Ondas

Descripcion matematica
Polarizacion

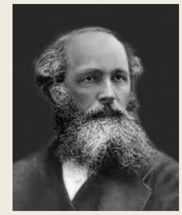
En serio…qué es la luz?

$$\vec{\psi}(x,t) = \overrightarrow{E_0}\,\cos(kx - w\,t + \varphi_0)$$

direccion de propagación (rayo)

Carga puntual acelerada

direccion de $\overrightarrow{E_0}$



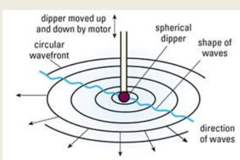
James Maxwell

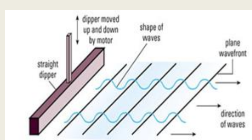
La luz es una onda, i.e. una perturbación que se propaga.

En cada punto del espacio la perturbación es el campo **E,** que hay que entenderlo como el apartamientos del valor basal (que es nulo) del campo electrico en ese punto.

Teoría ondulatoria

✓ La luz es una onda





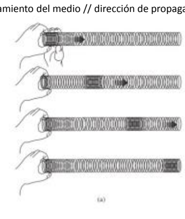
- La forma de la onda describe la perturbación instante a instante.
- Es posible reconocer puntos en el espacio que oscilan en fase. Definen lo que se conoce como **frente de onda.**
- La onda (i.e. la perturbación) viaja en el tiempo a una dada velocidad. Los frentes de onda se desplazan.
- Es posible describir la dirección de la propagación utilizando el concepto de **rayo**: dirección de propagación. Siempre resulta perpendicular a los frentes de onda.

Descripción de una onda 1D

Involucra describir **espacial** y **temporalmente** el comportamiento de una cantidad de interés Ψ que se aleja de su valor de equilibrio transitoriamente. En ese sentido describe cómo una **perturbación** atraviesa un **medio**

Onda longitudinal

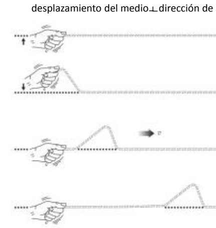
desplazamiento del medio // dirección de propagación



Ψ: densidad local de espiras

Onda transversal

desplazamiento del medio ⊥ dirección de propagación

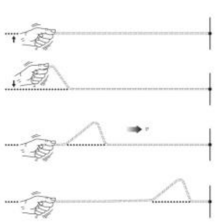


Ψ: altura local de la soga

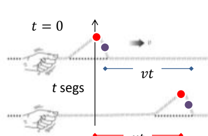
Descripción de una onda 1D

- Describir matemáticamente la onda es especificar $\psi(x,t)$ como función de *x* y *t:*

$$\psi(x,t) = f(x,t)$$



- Para una onda que **se propaga a velocidad *v* sin deformarse**, el perfil de perturbaciones que veo a tiempo *t=0* lo veré desplazado en una cantidad *v.t*

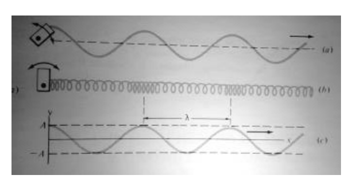


- Por tanto la onda debe cumplir que

$$\psi(x,t) = f(x - v\,t)$$

Onda armonica

- Perturbación armónica



$$\psi(x,t) = f(x - v\,t)$$
$$= E_0\,\cos(k(x - vt) + \varphi_0)$$
$$= E_0\,\cos(kx - kv\,t + \varphi_0)$$

kv=w

$$= E_0\,\cos(kx - w\,t + \varphi_0)$$

Esta forma funcional permite describir ondas de diferentes **longitudes de onda** (periodos espaciales) y **frecuencias** (periodos temporales)

$$\psi(x,t) = E_0\,\cos(kx - w\,t + \varphi_0)$$

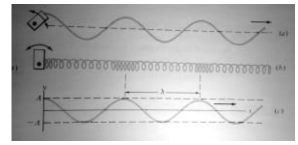
[k]=rad/[longitud] [w]=rad/[tiempo]

