

# Interferómetros por división de amplitud

P. Cobelli

Fecha de última actualización: 14 de Noviembre de 2015

## Índice

<b>1</b>	<b>Acerca de este apunte</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Películas delgadas</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Película delgada de caras plano-paralelas</b>	<b>3</b>
3.1	Puntos importantes a tener en cuenta . . . . .	6
3.1.1	Patrón al observar la lámina por transmisión . . . . .	6
3.1.2	Lámina de espesor infinitesimal . . . . .	6
3.1.3	En incidencia normal . . . . .	6
3.1.4	Luz incidente monocromática y paralela . . . . .	6
3.1.5	El rol del ángulo de incidencia . . . . .	6
3.1.6	Incidencia con luz blanca . . . . .	6
3.2	El rol del espesor de la película . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Película de espesor variable o cuña</b>	<b>7</b>
4.1	Puntos importantes a tener en cuenta . . . . .	8
4.1.1	Acerca del patrón de interferencia . . . . .	8
4.1.2	La franja ubicada en el ápice de la cuña es oscura . . . . .	8
4.1.3	Franjas de espesor constante . . . . .	8
4.1.4	Ancho de las franjas . . . . .	9
<b>5</b>	<b>Anillos de Newton</b>	<b>9</b>
5.1	Puntos importantes a tener en cuenta . . . . .	10
5.1.1	Spot central oscuro . . . . .	10
5.1.2	Franjas de espesor constante . . . . .	11
5.1.3	Franjas circulares . . . . .	11
5.1.4	Franjas localizadas . . . . .	11
5.1.5	Radio de los anillos oscuros . . . . .	11
5.1.6	Radio de los anillos brillantes . . . . .	12
5.1.7	El espaciado entre anillos se reduce conforme nos alejamos del centro . . . . .	13
5.1.8	Patrón en luz transmitida . . . . .	13
5.1.9	Incidencia con luz blanca . . . . .	13
5.1.10	Determinación de la longitud de onda incidente . . . . .	13

## 1 Acerca de este apunte

Según vimos en las clases teóricas, en la experiencia de la doble rendija de Young, del espejo de Lloyd, y en el biprisma de Fresnel (que emplearon en el laboratorio), las ondas incidentes son **divididas** mediante el uso de rendijas, un espejo y un biprisma, respectivamente. Este método de división, dijimos, se conoce como **división del frente de onda**. No obstante, según también

mencionamos, las ondas incidentes pueden dividirse también ópticamente por reflexión, técnica que se conoce como **división de amplitud**. Los interferómetros que funcionan de acuerdo a este principio se denominan entonces *interferómetros por división de amplitud*. En este apunte les ofrezco más detalle acerca de este tipo de interferómetros.

## 2 Películas delgadas

El primer ejemplo que consideraremos es el de un paquete de rayos de luz que inciden sobre una película delgada transparente, y que sufren reflexión (parcial) en las caras superior e inferior de la película y viajan por diferentes caminos, los cuáles pueden luego reunirse (por medio de una lente, por ejemplo) para producir interferencia.

En principio, establezcamos una definición. Decimos que una película es **delgada** cuando su espesor es de alrededor del orden de una longitud de onda de la luz visible que, por convención, podemos establecer en 550 nm (5500 Å). Esto implica que si el espesor de la película es de 50  $\mu\text{m}$ , se la considera una película gruesa.

Una película delgada puede ser una lámina delgada de un material transparente como vidrio o mica, pero también puede estar compuesta por una película de aire encerrada entre dos placas transparentes, o incluso tratarse de la pared de una burbuja de jabón, según se muestra en la Fig. 2.

Cuando la luz incide sobre una película delgada, una porción pequeña de la luz se refleja en la superficie superior, mientras que la mayor parte se transmite hacia el interior de la misma. Al viajar en la película, una parte de la luz se refleja nuevamente hacia el interior de la película por la superficie inferior, y el resto termina emergiendo de la película hacia el medio exterior. Este funcionamiento se puede observar en el esquema de la Fig. 1.

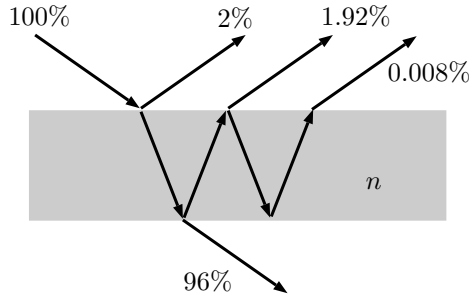


Figura 1: Reflexiones sucesivas en una lámina delgada de caras paralelas compuesta de jabón con índice de refracción  $n = 1.333$ . Los valores asociados a cada rayo corresponden a las intensidades relativas porcentuales de las reflexiones sucesivas en la película delgada.

