EZQUERRA SERGIO
245/10

Recupera polarización

HOJA Nº 1

FECHA

PROBLEMA 1

Genial ☺

DATOS
- $\lambda = 600\,nm$
- MAXIMOS CONSECUTIVOS $\sin\theta = 0{,}2$ y $\sin\theta = 0{,}3$ (PRINCIPALES)
- 4^{to} ORDEN NO APARECE

LO OBSERVADO EN LA PANTALLA SEGUIRA LA SIGUIENTE ~~FORMA~~ ECUACION

$$I = I_0 \underbrace{\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2}_{\text{TERMINO DIFRACCION}} \underbrace{\left(\frac{\sin N\gamma}{\sin\gamma}\right)^2}_{\text{TERMINO INTERFERENCIA}} \qquad \gamma = \frac{k}{2} d \sin\theta \qquad \beta = \frac{k}{2} a \sin\theta$$

DONDE a es el ancho de la ranura y d es la separacion entre ranuras

MAXIMOS PRINCIPALES DE INTERFERENCIA → CUANDO SE ANULAN $\sin N\gamma$ y $\sin\gamma$

$$\rightarrow \quad \gamma = m\pi$$

$$\frac{k}{2} d \sin\theta = m\pi$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

$$\frac{\cancel{2\pi}}{2\lambda_0} d \sin\theta = m\cancel{\pi}$$

$$\frac{d}{\lambda_0} \sin\theta = m$$

$$\sin\theta = \frac{m\lambda_0}{d}$$ → ES EQUIVALENTE A LA POSICION DE LOS MAXIMOS PRINCIPALES SOBRE LA PANTALLA

⇒ EL ESPACIO INTERFRANJA DADO COMO SENO DEL ANGULO QUEDARIA COMO:

$$\Delta\sin\theta = \sin\theta_{m+1} - \sin\theta_m = \frac{(m+1)\lambda_0}{d} - \frac{m\lambda_0}{d}$$

DONDE EL MAXIMO DE ORDEN m y m+1 SON MAXIMOS CONSECUTIVOS. ADEMAS ESTE EQUIVALENTE DE DISTANCIA ENTRE MAXIMOS ES CONSTANTE PARA MAXIMOS CONSECUTIVOS CUALQUIERA.

$$\text{TIVOS} \xrightarrow{\text{CUALQUIERA}} \Delta\sin\theta = \frac{\lambda_0}{d}$$

NOTA

$$\Delta \operatorname{sen}\theta = \frac{\lambda_0}{d}$$ DONDE $\Delta \operatorname{sen}\theta = 0{,}3 - 0{,}2 = 0{,}1$

↓

VALORES DATOS DE LOS MAXIMOS CONSECUTIVOS.

$$0{,}1 = \frac{\lambda_0}{d}$$

$$\boxed{d = \frac{\lambda_0}{0{,}1} = \frac{600\,nm}{0{,}1} = 6000\,nm = 6\,\mu m = 6 \cdot 10^{-3}\,mm}$$

(b) QUE EL CUARTO ORDEN DE INTERFERENCIA (MAXIMO PRINCIPAL) NO APAREZCA ES DEBIDO A QUE COINCIDE CON UN MINIMO DE DIFRACCION (FUNCION/TERMINO MODULADORA DE LA INTERFERENCIA)

⟹ MINIMO DE DIFRACCION ⟶ $\operatorname{sen}\beta = 0$

$$\beta = m\pi$$

$$\frac{K}{2}\, a \operatorname{sen}\theta = m'\pi$$

$$\frac{\cancel{2}\cancel{\pi}}{\cancel{2}\lambda_0}\, a \operatorname{sen}\theta = m'\cancel{\pi}$$

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{m'\lambda_0}{a}$$ EQUIVALENTE A LA POSICION EN LA PANTALLA DEL MINIMO DE DIFRACCION

