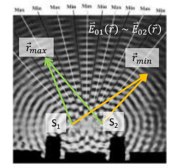
Interferencia

Parte 2

El término de interferencia



$$I = \underbrace{\langle \vec{E}_1^{\,2} \rangle}_{I_1} + \underbrace{\langle \vec{E}_2^{\,2} \rangle}_{I_2} + \underbrace{2\langle \vec{E}_1 . \vec{E}_2 \rangle}_{I_{12}}$$

$$I = \frac{\vec{E}_{01}^{\,2}}{2} + \frac{\vec{E}_{02}^{\,2}}{2} + \vec{E}_{01}\,\vec{E}_{02} \cos \Delta\varphi(\vec{r})$$

Notar:
- Los terminos I_1 e I_2 son constantes
- I_{12} varia en el espacio : $\Delta\varphi = \Delta\varphi(\vec{r})$
- I_{12} se anula si $\vec{E}_{01} \perp \vec{E}_{02}$

Nos vamos a concentrar en el caso particular de dos ondas que oscilan en la **misma dirección** con **igual amplitud**

$$\vec{E}_{01} = \vec{E}_{02} \equiv \vec{E}_0$$

$$I = \frac{E_0^{\,2}}{2} + \frac{E_0^{\,2}}{2} + E_0 E_0 \cos \Delta\varphi(\vec{r})$$

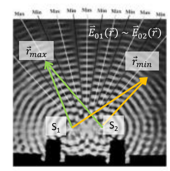
$$I = E_0^{\,2}\,(1 + \cos \Delta\varphi(\vec{r}))$$

$$I = 2\, I_0 (1 + \cos \Delta\varphi(\vec{r}))$$

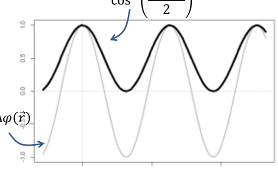
$$I = 4\, I_0 \cos^2\left(\frac{\Delta\varphi(\vec{r})}{2}\right)$$

$$1 + \cos\Delta = 1 + \cos\left(\frac{\Delta}{2} + \frac{\Delta}{2}\right)$$
$$= 1 + \cos\left(\frac{\Delta}{2}\right)\cos\left(\frac{\Delta}{2}\right) - \sin\left(\frac{\Delta}{2}\right)\sin\left(\frac{\Delta}{2}\right)$$
$$= 1 + \cos^2\left(\frac{\Delta}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\Delta}{2}\right)$$
$$= \underbrace{1 - \sin^2\left(\frac{\Delta}{2}\right)}_{\cos^2\left(\frac{\Delta}{2}\right)} + \cos^2\left(\frac{\Delta}{2}\right)$$
$$= 2\cos^2\left(\frac{\Delta}{2}\right)$$

Perturbaciones paralelas



$$I = 4\, I_0 \cos^2\left(\frac{\Delta\varphi(\vec{r})}{2}\right)$$



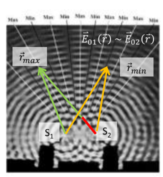
Habrá **máxima irradiancia** para aquellos sitios $\vec{r}_{max}$ tales que

$$\Delta\varphi(\vec{r}_{max}) = 2\pi m$$

Habrá **mínima irradiancia** para aquellos sitios $\vec{r}_{min}$ tales que

$$\Delta\varphi(\vec{r}_{min}) = \pi(2m+1)$$

Maximos



$$I = 4\, I_0 \cos^2\left(\frac{\Delta\varphi(\vec{r})}{2}\right)$$

$$\Delta\varphi(\vec{r}_{max}) = 2\pi m \longrightarrow I = 4\, I_0$$

$$\Delta\varphi(\vec{r}_{min}) = \pi(2m+1) \longrightarrow I = 0$$

Empecemos analizando los **máximos** para fuentes que oscilan en fase $(\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon)$:

$$\Delta\varphi(\vec{r}_{max}) = 2\pi m$$

$$(k_2 r_{max2} - w\,t + \varepsilon) - (k_1 r_{max1} - w\,t + \varepsilon) = 2\pi m$$