En el caso de películas delgadas transparentes, las interfaces superior e inferior tienen el efecto principal de transmitir la luz incidente, y sólo la reflejan débilmente (en términos de intensidad). En estos casos, sólo la primera reflexión en la superficie superior y la primera reflexión en la superficie inferior serán de intensidad apreciable. Como ejemplo podemos considerar una burbuja de jabón, de índice de refracción 1.333. Según vieron en Física I, la reflectividad  $\mathcal{R}$  de la superficie superior de esta película delgada hecha de jabón viene dada por:

$$\mathcal{R} = \left( \frac{n_{\text{jabón}} - n_{\text{aire}}}{n_{\text{jabón}} + n_{\text{aire}}} \right)^2 = \left( \frac{1.333 - 1}{1.333 + 1} \right)^2 = \frac{0.111}{5.443} = 0.02. \quad (1)$$

Esto significa que alrededor del 2% de la luz incidente se refleja en la superficie de la burbuja de jabón; el resto se transmite al interior de ella. Luego de dos reflexiones sucesivas, la intensidad reflejada será de  $(0.02 \times 0.02) = 0.04\%$  de la intensidad inicial. Por esta razón, sólo consideraremos los primeros dos rayos.

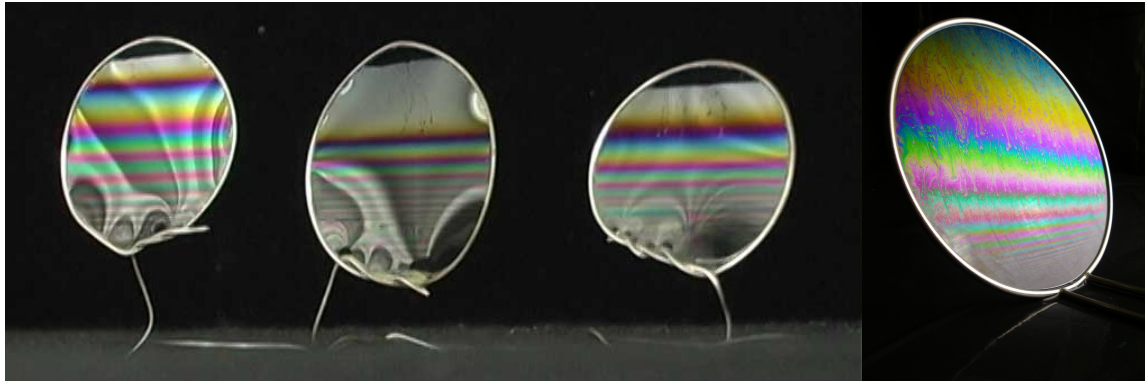


Figura 2: Patrón de interferencia observado en películas delgadas formadas por pompas de jabón.

La interferencia producida por películas delgadas fue observada por primera vez por Isaac Newton y Robert Hooke. No obstante, la explicación correcta de este fenómeno fue dada recién varios años después por Thomas Young.

### 3 Película delgada de caras plano-paralelas

Vamos a considerar ahora una película o lámina transparente de espesor uniforme  $d$ , compuesta por dos interfaces paralelas (una superior y otra inferior), según se muestra en la Fig. 3. Supongamos que el índice de refracción del material que compone la lámina delgada es  $n$ . Asimismo, la película se encuentra rodeada por un mismo medio, el aire de índice de refracción igual a la unidad. Imaginemos que una fuente monocromática (de una única longitud de onda o *color*) extensa ilumina a la película en forma oblicua. Una onda plana monocromática, que puede considerarse como un haz paralelo, incide entonces sobre la superficie superior de la lámina. En el esquema, el segmento  $AB$  representa a uno de estos rayos incidentes.

