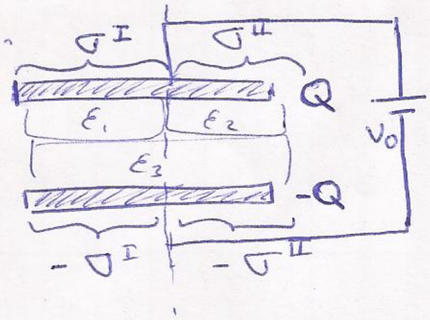
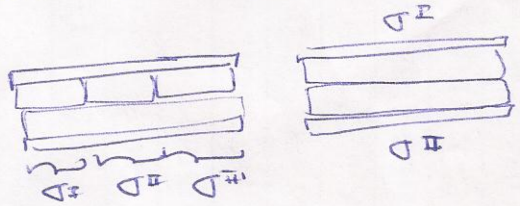
Como la distribusion de los dielectricos es inhomogenea entonces la distribusion de carga Tambien lo sera ⇒ Tendremos...



<u>obs</u> no Tenemos σ^{III} en la placa de abajo

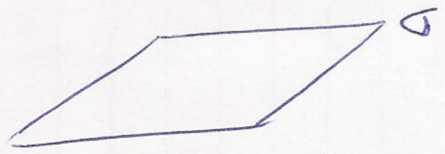
Uno separa en diferentes σ^{i} cuando las condiciones cambian en algun sector. Pero el ε_3, esta puesto en todo el capacitor es como Tener ε_0

ej:



⇒ Una vez que ya entendimos esto, podemos resolver el problema de un capacitor con medios, de modo Totalmente genérico y luego separaremos en zonas.

Para sacar el campo de un cap. podemos resolver el problema de una placa infinita cargada con σ y luego hacer superposición con el campo de la otra placa

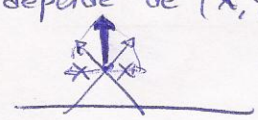


como Tengo medios voy a usar D en lugar de E, ya que solo ve a las cargas libres y no las de pol generadas por el medio

<u>Obs</u> D se comporta como E

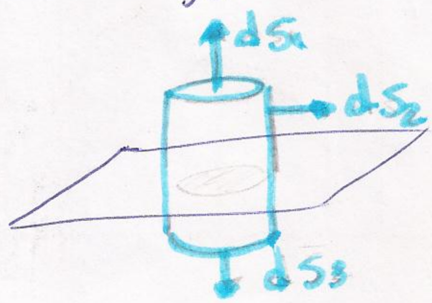
⇒ Tiene todas las mismas simetrias que vimos en clase

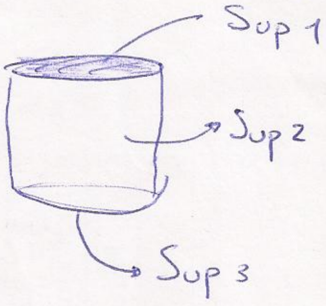
- como el plano es ∞ una 'q' de prueba ve lo mismo en cualquier (x,y) ⇒ no depende de (x,y) o (r,θ)



solo Tengo componente en $\hat{z}$

⇒ Uso $\oiint \bar{D}\, d\bar{S} = Q_{Lib}$





$$\oiint_{Sup} \bar{D}\, d\bar{s} = \iint \bar{D}\, d\bar{s}_1 + \iint \bar{D}\, d\bar{s}_2 + \iint \bar{D}\, d\bar{s}_3$$

$$= \iint D\hat{z}\, ds\,\hat{z} + \underbrace{\iint D\hat{z}\, ds\,\hat{r}}_{\substack{=0 \\ \text{porque } \hat{z}\cdot\hat{r}=0}} + \iint -D\hat{z}\, ds(-\hat{z})$$

$$= 2\iint D \underbrace{ds}_{r\,d\theta\,dr} = 2D \underbrace{\iint ds}_{=A}$$

en ppio $D = D(z)$

$\Rightarrow D$ sale fuera de la integral

$$Q_L = \iint \sigma\, ds \underset{\sigma = cte}{=} \sigma \iint ds = \sigma A$$

