura se subdivide en un número infinito de tiras.



Uso de diagramas de fasores para calcular la amplitud del campo $\vec{E}$ en una difracción de una sola rendija. Cada fasor representa el campo $\vec{E}$ de una sola tira dentro de la rendija.

$$I = I_0\left[\frac{\operatorname{sen}(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2$$

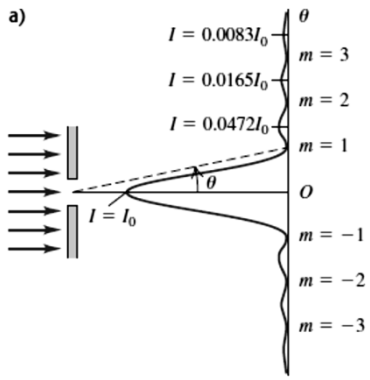
$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \operatorname{sen}\theta$$

permite calcular las posiciones de las crestas, o **máximos de intensidad**, así como la intensidad en estas crestas

$$\beta \approx \pm(2m + 1)\pi \qquad (m = 0, 1, 2, \ldots)$$

$$I_m \approx \frac{I_0}{\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 \pi^2}$$

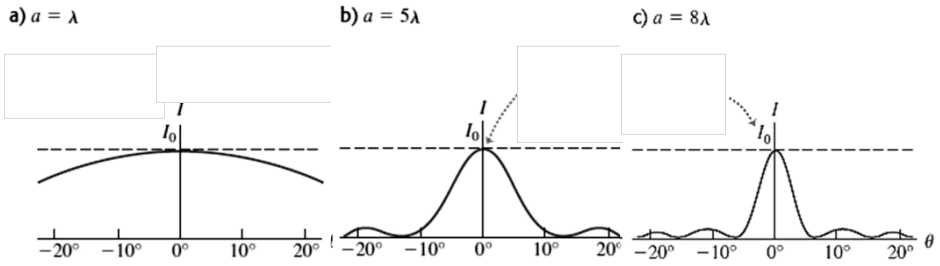
I_m es la intensidad del máximo lateral m-ésimo
I_0 es la intensidad del máximo central



$$I_m \approx \frac{I_0}{\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 \pi^2}$$

Ancho del patrón de una sola rendija

El patrón de difracción de una sola ranura depende del cociente del ancho de la ranura a con la longitud de onda λ.



- la longitud de onda λ suele ser mucho menor que el ancho de ranura a
- los valores de θ son pequeños

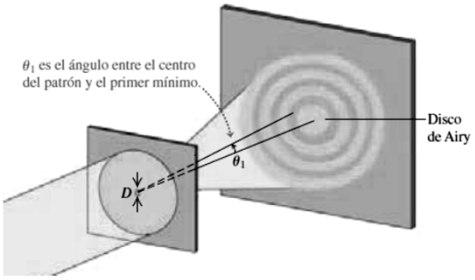
$$\theta_1 = \frac{\lambda}{a}$$

Difracción y resolución

- patrón de difracción formado por una abertura circular de diámetro D

- mancha central brillante, así como en anillos oscuros y brillantes alternados.

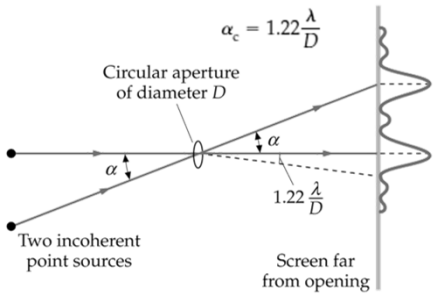
$$\operatorname{sen}\theta_1 = 1.22\frac{\lambda}{D} \qquad \text{(difracción por una abertura circular)}$$

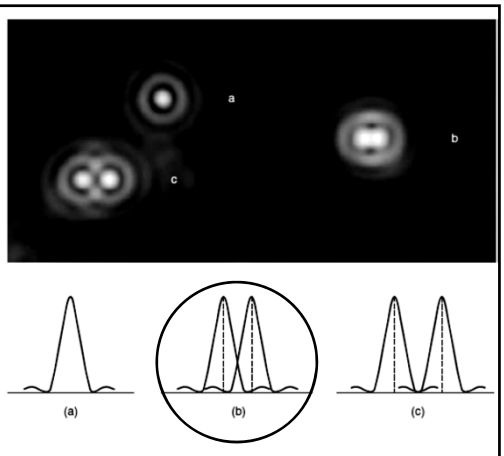


$$\theta \approx 1.22\frac{\lambda}{D}$$

- radio angular **del disco de Airy** es el del primer anillo oscuro

Astrónomo inglés Sir George Airy (1801-1892)