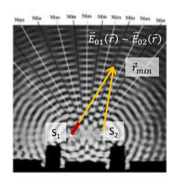
$$k(r_{max2} - r_{max1}) = 2\pi m$$

$$(r_{max2} - r_{max1}) = \frac{2\pi m}{k}$$

$$(r_{max2} - r_{max1}) = m\lambda$$

Los máximos ocurren en aquellas posiciones para las cuales:
- la diferencia de fases resulta un número entero de veces 2π
- O equivalentemente: la diferencia de caminos resulta un número entero de longitudes de onda

…y mínimos



$$I = 4\, I_0 \cos^2\left(\frac{\Delta\varphi(\vec{r})}{2}\right)$$

$$\Delta\varphi(\vec{r}_{max}) = 2\pi m \longrightarrow I = 4\, I_0$$

$$\Delta\varphi(\vec{r}_{min}) = \pi(2m+1) \longrightarrow I = 0$$

Ahora analicemos los **mínimos** para fuentes que oscilan en fase $(\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon)$:

$$\Delta\varphi(\vec{r}_{min}) = (2m+1)\pi$$

$$(k_2 r_{min2} - w\,t + \varepsilon) - (k_1 r_{min1} - w\,t + \varepsilon) = (2m+1)\pi$$

$$k(r_{min2} - r_{min1}) = (2m+1)\pi$$

$$(r_{min2} - r_{min1}) = \frac{(2m+1)\pi}{k}$$

$$(r_{min2} - r_{min1}) = (m + \frac{1}{2})\lambda$$

Los mínimos ocurren en aquellas posiciones para las cuales:
- la diferencia de fases resulta un número impar de veces π
- O equivalentemente: la diferencia de caminos resulta un número entero de longitudes de onda mas media onda.

Máximos y mínimos en el espacio

Las condiciones max y min definen hiperboloides de revolución

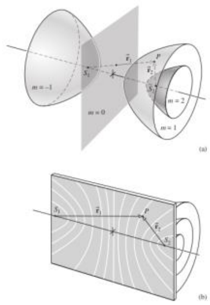
$$I = 4\,I_0 \cos^2\left(\frac{\Delta\varphi(\vec{r})}{2}\right)$$

$$\Delta\varphi(\vec{r}_{max}) = 2\pi m$$

$$(r_{max2} - r_{max1}) = m\lambda$$

$$\Delta\varphi(\vec{r}_{min}) = (2m+1)\pi$$

$$(r_{min2} - r_{min1}) = (m + \frac{1}{2})\lambda$$



Como se ´traducen´ estas condiciones en la disposición espacial de máximos y mínimos?

Máximos y mínimos en el espacio

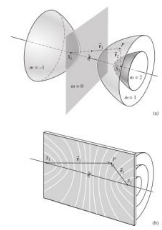
$$I = 4\,I_0 \cos^2\left(\frac{\Delta\varphi(\vec{r})}{2}\right)$$

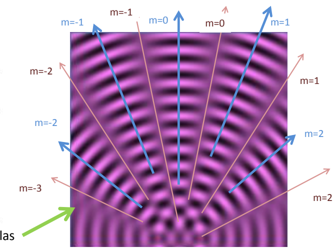
$$\Delta\varphi(\vec{r}_{max}) = 2\pi m$$

$$(r_{max2} - r_{max1}) = m\lambda$$

$$\Delta\varphi(\vec{r}_{min}) = (2m+1)\pi$$

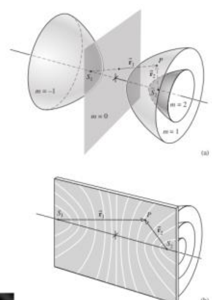
$$(r_{min2} - r_{min1}) = (m + \frac{1}{2})\lambda$$





Ojo: no son rectas…son hiperbolas

Que veo?