Juntando $\quad 2D = \frac{\sigma \cancel{A}}{\cancel{A}} \Rightarrow |D| = \frac{\sigma}{2} \Rightarrow \vec{D}_+ = \begin{cases} \frac{\sigma}{2}\hat{z} & z > z_0 \\ -\frac{\sigma}{2}\hat{z} & z < z_0 \end{cases}$

Todo eso fue para la placa σ^+ si ahora vemos la placa de abajo es análogo

$$\vec{D}_- = \begin{cases} -\frac{\sigma}{2}\hat{z} & z > 0 \\ \frac{\sigma}{2}\hat{z} & z < 0 \end{cases}$$ (sup. q tengo la otra esta en $z=0$)

superposición $\longrightarrow \quad \vec{D} = \begin{cases} \sigma & 0 < z < z_0 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$

<u>Obs</u> Todo esto es para un capacitor de carga σ en nuestro caso debemos separar en ~~la~~ zona 1 y 2

Luego para pasar a E, usaremos $\bar{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon_i} \longrightarrow$ (de la región donde este)

entonces, juntando todo:

$$\vec{E}_1 = \begin{cases} \frac{\sigma^{(1)}}{\varepsilon_1}\hat{z} & h<z<2h \\ \frac{\sigma^{(1)}}{\varepsilon_3}\hat{z} & 0<z<h \\ 0 & \text{sino} \end{cases} \qquad \vec{E}_2 = \begin{cases} \frac{\sigma^{(2)}}{\varepsilon_2} & h<z<2h \\ \frac{\sigma^{(2)}}{\varepsilon_3} & 0<z<h \\ 0 & \text{sino} \end{cases}$$

Para $0 < x < \frac{L}{2}$ Para $\frac{L}{2} < x < L$

ahora que ya tenemos el campo arranguemos a Trabajar... ¨◡

Buscamos σ_1 y σ_2 ⇒ hay varios modos de hacer lo

<u>modo 1</u>

como no depende del camino

$$\Delta V = V_0 = \int_0^{2h} \bar{E}_I \, dz\, \hat{z} = \int_0^{2h} E_{II}\, dz$$

$$\int_0^h \frac{\sigma^{(I)}}{\varepsilon_3} dz + \int_h^{2h} \frac{\sigma^{I}}{\varepsilon_1} dz = \int_0^h \frac{\sigma^{II}}{\varepsilon_3} dz + \int_h^{2h} \frac{\sigma^{II}}{\varepsilon_2} dz$$

$$V_0 = \sigma^I h\left(\frac{1}{\varepsilon_3} + \frac{1}{\varepsilon_1}\right) = \sigma^{II} h\left(\frac{1}{\varepsilon_3} + \frac{1}{\varepsilon_2}\right) \quad \bigstar$$

$$\Rightarrow \sigma^I = \frac{V_0}{h}\frac{(\varepsilon_3 \cdot \varepsilon_1)}{(\varepsilon_3 + \varepsilon_1)} \qquad \sigma^{II} = \frac{V_0}{h}\frac{(\varepsilon_3 \cdot \varepsilon_2)}{(\varepsilon_3 + \varepsilon_2)}$$

<u>modo 2</u>

$$Q = \sigma_{(1)} \frac{L^2}{2} + \sigma_{(II)} \frac{L^2}{2}$$ y de $\bigstar$ queda $\sigma^I = \left(\frac{1}{\varepsilon_3} + \frac{1}{\varepsilon_2}\right) \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_3} + \frac{1}{\varepsilon_1}\right)^{-1} \sigma^{II}$

⇒ Tengo 2 eq. con 2 inc.