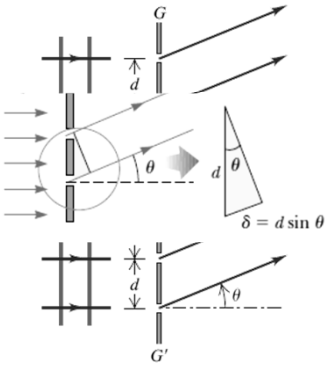




Un criterio de uso muy extendido de la resolución de dos objetos puntuales, conocido como **criterio de Rayleigh**, es que los objetos están apenas resueltos si el centro de un patrón de difracción coincide con el primer mínimo del otro.

físico inglés Lord Rayleigh (1842-1919)

Red de difracción

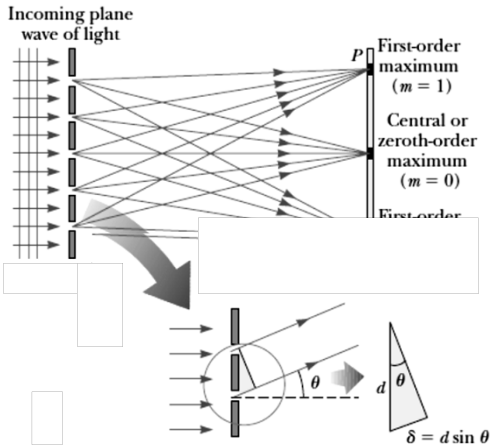


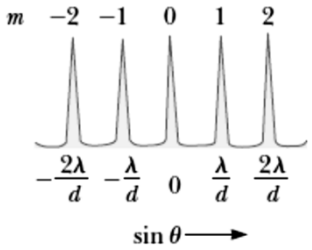
- ***red de difracción***, serie de rendijas paralelas - ***red de transmisión***
- *a*, ancho de la ranura
- *d*, distancia entre las ranuras- *espaciado de red*

$$d\,\mathrm{sen}\,\theta = m\lambda \qquad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots)$$ (máximos de intensidad, ranuras múltiples)

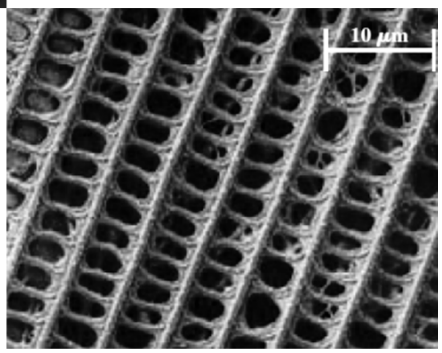
d, *recíproco* del número de rendijas por unidad de longitud

transmisiòn



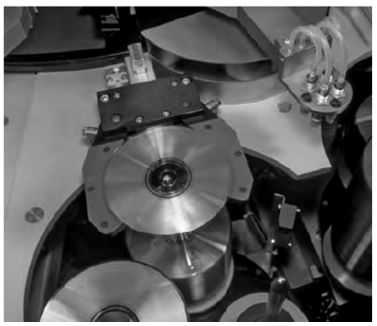


- ***red de reflexión***, serie de crestas o surcos igualmente espaciados en una pantalla reflectora
- reflexión especular
- intensidad máxima, ángulos donde la diferencia de fase es un múltiplo entero de 2π

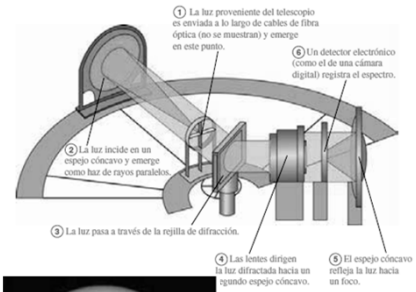


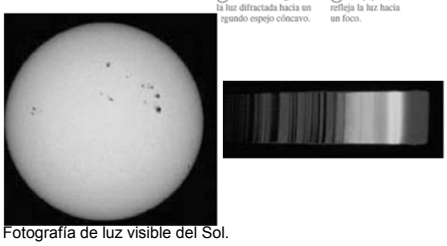
La luz reflejada de la superficie de un CD es multicolor. Los colores y sus intensidades dependen de la orientación relativa con respecto a nuestro ojo y relativa también a la fuente.

- la separación entre pistas en el disco es del orden de 1 μm
- interferencia constructiva
- longitud de onda



Espectrógrafos de red





Fotografía de luz visible del Sol.

Una rejilla de difracción dispersa la luz solar para formar un espectro. Ciertas longitudes de onda específicas son absorbidas cuando la luz solar pasa a través de la atmósfera del Sol, dejando líneas oscuras en el espectro.