$$(r_{max2} - r_{max1}) = m\lambda$$

$$(r_{min2} - r_{min1}) = (m + \frac{1}{2})\lambda$$

Maximos de fuentes desfasadas ($\varepsilon_2 \neq \varepsilon_1$)

$$I = 4\,I_0 \cos^2\left(\frac{\Delta\varphi(\vec{r})}{2}\right)$$

$$\Delta\varphi(\vec{r}_{max}) = 2\pi m \longrightarrow I = 4\,I_0$$

$$\Delta\varphi(\vec{r}_{min}) = \pi(2m+1) \longrightarrow I = 0$$

Empecemos analizando los **máximos** :

$$\Delta\varphi(\vec{r}_{max}) = 2\pi m$$

$$(k_2 r_{max2} - w\,t + \varepsilon_2) - (k_1 r_{max1} - w\,t + \varepsilon_1) = 2\pi m$$

$$k(r_{max2} - r_{max1}) + \Delta\varepsilon = 2\pi m$$

$$(r_{max2} - r_{max1}) = \frac{2\pi m}{k} - \frac{\Delta\varepsilon}{k}$$

Compensa la eventual diferencia de fases inicial

$$(r_{max2} - r_{max1}) = m\lambda - \frac{\Delta\varepsilon}{2\pi}\lambda \;= \lambda(m - \frac{\Delta\varepsilon}{2\pi})$$

Mínimos de fuentes desfasadas

$$I = 4\,I_0 \cos^2\left(\frac{\Delta\varphi(\vec{r})}{2}\right)$$

$$\Delta\varphi(\vec{r}_{max}) = 2\pi m \longrightarrow I = 4\,I_0$$

$$\Delta\varphi(\vec{r}_{min}) = \pi(2m+1) \longrightarrow I = 0$$

Ahora analicemos los **mínimos**:

$$\Delta\varphi(\vec{r}_{min}) = (2m+1)\pi$$

$$(k_2 r_{min2} - w\,t + \varepsilon_2) - (k_1 r_{min1} - w\,t + \varepsilon_1) = (2m+1)\pi$$

$$k(r_{min2} - r_{min1}) = (2m+1)\pi - \Delta\varepsilon$$

$$(r_{min2} - r_{min1}) = \frac{(2m+1)\pi - \Delta\varepsilon}{k}$$

$$(r_{min2} - r_{min1}) = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda - \frac{\Delta\varepsilon}{2\pi}\lambda = \lambda\left(m + \frac{1}{2} - \frac{\Delta\varepsilon}{2\pi}\right)$$

Máximos y mínimos para fuentes desfasadas

$$I = 4\,I_0 \cos^2\left(\frac{\Delta\varphi(\vec{r})}{2}\right)$$

$$\Delta\varphi(\vec{r}_{max}) = 2\pi m$$

$$(r_{max2} - r_{max1}) = \lambda(m - \frac{\Delta\varepsilon}{2\pi})$$

$$\Delta\varphi(\vec{r}_{min}) = (2m+1)\pi$$

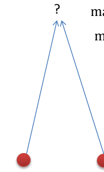
$$(r_{min2} - r_{min1}) = \lambda\left(m + \frac{1}{2} - \frac{\Delta\varepsilon}{2\pi}\right)$$

Notar que en general para un valor dado $\Delta\varepsilon \neq 0$ el patron de interferencia cambia. Por ejemplo, puntos equidistantes de las fuentes pueden no ser más máximos.

?

max, si $\Delta\varepsilon = 0$

min, si $\Delta\varepsilon = \pi$



La condición oculta*

- Por qué no vemos interferencia de manera cotidiana?

$$I = 4\, I_0 \cos^2\left(\frac{\Delta\varphi(\vec{r})}{2}\right)$$

$$(r_{max2} - r_{max1}) = \lambda\left(m - \frac{\Delta\varepsilon}{2\pi}\right)$$

$$(r_{min2} - r_{min1}) = \lambda\left(m + \frac{1}{2} - \frac{\Delta\varepsilon}{2\pi}\right)$$

- El patron de interferencia podrá ser detectado sólo si no varía en el tiempo (sino cambia todo el tiempo y en promedio se borronea todo…o sea no veo patron alguno)
- Eso significa que, para que sea detectable, la diferencia de fases iniciales $\Delta\varepsilon$ entre las dos fuentes, debe permanecer constante.
- Pero vimos que por cómo se genera la luz, cada emisor radía un tren de ondas durante un lapso de $\Delta t_{coherencia} \sim 10^{-8}$. Entonces su fase sólo puede considerarse const… a cachos muy cortos.
- Es virtualmente imposible que dos fuentes de luz indepen… …engan $\Delta\varepsilon = \text{cte}$

Pero entonces!??!!