Veamos como funciona

Desfasajes

- Poner una onda de referencia
- Una onda desfasada +pi/2
- Una onda desfasada +pi
- Una onda desfasada +3pi/2
- Una onda desfasada 2pi

Onda armonica



$$\psi(x,t) = E_0\ \cos(kx - w\,t + \varphi_0)$$

φ :fase de la onda

Periodicidad espacial	Periodicidad Temporal	Fase inicial
$k = \frac{2\pi}{\lambda}$	$T = \frac{2\pi}{w} = \frac{1}{f}$	φ_0

Nro de onda (periodo espacial)

Long de onda

Periodo temporal

Frecuencia angular

$$\psi(x,t) = E_0\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t + \varphi_0)$$

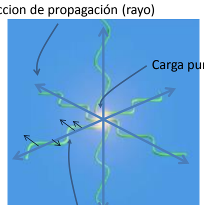
$v = \frac{w}{k} = \frac{\lambda}{T}$

$v = \lambda\, f$

Caracter vectorial de la luz

$$\vec{\psi}(x,t) = \overrightarrow{\boldsymbol{E_0}}\ \cos(kz - w\,t + \varphi_0)$$

direccion de propagación (rayo)



Carga puntual acelerada

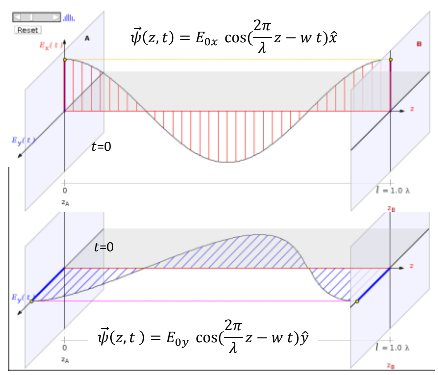
direccion de $\vec{E_0}$

La luz es una onda, i.e. una perturbación que se propaga.

En cada punto del espacio la perturbación **es** el campo **E**

En cada punto E tiene
magnitud
direccion
sentido

Estados de polarización: ej de pol. lineal



applet

Estado de polarización de una onda

El estado de polarización más general para una onda que se propaga según la dirección *z* puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual frecuencia** que se propagan en z: una onda oscilante en la dirección *x* y la otra según *y*:

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_x)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_y)\hat{y}$$

$\varphi_y = \varphi_y + \varepsilon$

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_x)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_x + \varepsilon)\hat{y}$$

diferencia de fase entre onda *y* y onda en *x*

Estado de polarización de una onda

El estado de polarización más general para una onda que se propaga según la dirección *z* puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual frecuencia** que se propagan en z: una onda oscilante en la dirección *x* y la otra según *y*:

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_x)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_y)\hat{y}$$

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_x)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_x + \varepsilon)\hat{y}$$

Estos parámetros son los que definen como se mezclan las contribuciones en *x* e *y* , por lo que terminan definiendo el estado de polarización de la onda.

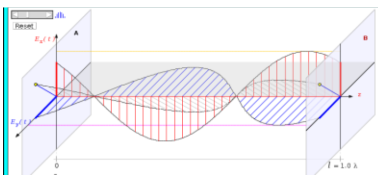
applet

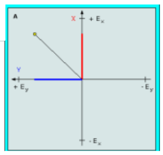
Polarización lineal 1

El estado de **polarización lineal** para una onda que se propaga según la dirección *z* puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual frecuencia** que se propagan en z: una onda oscilante en la dirección *x* y la otra según *y*:

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varepsilon)\hat{y}$$

con ε=0 o mas general: $\varepsilon = \pm m\,2\pi$





applet

Polarización lineal 1

El estado de **polarización lineal** para una onda que se propaga según la dirección *z* puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual frecuencia** que se propagan en z: una onda oscilante en la dirección *x* y la otra según *y*:

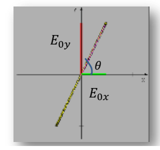
$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varepsilon)\hat{y}$$

con ε=0 o mas general: $\varepsilon = \pm m\,2\pi$

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{y}$$

$$\vec{\psi}(z,t) = \underbrace{\left(E_{0x}\hat{x} + E_{0y}\hat{y}\right)}\cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)$$

dirección constante $\longrightarrow$ $\tan\theta = \frac{E_{0y}}{E_{0x}}$



Polarización lineal 2

Supongamos ahora que $\varepsilon = \pm\,\pi$ o mas general: $\varepsilon = \pm\pi \pm 2m\pi$