El rayo  $AB$  se refleja parcialmente dando lugar al rayo  $BC$ , al tiempo que se transmite parcialmente en el interior de la lámina a lo largo de  $BF$ . Este rayo transmitido  $BF$  forma un ángulo  $\theta_r$  con la normal a la superficie inferior. En el punto marcado como  $F$  en la figura,  $BF$  se refleja parcialmente hacia la película, sobre  $FD$ , mientras que una porción mayor se refracta hacia el medio exterior a lo largo de  $FK$ . El rayo reflejado  $FD$  luego se refracta en la superficie externa y emerge de la lámina sobre  $DE$ , que es paralelo al rayo  $BC$ . De esta forma, las ondas que viajan en las direcciones  $BC$  y  $BFDE$  se obtienen de la onda incidente original,  $AB$ . Por esta razón, ambas son coherentes entre sí y pueden producir interferencia si se las hace converger, ya sea utilizando una lente o el ojo. Como sabemos, la condición de interferencia (constructiva o destructiva) depende de la diferencia de camino óptico entre los rayos 1 y 2.

Calculemos la diferencia de camino óptico entre el rayo reflejado  $BC$  (rayo 1) y el refractado  $BFDE$  (rayo 2). La línea  $DH$  es normal al segmento  $BC$  y pasa por el punto  $D$ . A partir de la posición de los puntos  $H$  y  $D$  los rayos  $HC$  y  $DE$  viajan distancias iguales. El rayo reflejado  $BC$  viaja en aire, mientras que el refractado ( $BF + FD$ ) viaja en la lámina de índice  $n$ . La diferencia de camino geométrica (no óptica) entre los rayos 1 y 2 viene dada por:

$$GPD = BF + FD - BH. \quad (2)$$

La diferencia de camino óptico resulta entonces

$$\Delta = n_{\text{lámmina}}(BF + FD) - n_{\text{aire}}BH = n(BF + FD) - BH. \quad (3)$$

Ahora bien, consideremos el triángulo de vértices  $BFD$ . En él, el ángulo  $BFG$  coincide con el ángulo  $GFD$ , y es igual al ángulo reflejado  $\theta_r$ . Por otro lado, vemos que  $BF = FD$  y  $BG = GD$ .

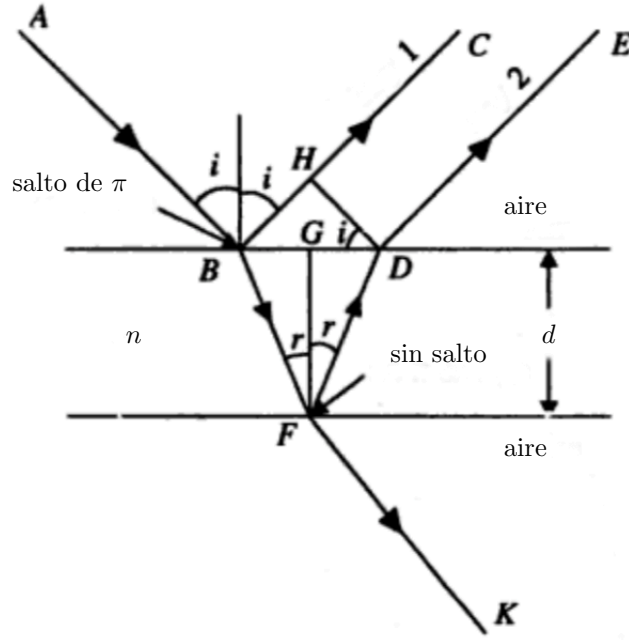


Figura 3: Esquema empleado para derivar la diferencia de fase entre rayos para una lámina delgada de caras paralelas por reflexión.

De estos dos pares de segmentos, el primero de ellos tiene una longitud dada por

$$BF = \frac{FG}{\cos \theta_r} = \frac{d}{\cos \theta_r}, \quad (4)$$

por lo que podemos concluir que

$$BF + FD = \frac{2d}{\cos \theta_r}. \quad (5)$$

De manera similar, en fácil obtener

$$BG = FG \tan \theta_r = d \tan \theta_r. \quad (6)$$

Por otro lado, consideremos ahora el triángulo de vértices  $BHD$ . El ángulo  $HBD$  es de  $(\pi/2 - \theta_i)$ , mientras que el ángulo  $BHD$  es de  $\pi/2$  radianes. Esto permite deducir que el ángulo  $BDH$  es  $\theta_i$ . Por lo tanto, la longitud del segmento  $BH$  que buscamos viene dado por

$$BH = BD \sin \theta_i = 2BG \sin \theta_i = 2d \tan \theta_r \sin \theta_i. \quad (7)$$

A partir de la ley de Snell,  $\sin \theta_i = n \sin \theta_r$ , por lo que la última expresión puede reducirse a

$$BH = 2d \tan \theta_r (n \sin \theta_r) = \frac{2nd \sin^2 \theta_r}{\cos \theta_r}. \quad (8)$$