$$Q = \left(\left(\frac{1}{\varepsilon_3} + \frac{1}{\varepsilon_2}\right) \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_3} + \frac{1}{\varepsilon_1}\right)^{-1} + 1\right) \sigma^{II} \frac{L^2}{2}$$ y despejo σ^{II}

hay mas modos resolver esto pero aca muestro solo algunos

b) Luego $C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{V_0}$

$$C = \frac{\left(\frac{\varepsilon_2+\varepsilon_3}{\varepsilon_3 \cdot \varepsilon_2} \cdot \frac{\varepsilon_3 \varepsilon_1}{\varepsilon_3+\varepsilon_1} + 1\right) \cancel{\sigma^{II}} \frac{L^2}{2}}{\cancel{\sigma^{II}} h \frac{\varepsilon_3+\varepsilon_2}{\varepsilon_3 . \varepsilon_2}}$$

se puede seguir acomodando pero en ppio esta

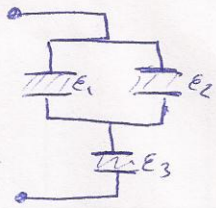
otra forma $C = \frac{\sigma_I \frac{L^2}{2} + \sigma_2 \frac{L^2}{2}}{V_0}$ → Ya estaban calculados en el item a)

c) como estamos conectados a la fuente $\Delta V = cte = V_0$. Ademas los dielectricos funcionan como aislante, de modo que a $V = cte$ el capacitor se carga mas. entonces al sacar el dielectrico $Q \searrow$ y por lo tanto $C \searrow$

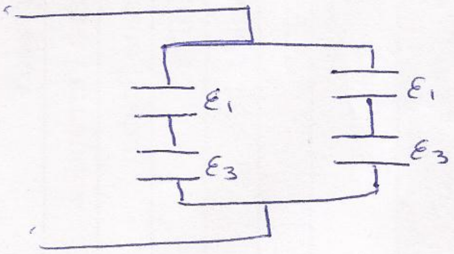
como $V = cte$ no lo modificaremos

pero para encontrar el nuevo Q podemos reemplazar $\varepsilon_{1,2,3}$ por ε_0

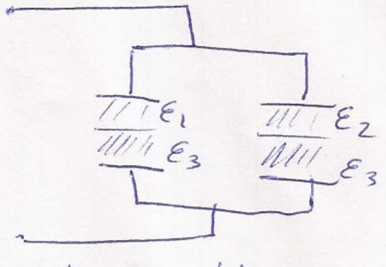
<u>Obs</u> Uno podria plantear al problema como



o



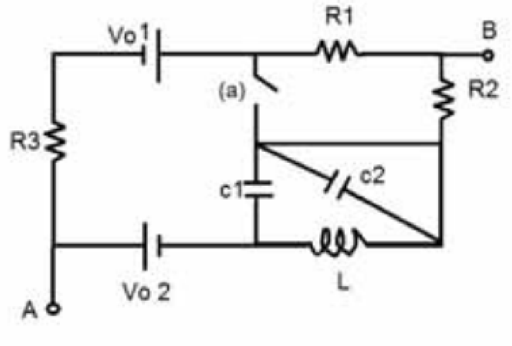
o



hay muchos modos de plantear este problema

1er Parcial F2Q - Problema 2

En este problema, nos dan este circuito

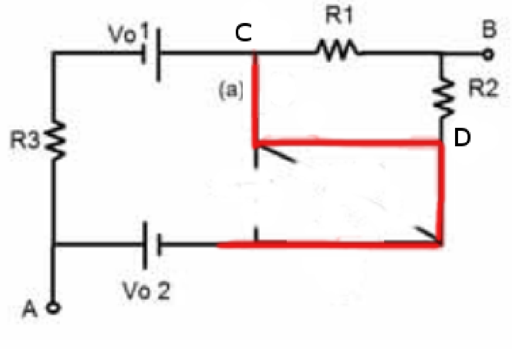


Para resolverlo, lo primero que había que darse cuenta es que, como dice el enunciado, se tomaba el circuito en estado estacionario. ¿Qué significa esto?

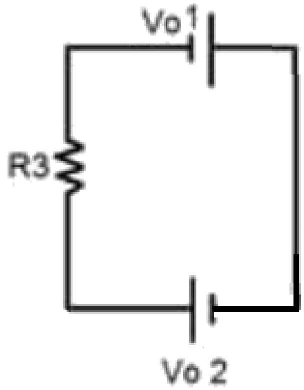
En el caso de los capacitores, recordemos qué pasa cuando se lo conecta a una fuente: si está descargado, aumenta su carga Q hasta llegar al máximo. Esto significa que en el estacionario, Q es constante (y por lo tanto $i = dQ/dt = 0$): por el capacitor no circula corriente. Si no circula corriente, es como si esas dos partes del circuito no estuvieran conectadas.