En espectroscopia suele ser importante distinguir longitudes de onda que difieren muy poco. La diferencia mínima de longitud de onda $\Delta\lambda$ que un espectrógrafo es capaz de distinguir se describe mediante el **poder de resolución cromático** *R*, el cual se define como

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm$$

- cuanto **mayor** sea el número de rendijas ***N***, *mejor será la resolución*
- cuanto **más alto** sea el orden ***m*** del máximo de patrón de difracción que se utilice, *mejor será la resolución*.

El máximo de orden *m*-ésimo se presenta cuando la diferencia de fase ϕ correspondiente a ranuras adyacentes es

$$\phi = 2\pi m$$

El primer mínimo al lado de ese máximo aparece cuando

$$\phi = 2\pi m + 2\pi/N$$

La diferencia de fase también está dada por

$$\phi = (2\pi d \operatorname{sen}\theta)/\lambda$$

el intervalo angular $d\theta$ que corresponde a un pequeño incremento $d\phi$ de desplazamiento de fase se obtiene a partir de la diferencial de esta ecuación:

$$d\phi = \frac{2\pi d\cos\theta\, d\theta}{\lambda}$$

Cuando $d\phi = 2\pi/N$, esto corresponde al intervalo angular $d\theta$ entre un máximo y el primer mínimo adyacente. Por lo tanto,

$$\frac{2\pi}{N} = \frac{2\pi d\cos\theta\, d\theta}{\lambda} \quad \text{o bien} \quad d\cos\theta\, d\theta = \frac{\lambda}{N}$$

Ahora necesitamos hallar la separación angular $d\theta$ entre máximos de dos longitudes de onda levemente distintas.

$$d\cos\theta\, d\theta = m\, d\lambda$$

De acuerdo con nuestro criterio, se alcanza el límite o la resolución cuando estas dos separaciones angulares son iguales. Igualando las dos expresiones

$$\frac{\lambda}{N} = m\, d\lambda \quad \text{y} \quad \frac{\lambda}{d\lambda} = Nm$$

Si $\Delta\lambda$ es pequeña,

$$\boxed{R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm}$$

(poder de resolución cromático)

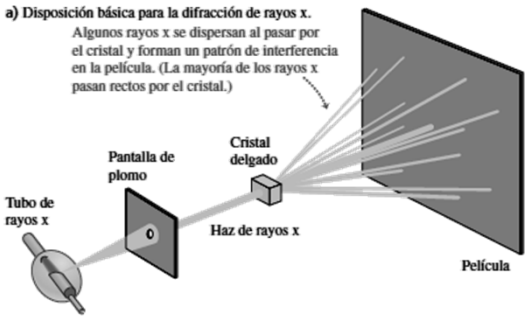
Difracción de rayos X

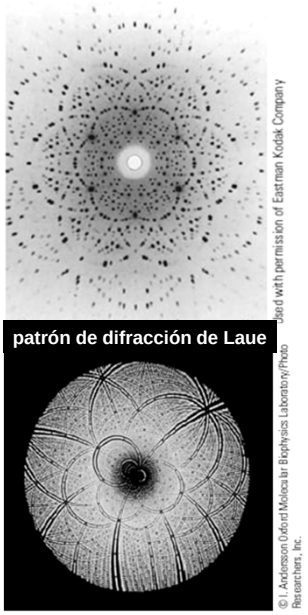
- los rayos X fueron descubiertos por Wilhelm Röntgen en 1895
- ondas electromagnéticas del orden de 10^{-10} m
- en un sólido cristalino los átomos están dispuestos en un patrón de forma regular
- en 1912, Max von Laue propuso que un cristal serviría como red de difracción 3D para los rayos X
- en 1912, Friederich, Knipping y von Laue realizaron experimentos de difracción de rayos X

- *los rayos X dispersados formaron un patrón de interferencia*
- *los rayos X son ondas*
- *los átomos están dispuestos conforme a una distribución regular*

Wilhelm Röntgen (1845 – 1923)

Max von Laue (1879 – 1960)





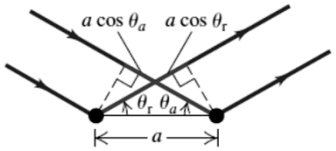
patrón de difracción de Laue

Used with permission of Eastman Kodak Company
© I. Anderson Oxford Molecular Biophysics Laboratory/Photo Researchers, Inc.

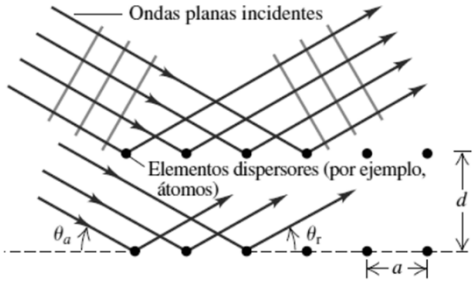
Modelo bidimensional de dispersión con respecto a una formación rectangular. Observe que los ángulos en b) se miden desde la *superficie* del cristal no desde su normal.

b) Dispersión desde los átomos adyacentes en una fila

La interferencia desde átomos adyacentes de una fila es constructiva cuando las longitudes del trayecto $a \cos \theta_a$ y $a \cos \theta_r$ son iguales; así que el ángulo de incidencia θ_a es igual al ángulo de reflexión (dispersión) θ_r.