A partir de estas derivaciones, la diferencia de camino óptico entre los rayos 1 y 2 resulta:

$$\Delta = n \left( \frac{2d}{\cos \theta_r} \right) - 2nd \frac{\sin^2 \theta_r}{\cos \theta_r} = (1 - \sin^2 \theta_r) = \frac{2nd \cos^2 \theta_r}{\cos \theta_r},$$

por lo que

$$\Delta = 2nd \cos \theta_r. \quad (9)$$

Observemos que  $\Delta$  es la diferencia de camino óptico entre ambos rayos. Detengámonos un momento para preguntarnos: ¿qué dimensiones tiene la diferencia de camino óptico? Más aún:

dado que la diferencia de camino óptico está definida como la diferencia entre las longitudes de camino óptico de dos caminos dados, ¿qué unidades tiene la longitud de camino óptico?

En general, una longitud de camino óptico es simplemente la longitud de un camino en el espacio (una distancia) multiplicada por el índice de refracción del medio en el cuál está inmerso dicho camino. Siendo que el índice de refracción es una cantidad sin dimensiones (sin unidades), surge entonces que la longitud de camino óptico tiene dimensiones de longitud, por lo que *la diferencia de camino óptico entre dos rayos cualesquiera tiene dimensiones de longitud*.

Multipliquemos entonces la última expresión por el número de onda,  $k$ , para obtener la diferencia de fase  $\delta'$  entre ambos rayos:

$$\delta' = k \cdot \Delta = k \cdot 2nd \cos \theta_r = 2nk d \cos \theta_r. \quad (10)$$

Notemos que la diferencia de fase entre los rayos 1 y 2 dada por esta expresión no es la diferencia de fase *total* entre ambos rayos, ya que *todavía resta considerar la diferencia de fase debida a la reflexión*. En el punto  $B$ , ocurre una reflexión desde la interfaz entre el medio exterior a otro ópticamente más denso (de mayor índice de refracción), lo que resulta en un salto abrupto de  $\pi$  radianes en la fase de la onda  $BC$ .

Incluyendo entonces el salto de  $\pi$  radianes, la diferencia de fase entre los rayos 1 y 2 resulta:

$$\delta = \delta' + \pi = 2nk d \cos \theta_r + \pi. \quad (11)$$

Ahora que tenemos la diferencia de fase entre ambos rayos, sabemos que la intensidad o irradiancia del patrón de interferencia asociado será de la forma

$$I = I_0 \cos^2(\delta/2), \quad (12)$$

siendo  $I_0$  una intensidad de referencia. En base a esta forma funcional, podemos entonces buscar la condición para observar máximos de intensidad, los cuales ocurrirán cuando

$$\cos(\delta/2) = 1,$$

es decir para

$$\delta/2 = 0, \pm\pi, \pm2\pi, \dots, m\pi \quad \text{con } m \in \mathbb{Z}_0.$$

En términos de los parámetros del sistema físico que tenemos, esta condición implica

$$2nk d \cos \theta_r + \pi = 2m\pi,$$

expresión que puede reescribirse como

$$2nd \cos \theta_r = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad m \in \mathbb{Z}_0, \quad (13)$$

y representa la condición para obtener un máximo en el patrón de interferencia asociado. En este caso el valor de  $m$  corresponde al *orden* del máximo de interferencia.

La condición para obtener mínimos (ceros) de intensidad se obtiene en forma análoga, y resulta:

$$2nd \cos \theta_r = m\lambda, \quad m \in \mathbb{Z}_0, \quad (14)$$

siendo ahora  $m$  el orden del mínimo de interferencia.

Cada uno de los rayos que inciden sobre la lámina con el mismo ángulo son divididos en dos, los cuales devienen paralelos luego de la reflexión en las superficies (superior e inferior) de la película. Estos rayos paralelos no se intersectan a distancias finitas, por lo que la interferencia no se produce a distancias finitas tampoco. Para ello es necesario hacerlos incidir sobre una lente convergente, y la interferencia puede observarse en el plano focal de la misma. Alternativamente, el patrón puede verse empleando el ojo acomodado al infinito (haciendo foco en el infinito). En vista de esto, decimos que este tipo de franjas de interferencia están *localizadas en el infinito*.