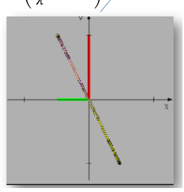
$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \pi)\hat{y}$$

applet

Usando que $\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$

$$\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \pi\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t\right)\overset{-1}{\cos\pi} - \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t\right)\cancel{\sin\pi}$$

$$= -\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t\right)$$



$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{x} - E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{y}$$

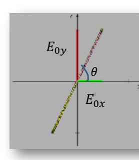
$$\vec{\psi}(z,t) = \left(E_{0x}\hat{x} - E_{0y}\hat{y}\right)\cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)$$

O sea…polarización lineal

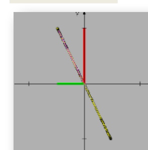
El estado de **polarización lineal** para una onda que se propaga según la dirección *z* puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual frecuencia** que se propagan en z: una onda oscilante en la dirección *x* y la otra según *y*:

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varepsilon)\hat{y}$$

ε=0 $\varepsilon = m\,2\pi$ $m = 0, \pm1, \pm2, ..$ $\varepsilon = \pm\pi + 2\pi\,m$



$\tan\theta = \frac{E_{0y}}{E_{0x}}$

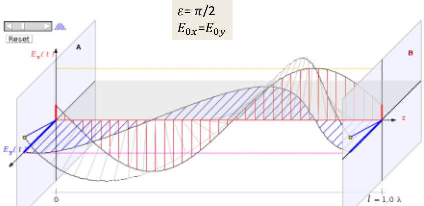


Polarización Circular

El estado de **polarización circular** para una onda que se propaga según la dirección *z* puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual amplitud y frecuencia, desfasadas en π/2 radianes** que se propagan en z:

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varepsilon)\hat{y}$$

$\varepsilon = \pi/2$
E_{0x}=E_{0y}



applet

Polarización Circular

El estado de **polarización circular** para una onda que se propaga según la dirección *z* puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual amplitud y frecuencia, desfasadas en $\pm\,\pi/2$ radianes** que se propagan en z:

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varepsilon)\hat{y}$$

$\varepsilon = \pm\pi/2$ E_{0x}=E_{0y}

Usando que $\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$

$$\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t \pm \pi/2\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t\right)\cancel{\cos\pi/2} \mp \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t\right)\overset{1}{\sin\pi/2}$$

$$= \mp\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t\right)$$

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \underbrace{\left[\cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{x} \mp\ sin(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{y}\ \right]}_{\text{Versor que gira con } t}$$

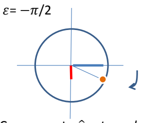
Polarización Circular

El estado de **polarización circular** para una onda que se propaga según la dirección *z* puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual amplitud y frecuencia, desfasadas en $\pm \pi/2$ radianes** que se propagan en z:

$$\vec{\psi}(z,t) = \boldsymbol{E_{0x}} \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{x} + \boldsymbol{E_{0x}} \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t \pm \pi/2)\hat{y}$$

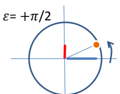
$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\left[\cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{x} \mp sin(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{y}\right]$$

$\varepsilon = -\pi/2$



Componente $\hat{y}$ *retrasada*
Luz circular derecha
(horaria)

$\varepsilon = +\pi/2$



Componente $\hat{y}$ *adelantada*
Luz circular izquierda
(anti-horaria)

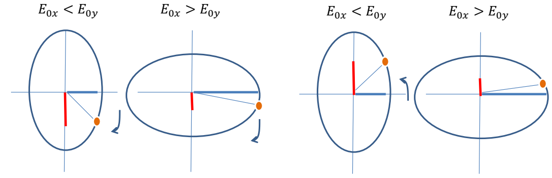
Polarización Elíptica: caso particular

$$\vec{\psi}(z,t) = \boldsymbol{E_{0x}} \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{x} + \boldsymbol{E_{0y}} \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \boldsymbol{\varepsilon})\hat{y}$$