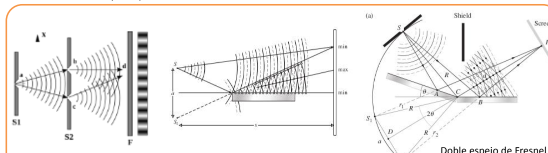
*Gran título para una película

Interferómetros

- Dispositivos para <u>generar</u> fuentes que mantienen una relación de fase inicial $\Delta\varepsilon = \text{cte}$
- Vienen en dos sabores:

Cada dispositivo permite generar fuentes diferenciadas con una relacion de fase constante. Pero yo sabemos resolver eso! No te tenemo miedo interferometro!

Interferómetros por división de frente de onda
Se toma un frente de onda y se usa una parte del mismo como fuente1 y otra parte como fuente 2



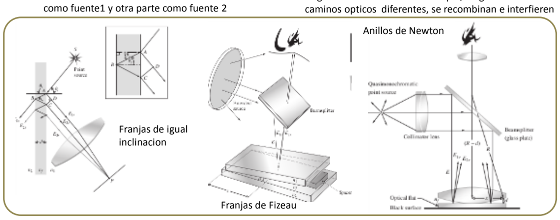
Interferómetro de Young — Espejo de Lloyd — Doble espejo de Fresnel

Interferómetros

- Dispositivos para <u>generar</u> fuentes que mantienen una relación de fase inicial $\Delta\varepsilon = \text{cte}$
- Vienen en dos sabores:

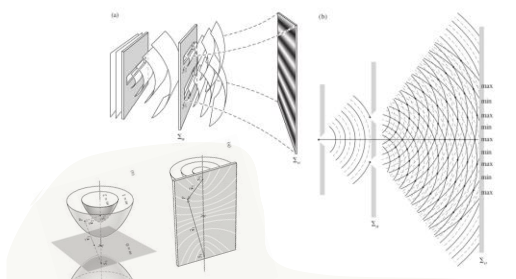
Interferómetros por división de frente de onda
Se toma un frente de onda y se usa una parte del mismo como fuente1 y otra parte como fuente 2

Interferómetros por división de amplitud: la onda original se divide en dos o mas que, luego de recorrer caminos opticos diferentes, se recombinan e interfieren



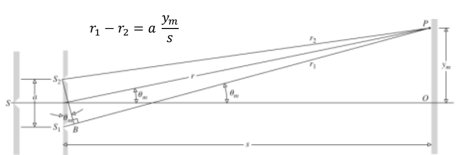
Franjas de igual inclinacion — Franjas de Fizeau — Anillos de Newton

Empecemos por Young



Young 2

$$r_1 - r_2 = a\,\frac{y_m}{s}$$



- Ambas fuentes, S_1 y S_2 emiten en fase
- La diferencia de fase que aparece en P surge de la diferencia de caminos

$$r_1 - r_2 = a \sin\theta_m \sim a\tan\theta_m = a\,\frac{y_m}{s}$$

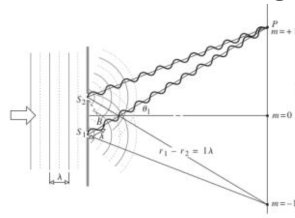
para θ chicos

altura sobre la pantalla del punto que estoy analizando

distancia doble rendija-pantalla

distancia entre rendijas

Young 3



Máximos sobre la pantalla

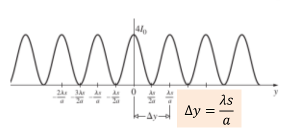
$$r_1 - r_2 = a\,\frac{y_m}{s} = m\lambda$$

$$y_m = m\lambda\,\frac{s}{a}$$

La irradiancia sobre la pantalla:

$$I = 4\, I_0 \cos^2\left(\frac{\Delta\varphi(\vec{r})}{2}\right)$$

$$= 4\, I_0 \cos^2\left(\frac{k\,(r_1 - r_2)}{2}\right)$$

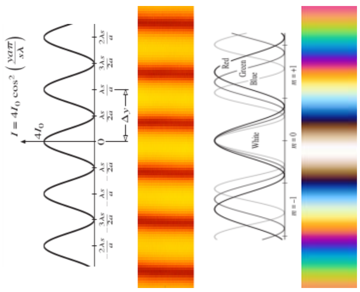


$$\Delta y = \frac{\lambda s}{a}$$

$$I(y) = 4\, I_0 \cos^2\left(\frac{y\, a\, \pi}{s\lambda}\right)$$

Midiendo separacion de maximos uno puede determinar la long de onda

Young en colores



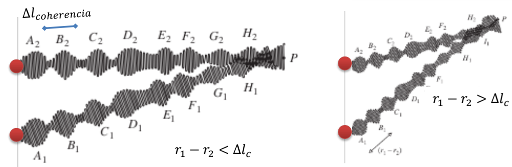
$$I(y) = 4\, I_0 \cos^2\left(\frac{y\, a\, \pi}{s\lambda}\right)$$

$$y_m = m\lambda\, \frac{s}{a}$$

$$\Delta y = \frac{\lambda s}{a}$$

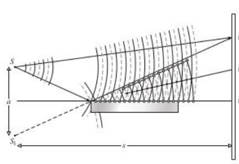
Warning…Tiempo y longitud de coherencia

- Una propagación armónica, no describe adecuadamente la radiación **emitida** por fuentes naturales de luz
- Cada emisor radía un tren de ondas durante un lapso de $\Delta t_{coherencia} \sim 10^{-9} s$
- La longitud típica que presenta fase constante resulta: $\Delta l_{coherencia} = c\Delta t_{coherencia} \sim 30cm$
- Por lo tanto la diferencia de fase entre dos fuentes puede permanecer constante **a lo sumo** durante un tiempo $\Delta t_{coherencia}$.



Si la diferencia de caminos es mayor a la longitud de coherencia no se produce interferencia en ese punto. El término $I_{12}=0$ y la irradiancia resulta constante $I=I_1+I_2$

Espejo de Lloyd



El único cuidado que hay que tener aquí es que al reflejarse la onda sufre un desfasaje en π. O sea es idéntico a Young pero con las fuentes emitiendo a contrafase.

$$\Delta\varphi(\vec{r}) = k\,(r_1 - r_2) + \pi$$

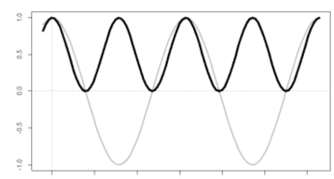
$$I = 4\, I_0 \cos^2\left(\frac{\Delta\varphi(\vec{r})}{2}\right) = 4\, I_0 \cos^2\left(\frac{k\,(r_1 - r_2)}{2} + \frac{\pi}{2}\right)$$

Ver siguiente slide

$$I(y) = 4\, I_0 \sin^2\left(\frac{y\, a\, \pi}{s\lambda}\right)$$

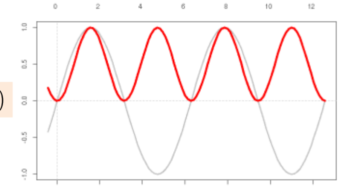
Donde antes tenía maximos ahora tengo mínimos y viceversa

$\cos^2 x$



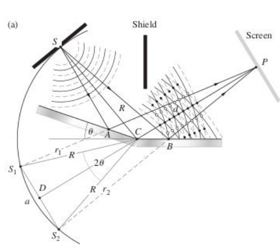
$\sin^2 x = \cos^2(x + \frac{\pi}{2})$

$$I(y) = 4\, I_0 \sin^2\left(\frac{y\, a\, \pi}{s\lambda}\right)$$



Donde antes tenía maximos ahora tengo mínimos y viceversa

Doble espejo de Fresnel



Igual que Young

$$I(y) = 4\, I_0 \cos^2\left(\frac{y\, a\, \pi}{s\lambda}\right)$$

$$y_m = m\lambda\, \frac{s}{a}$$

$$\Delta y = \frac{\lambda s}{a}$$

La ubicación de las fuentes surge de propiedades geométricas del dispositivo (en la práctica $\theta \ll 1$)

$$2\theta \sim \frac{a}{R} \longrightarrow a \sim 2\theta R$$

$$s = R + |CP|$$