Por otro lado, para la bobina, la caída de potencial $\Delta V_L = -L di/dt$. Si estamos en el estacionario, la corriente i es constante, con lo cual $\Delta V_L = 0$. Si en dos puntos del circuito hay un mismo potencial, entonces es como si tuviera un cable.

Ahora redibujamos el circuito teniendo en cuenta esta información: borramos los capacitores, y reemplazamos la bobina por cable.



En el circuito marqué en rojo toda una parte que está al mismo potencial (es decir, es un cable). Fíjense que el ΔV_{CD} es la caída de potencial en las resistencias. Recordando que para una resistencia $\Delta V = RI$, nos damos cuenta que si no hay diferencia de potencial, tampoco hay corriente por esa rama. Es decir, esas resistencias están cortocircuitadas. Podemos redibujar el circuito una vez más:



Y ahora sí, es muy fácil calcular la corriente: $0 = V_{01} + V_{02} - R_3 I \to I = \frac{V_{01}+V_{02}}{R_3}$.

b) La potencia entregada por una pila se calcula como $P = VI$, entonces $P_{total} = P_1 + P_2 = V_{01} * I + V_{02} * I = \frac{(V_{01}+V_{02})^2}{R_3}$. Para saber si alguna de las pilas disipa potencia, nos fijamos si en el resto del circuito (en este caso, solamente R_3) se disipa toda al potencia entregada, o sólo una parte.

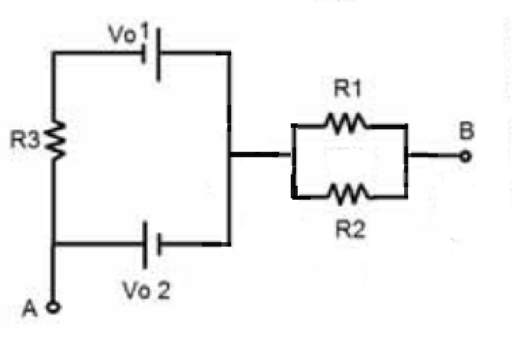
$P_{R3} = RI^2 = \frac{(V_{01}+V_{02})^2}{R_3} = P_{entregada}$

Con lo cual vemos que toda la potencia entregada por las pilas se disipa en la resistencia. Por otro lado podemos ver que por cómo están conectadas las pilas (las dos hacia el mismo lado), este resultado era esperable y lo podíamos saber sin hacer ninguna cuenta.

c) Ya vimos que la potencia disipada por una resistencia es $P = RI^2$. En el primer punto además, comprobamos que no circula corriente por la rama de R_1 y R_2, con lo cual la potencia disipada en R_2 es 0.

Por otro lado, podemos volver al circuito marcado con rojo, en donde se ve claramente que la caída de potencial en cualquiera d de los dos capacitores es 0. Entonces, si $\Delta V = Q/C$, para cualquiera de los dos la carga almacenada es 0.

d) Para encontrar el circuito de Thevenin equivalente tenemos que volver a redibujar el circuito, esta vez teniendo en cuenta los puntos A y B marcados en el circuito. Partimos del segundo dibujo, donde ya sacamos los capacitores y la bobina. Si sacamos la parte del cable pintada de rojo y unimos los dos puntos, llegamos a esto:



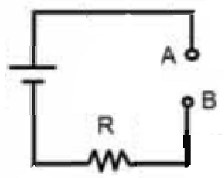
La resistencia de thevenin (R_{th}) es la resistencia equivalente entre A y B, reemplazando las fuentes por cable. Se ve que R_3 queda cortocircuitada, por lo que solamente nos quedan R_1 y R_2 en paralelo.