$\varepsilon = \pm\pi/2 \quad E_{0x} \neq E_{0y}$

$\varepsilon = -\pi/2$ | $\varepsilon = +\pi/2$

$E_{0x} < E_{0y}$ | $E_{0x} > E_{0y}$ | $E_{0x} < E_{0y}$ | $E_{0x} > E_{0y}$



Polarización elíptica. Caso general

- En realidad los casos de polarizacion lineal y circular vistos hasta ahora pueden ser considerados como casos particulares de un estado de **polarización elíptico.**

$$\vec{\psi}(z,t) = \boldsymbol{E_{0x}} \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{x} + \boldsymbol{E_{0y}} \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \boldsymbol{\varepsilon})\hat{y}$$

- Veamoslo en un applet primero.

Polarización elíptica. Caso general

- En realidad los casos de polarizacion lineal y circular vistos hasta ahora pueden ser considerados como casos particulares de un estado de **polarización elíptico.**

$$\vec{\psi}(z,t) = \underbrace{E_{0x}\ \cos(kz - w\,t)}_{E_x}\ \hat{x} + \underbrace{E_{0y}\ \cos(kz - w\,t + \boldsymbol{\varepsilon})}_{E_y}\ \hat{y}$$

Para encontrar la curva descripta en el plano x,y lo que vamos a hacer es tratar de sacarnos de encima la dependencia en $kz - w\,t$ para encontrar E_y=$E_y(E_x)$

$$\cos(kz - w\,t + \boldsymbol{\varepsilon}) = \cos(kz - w\,t)\cos\boldsymbol{\varepsilon} - \sin(kz - w\,t)\sin\boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\frac{E_y}{E_{0y}} = \cos(kz - w\,t)\cos\boldsymbol{\varepsilon} - \sin(kz - w\,t)\sin\boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\frac{E_x}{E_{0x}} = \cos(kz - w\,t)$$

Polarización elíptica. Caso general

- En realidad los casos de polarizacion lineal y circular vistos hasta ahora pueden ser considerados como casos particulares de un estado de **polarización elíptico.**

$$\vec{\psi}(z,t) = \underbrace{E_{0x}\ \cos(kz - w\,t)}_{E_x}\ \hat{x} + \underbrace{E_{0y}\ \cos(kz - w\,t + \boldsymbol{\varepsilon})}_{E_y}\ \hat{y}$$

$$\frac{E_y}{E_{0y}} = \cos(kz - w\,t)\cos\boldsymbol{\varepsilon} - \sin(kz - w\,t)\sin\boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\frac{E_x}{E_{0x}} = \cos(kz - w\,t)$$

$$\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}}\cos\boldsymbol{\varepsilon} = -\sin(kz - w\,t)\sin\boldsymbol{\varepsilon}$$

Polarización elíptica. Caso general

$$\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}}\cos\boldsymbol{\varepsilon} = -\sin(kz - w\,t)\sin\boldsymbol{\varepsilon}$$

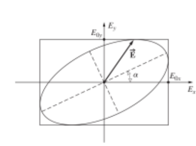
$$\frac{E_x}{E_{0x}} = \cos(kz - w\,t) \xrightarrow{\cos^2(x) = 1 - \sin^2(x)} \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 = 1 - \sin^2(kz - w\,t)$$

$$\sin(kz - w\,t) = \sqrt{1 - \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2}$$

$$\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}}\cos\boldsymbol{\varepsilon} = -\sqrt{1 - \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2}\ \sin\boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos\boldsymbol{\varepsilon} = \sin^2\boldsymbol{\varepsilon}$$

Ec de una elipse en el plano E_x, E_y

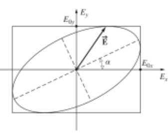


$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{0x}E_{0y}\cos\boldsymbol{\varepsilon}}{{E_{0x}}^2 + {E_{0y}}^2}$$

Polarización elíptica. De lo general a lo particular

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos\varepsilon = \sin^2\varepsilon$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{0x}E_{0y}\cos\varepsilon}{{E_{0x}}^2 + {E_{0y}}^2}$$