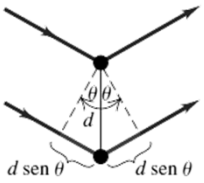


a) Dispersión de ondas desde una formación rectangular



c) Dispersión desde átomos en filas adyacentes

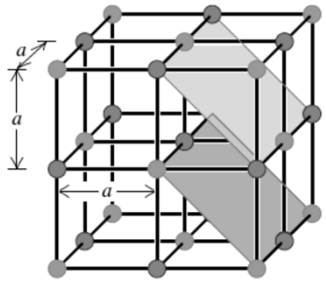
La interferencia desde átomos en filas adyacentes es constructiva cuando la diferencia de trayecto $2d \text{ sen } \theta$ es igual a un número entero de longitudes de onda, como en la ecuación (36.16).



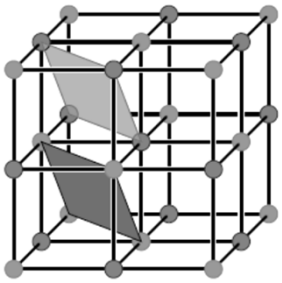
Podemos extender este análisis a una formación tridimensional considerando *planos* de elementos dispersores en vez de *filas.*

- cristal cúbico y dos familias diferentes de planos cristalinos. Hay además tres conjuntos de planos paralelos a las caras del cubo, con separación *a*.
- existen muchos conjuntos distintos de planos paralelos,
- también son muchos los valores de *d* y los conjuntos de ángulos que producen interferencia constructiva en toda la red cristalina.
- ***reflexión de Bragg***

a) La separación de los planos es $d = a/\sqrt{2}$.

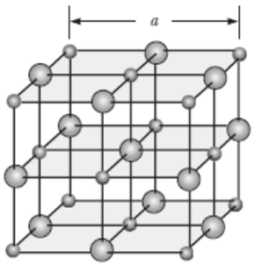


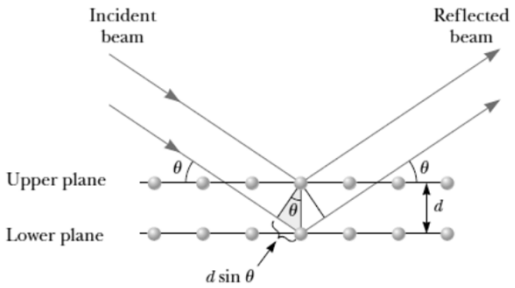
b) La separación de los planos es $d = a/\sqrt{3}$.



$$2d\,\mathrm{sen}\,\theta = m\lambda \qquad (m = 1, 2, 3, \ldots)$$

(condición de Bragg para que haya interferencia constructiva desde una formación)

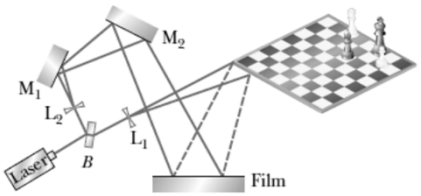


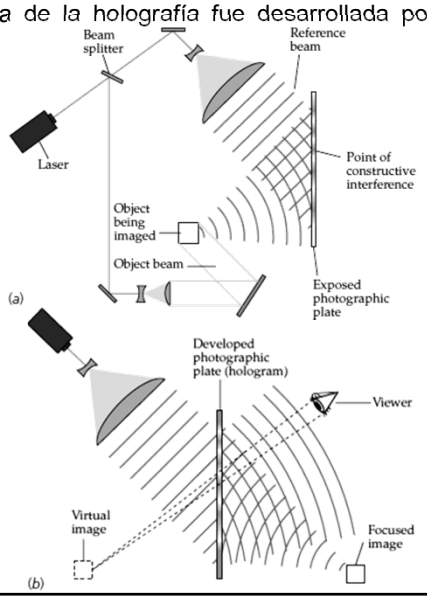


- el ángulo de incidencia debe ser igual al ángulo de dispersión
- la diferencia de trayecto correspondiente a filas adyacentes debe ser igual a $m\lambda$, donde m es un entero.

Holografía

La ***holografía*** es una técnica para registrar y reproducir una imagen de un objeto por medio de efectos de interferencia. La física de la holografía fue desarrollada por Dennis Gabor en 1948.





- haz de referencia
- haz procedente del objeto
- película fotográfica
  - imagen 3D

Dennis Gabor (1900 -1979), Premio Nobel en 1971