### 3.1 Puntos importantes a tener en cuenta

#### 3.1.1 Patrón al observar la lámina por transmisión

Al observar la lámina *desde abajo*, es decir, los rayos que se transmiten a través de ella, el patrón de intensidad registrado es el complementario del que calculamos; por lo que las condiciones son ahora:

$$2nd \cos \theta_r = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad \text{para mínimos por transmisión, y} \quad (15)$$

$$2nd \cos \theta_r = m\lambda, \quad \text{para máximos por transmisión.} \quad (16)$$

#### 3.1.2 Lámina de espesor infinitesimal

Si la lámina tiene un espesor extremadamente bajo, tal que  $d \ll \lambda$ , resulta fácil ver que la diferencia de fase  $\delta$  resulta

$$\delta = 2nkd \cos \theta_r + \pi = 4\pi n \frac{d}{\lambda} + \pi \approx \pi, \quad (17)$$

por lo que la película aparece completamente oscura cuando se observa la luz por ella reflejada (es decir, cuando se la observa *en reflexión*).

#### 3.1.3 En incidencia normal

Cuando se emplea luz monocromática y se incide en forma normal sobre la película,  $\theta_r = 0$  por lo que  $\cos \theta_r = 1$ . Esto da lugar a las siguientes condiciones para máximos y mínimos de intensidades:

$$2nd = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad \text{para máximos, y} \quad (18)$$

$$2nd = m\lambda, \quad \text{para mínimos.} \quad (19)$$

Observemos que la primera de estas dos ecuaciones implica que la lámina parecerá brillante en luz reflejada cuando su espesor sea de  $\lambda/4n, 3\lambda/4n, 5\lambda/4n, \dots$ ; y se verá completamente oscura (en reflexión) cuando su espesor sea de  $\lambda/2n, \lambda/n, 3\lambda/2n, \dots$ , etc.

#### 3.1.4 Luz incidente monocromática y paralela

Si la luz incidente es monocromática y paralela (por ejemplo, por que la fuente que la genera se encuentra infinitamente distante de la lámina), entonces toda la lámina se verá uniformemente brillante u oscura, dado que el espesor  $d$  y el ángulo de refracción  $\theta_r$  serán, entonces, constantes. La condición para interferencia constructiva causa entonces una intensificación del color incidente en este caso. Luego si se incide con luz roja sobre la película, una luz intensa y roja será observada en luz reflejada.

#### 3.1.5 El rol del ángulo de incidencia

Un cambio en el ángulo de incidencia de los rayos causará un cambio en la diferencia de camino y, por ende, en la diferencia de fase. Observemos que la diferencia de camino óptico se reduce cuando el ángulo de incidencia aumenta.

#### 3.1.6 Incidencia con luz blanca

Si luz blanca incide ahora sobre la película, la diferencia de camino óptico (y de fase) variará de un color a otro, dado que  $\lambda$  es distinta para colores distintos. De acuerdo a esto, la película aparecerá coloreada, el color observado corresponderá a aquel cuyos rayos hayan interferido constructivamente. Más aún, el color de la lámina toda cambiará a medida que su inclinación sea variada.

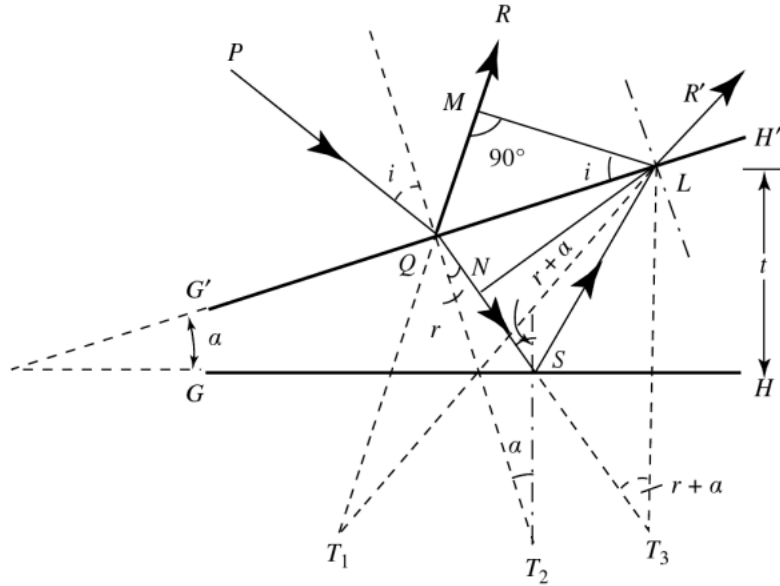


Figura 4: Esquema empleado para derivar la diferencia de camino entre rayos en una cuña.