- ✓ Si $\varepsilon = \pm\frac{\pi}{2} + 2m\pi \rightarrow \alpha = 0$, la elipse queda alineada con los ejes y la ec se simplifica:

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 = 1$$

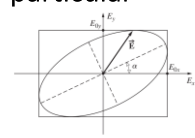
- ✓ Si $\varepsilon = \pm\frac{\pi}{2} + 2m\pi$, **y ademas** E_{0x}=E_{0y}

$${E_x}^2 + {E_y}^2 = {E_{oy}}^2 \quad \leftarrow \text{ queda polarizacion circular}$$

Polarización elíptica. De lo general a lo particular

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos\varepsilon = \sin^2\varepsilon$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{0x}E_{0y}\cos\varepsilon}{{E_{0x}}^2 + {E_{0y}}^2}$$



- ✓ Si $\varepsilon = \pm\frac{\pi}{2} + 2m\pi \rightarrow \alpha = 0$, la elipse queda alineada con los ejes
- ✓ Si $\varepsilon = \pm\frac{\pi}{2} + 2m\pi$, **y ademas** E_{0x}=E_{0y} ← queda polarizacion circular
- ✓ Si $\varepsilon = 0 + 2m\pi$ $\quad \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right) = 0$

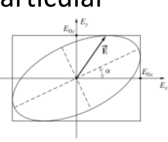
$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}} - \frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 = 0 \longrightarrow E_y = \frac{E_{0y}}{E_{0x}}E_x$$

Polarizacion lineal

Polarización elíptica. De lo general a lo particular

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos\varepsilon = \sin^2\varepsilon$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{0x}E_{0y}\cos\varepsilon}{{E_{0x}}^2 + {E_{0y}}^2}$$



- ✓ Si $\varepsilon = \pm\frac{\pi}{2} + 2m\pi \rightarrow \alpha = 0$, la elipse queda alineada con los ejes
- ✓ Si $\varepsilon = \pm\frac{\pi}{2} + 2m\pi$, **y ademas** E_{0x}=E_{0y} ← queda polarizacion circular
- ✓ Si $\varepsilon = 0 + 2m\pi$ $\quad E_y = \frac{E_{0y}}{E_{0x}}E_x$
- ✓ Si $\varepsilon = \pm\pi + 2m\pi$ $\quad E_y = -\frac{E_{0y}}{E_{0x}}E_x$

Polarizacion lineal

Recordemos que estabamos haciendo

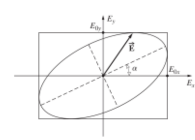
$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_x)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_y)\hat{y}$$

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_x)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_x + \varepsilon)\hat{y}$$

Estos parámetros son los que definen como se mezclan las contribuciones en *x* e *y* , por lo que terminan definiendo el estado de polarización de la onda.

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos\varepsilon = \sin^2\varepsilon$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{0x}E_{0y}\cos\varepsilon}{{E_{0x}}^2 + {E_{0y}}^2}$$



Recordemos que estabamos haciendo

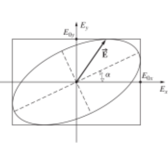
$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_x)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_y)\hat{y}$$

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_x)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_x + \varepsilon)\hat{y}$$

Estos parámetros son los que definen como se mezclan las contribuciones en *x* e *y* , por lo que terminan definiendo el estado de polarización de la onda.

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos\varepsilon = \sin^2\varepsilon$$

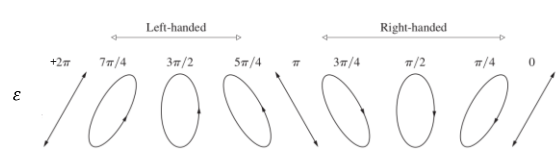
$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{0x}E_{0y}\cos\varepsilon}{{E_{0x}}^2 + {E_{0y}}^2}$$



Resumiendo

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_x)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_x + \varepsilon)\hat{y}$$

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos\varepsilon = \sin^2\varepsilon$$



Applets utilizados

- Ver links en Material Adicional en la pagina de la materia