⟹ POR DATOS DEL PROBLEMA: POSICION MAXIMO INTERFERENCIA $(m=4)$ = POSICION MINIMO DE DIFRACCION $(m'=1)$

$$\operatorname{sen}\theta_{MAX} = \operatorname{sen}\theta_{MIN}$$

$$\frac{m\cancel{\lambda_0}}{d} = \frac{m'\cancel{\lambda_0}}{a}$$

$$\frac{4}{d} = \frac{1}{a}$$

$$\boxed{a = \frac{d}{4} = \frac{6000\,nm}{4} = 1500\,nm = 1{,}5\,\mu m}$$

NOTA: LA RELACION SIG. NOS ARROJA EL ORDEN QUE ELIMINA LA CAMPANA DE DIFRACCION

$$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{d}{a} = m$$

$$\boxed{\frac{d}{a} = 4}$$

Notas

EZQUERRA SERGIO
245/10

HOJA N° 2

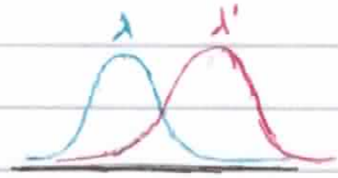
FECHA

(c) EL PODER DE RESOLUCION DE UNA RED DE DIFRACCION SE CALCULA:

$$R = m N = \frac{\bar{\lambda}}{\Delta \lambda}$$

$\bar{\lambda}$ = longitud de onda promedio
$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$
m = orden del maximo donde se logre la separacion
N = numero de ranura

Y SE CONSIDERA QUE DOS LONGITUDES DE ONDA ESTAN RESUELTAS O SEPARADAS CUANDO EL MAXIMO DE INTERFERENCIA DE UNA CAE SOBRE EL PRIMER MINIMO DE INTERFERENCIA DE LA OTRA LONGITUD DE ONDA



COMO DATOS DEL PROBLEMA SE TIENE QUE

$m = 3$

$\lambda = 589\ mm$
$\lambda' = 589{,}59\ mm$

$\bar{\lambda} = 589{,}295\ mm$
$\Delta\lambda = 0{,}59\ mm$

$$m N = \frac{\bar{\lambda}}{\Delta\lambda}$$

$$N = \frac{\bar{\lambda}}{\Delta\lambda\ m}$$

$$N = \frac{589{,}295\ mm}{0{,}59\ mm\ \ 3} \Rightarrow N = 332{,}9 \rightarrow \boxed{N = 333}$$

POR LO TANTO, PARA PODER RESOLVER EL DOBLETE DEL SODIO EN EL ORDEN 3 LA RED DE DIFRACCION DEBE TENER COMO MINIMO 333 RANURAS

NOTA

HOJA Nº RE 4

FECHA

3) Ecuación para onda estacionaria ⇒

$$\psi = A\cos(\omega t)\,\mathrm{sen}(kx+\varphi)$$

Aplico condiciones de contorno:

Ext. cerrado en 0

$\psi = 0 \;,\; x = 0 \;,\; \forall t$

$$\psi = 0 = A\cos(\omega t)\,\mathrm{sen}(\varphi)$$

$$\boxed{\varphi = 0}$$

ExT. ABierto en L

la oscilación es máxima, ergo $\left.\frac{d\psi}{dx}\right|_{x=L} = 0 \;,\; \forall t$

$$\frac{d\psi}{dx} = A\cos(\omega t)\,k\cos(kx)$$

$$\left.\frac{d\psi}{dx}\right|_{x=L} = 0 = A\cos(\omega t)\,k\cos(kL)$$

$$\cos(kL) = 0$$

$$kL = (2m+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}L = (2m+1)\frac{\pi}{2}$$

Longitudes de onda permitidas.

$$\boxed{\lambda = \frac{4L}{(2m+1)}} \quad m = 0, 1, 2 \ldots$$

NOTA

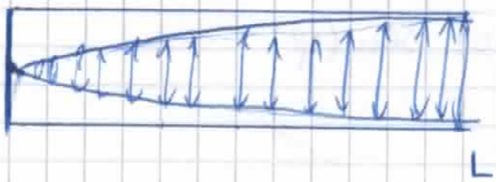
$$\lambda(m) = \frac{4L}{(2m+1)}$$

Frecuencias permitidas $\Rightarrow$ $v_{son} = \lambda \nu$ $\quad V_{son} = 330\ m/s$

$$\nu = \frac{v}{\lambda}$$

$$\nu(m) = v_s : \frac{4L}{(2m+1)} = \boxed{\frac{(2m+1)\,v_s}{4L} = \nu(m)} \qquad m = 0, 1, 2 \ldots$$

b)