$$R_{th} = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}.$$

El potencial de thevenin (V_{th}) es la diferencia de potencial entre A y B, es decir $\Delta V_{AB} = V_B - V_A$. En el último dibujo que hicimos del circuito, partimos de A, y podemos ir por cualquiera de las dos ramas. En la inferior tenemos simplemente una caída $-V_{02}$. Por la superior tenemos $-R_3 * I + V_{01}$, usando la I del punto **a)** llegamos al mismo resultado, como era de suponer. El siguiente paso son las dos resistencias R_1 y R_2, por las cuales vimos que no circula corriente en el circuito original. Entonces la caída de potencial en ellas es nula.

$$V_{th} = -V_{02}.$$

Dibujemos el circuito equivalente, teniendo cuidado de respetar la polaridad. Fíjense, en el circuito original, A está conectado al $(+)$ de la pila 2:



$$\varepsilon_{ind} = -\left(B_1 \frac{A}{2} \operatorname{sen}(\omega t)\,\omega + B_2 \operatorname{sen}(\omega t)\,\omega \right)$$

$$\varepsilon_{ind} = -B_1 \frac{A}{2} \operatorname{sen}(\omega t)\,\omega - B_2 \operatorname{sen}(\omega t)\,\omega$$

b) Si el flujo es anula

$$\phi = 0 \Rightarrow$$

$$0 = -B_1 \cos(\omega t) \frac{A}{2} - B_2 \cos(\omega t) \frac{A}{2}$$

$$B_1 \cancel{\cos(\omega t)} \cancel{\frac{A}{2}} = -B_2 \cancel{\cos(\omega t)} \cancel{\frac{A}{2}}$$

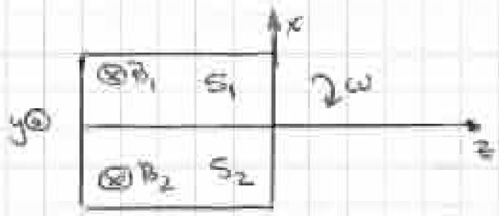
$$B_2 = -B_1$$

$$\Rightarrow \vec{B_2} = -B_1(-\hat{y})$$

MARÍA LAURA CARÁ

Problema 3.

Gira en el eje z la espira con ω



S_1 es la sección de la espira donde actúa B_1 y S_2 es la sección de la espira donde actúa B_2

El área de la espira es A, por lo tanto el área de $S_1 = \frac{A}{2}$ y de $S_2 = \frac{A}{2}$. La espira posee una sola vuelta.

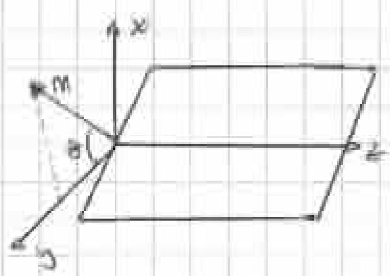
fem inducida $\Rightarrow$ $\varepsilon_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt}$.

Φ es el flujo que atraviesa la espira:

$$\Phi_{TOT} = \iint_{S_1} \vec{B}_1\, d\vec{S}_1 + \iint_{S_2} \vec{B}_2\, d\vec{S}_2$$

· La normal de la espira la expreso como $\hat{n} = \cos\theta\, \hat{y} + \operatorname{sen}\theta\, \hat{x}$

$\hat{n} = \cos(\omega t)\, \hat{y} + \operatorname{sen}(\omega t)\, \hat{x}$



$$\Phi_{TOT} = \iint_{S_1} B_1(-\hat{y}) \cdot \left(\cos(\omega t)\, \hat{y} + \operatorname{sen}(\omega t)\, \hat{x}\right) dS_1 + \iint_{S_2} B_2(-\hat{y})\left(\cos(\omega t)\hat{y} + \operatorname{sen}(\omega t)\, \hat{x}\right) dS_2$$

$$\Phi_{TOT} = \iint_{S_1} -B_1 \cos(\omega t)\, dS_1 + \iint_{S_2} -B_2 \cos(\omega t)\, dS_2$$

$$\Phi_{TOT} = -B_1 \cos(\omega t)\frac{A}{2} - B_2 \cos(\omega t)\frac{A}{2}$$

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$