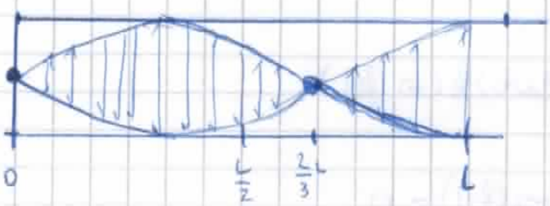


Modo fundamental $m = 0$

$$\boxed{\lambda(0) = 4L}$$

1º armónico $\boxed{\lambda(1) = \frac{4}{3} L}$

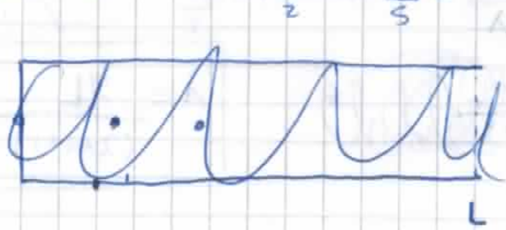
1º nodo $= \frac{2}{3} L = \frac{\lambda_1}{2}$



2º armónico $\boxed{\lambda(2) = \frac{4}{5} L}$

Nodo

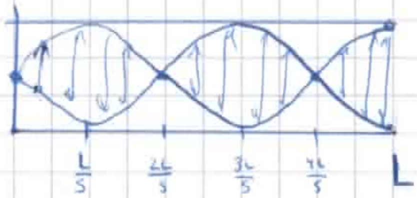
dist. entre nodos $= \frac{\lambda_2}{2} = \frac{2}{5} L$



NOTA

HOJA Nº REY

FECHA



c)

$$\lambda_{(1)} = \frac{4}{3}L = 32\ cm$$

$$k = \frac{2\pi}{32} = \frac{\pi}{16}\ \frac{1}{cm}$$

$$k \cdot v_s = \omega \Rightarrow \frac{\pi}{16} \cdot 330 \cdot 100\ \frac{cm}{seg} = 2062,5\pi \frac{1}{seg}$$

$$\boxed{\psi(x,t) = 7_{cm} \cos\left(2062,5\pi \tfrac{1}{seg}\, t\right) \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{16\ cm}\right)} \Rightarrow \psi(x,t) = A \cos(\omega t) \cdot \operatorname{sen}(kx)$$

d) $\psi(8,1) = 7 \cos(2062,5\pi)\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$\psi(8,1) = 7 \cdot 0 \cdot 1 = 0$

$\psi(16,1) = 0$

$$\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt} = -A\omega \operatorname{sen}(\omega t) \operatorname{sen}(kx)$$

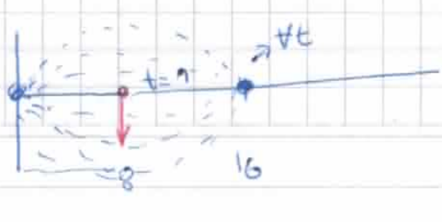
$$\dot{\psi}(8,1) = -A\omega \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{28875}{2}\pi = \boxed{-A\omega}$$

$$\dot{\psi}(16,1) = -A\omega \cdot \operatorname{sen}(0) = 0$$

Es lógico. En el 1º armónico, x=16 es un nodo. La velocidad del punto es 0 y su ~~posición es 0 y amplitud~~ es 0. Desplazamiento también.

~~Por otra parte,~~

Por otra parte, $\psi(8,1)$, a t=1, es el momento en el que x=8 pasa por el ~~eje~~ eje con velocidad máxima hacia abajo



NOTA