### 3.2 El rol del espesor de la película

De acuerdo a lo calculado hasta ahora, podríamos pensar que toda lámina de caras paralelas es capaz de generar patrones de interferencia. No obstante, la experiencia cotidiana nos dice que, si bien es posible observar estos patrones en láminas delgadas (burbujas de jabón), los mismos no parecen producirse en películas más gruesas, tales como las formadas por los vidrios de los que están hechas nuestras ventanas. ¿Qué es lo que impide o restringe la generación de patrones de interferencia en estos casos?

Según vimos en clase, una condición fundamental para que dos haces de luz interfieran es que sean coherentes. Así, cuando el espesor de la película es menor que la longitud de coherencia de las ondas incidentes, es posible observar interferencia. En láminas gruesas no observamos interferencia ya que los haces pierden coherencia.

La interferencia resultante de la luz reflejada en una lámina de caras paralelas dispuesta sobre otra superficie transparente puede emplearse para reducir la reflectividad el sustrato sobre el cuál yace dicha capa.

## 4 Película de espesor variable o cuña

Vamos a estudiar ahora la interferencia producida por una película o lámina de espesor variable. Este caso se denomina también cuña ('wedge' en inglés).

Consideraremos una cuña como la que se muestra esquemáticamente en la Fig. 4. La misma se define como una película de espesor variable, encerrada entre dos caras planas, dadas por  $GH$  y  $G'H'$ , inclinadas una respecto de la otra en un ángulo  $\alpha$ . Para hacerlo más concreto, asumiremos que el espesor de la lámina aumenta de  $G$  a  $H$ , y que el índice de refracción de la película viene dado por  $n$ . Vamos a suponer además que iluminamos la cuña con luz monocromática.

En este caso la interferencia es producida por dos rayos: uno es el reflejado por la superficie frontal de la película en forma de cuña, y el segundo corresponde a la reflexión interna en la superficie inferior, que luego es transmitido hacia fuera por la interfaz superior. Las dos ondas que dan lugar a interferencia, denotadas en la figura por  $QR$  y  $LR'$  no son paralelas sino que parecen diverger de un punto común,  $T_1$ . Esto significa que en el punto  $T_1$  tiene lugar lo que denominamos

una *interferencia virtual*.

A fin de analizar la interferencia en ese punto, debemos calcular la diferencia de camino óptico entre ambas ondas. La misma puede escribirse como

$$\begin{aligned}\Delta &= n(QS + SL) - QM \\ &= n(QN + NS + SL) - n \cdot QN \\ &= n(NS + SL) \\ &= n \cdot NT_3,\end{aligned}$$

para finalmente obtener

$$\Delta = 2nd \cos(\theta_r + \alpha). \quad (20)$$

La diferencia de fase asociada a esta diferencia de camino la obtenemos de

$$\delta' = 2nkd \cos(\theta_r + \alpha). \quad (21)$$

Finalmente, a esta diferencia de fase vinculada con la diferencia de camino debemos agregarle la diferencia de fase de  $\pi$  radianes debida a la reflexión en el interior de la cuña. La diferencia de fase total,  $\delta$ , resulta

$$\delta = 2nkd \cos(\theta_r + \alpha) + \pi. \quad (22)$$

A partir de esta diferencia de fase resulta inmediato calcular las condiciones para obtener máximos y mínimos **de reflexión**, que vienen dados por:

$$2nd \cos(\theta_r + \alpha) = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad m \in \mathbb{Z}_0, \quad \text{para máximos, y} \quad (23)$$

$$2nd \cos(\theta_r + \alpha) = m\lambda, \quad m \in \mathbb{Z}_0, \quad \text{para mínimos.} \quad (24)$$

## 4.1 Puntos importantes a tener en cuenta

### 4.1.1 Acerca del patrón de interferencia

Consideremos un haz monocromático y paralelo de longitud de onda  $\lambda$  que incide sobre la cuña. El ángulo de incidencia, y por ende el ángulo de refracción  $\theta_r$  son constantes sobre toda la cuña. Por otro lado, también son constantes el ángulo  $\alpha$  y el índice de refracción que caracterizan a la cuña. De esta forma, el espesor *local* de la película es el factor determinante para la diferencia de fase que calculamos; luego si una franja es brillante u oscura debido a interferencia depende de  $d$ , que es constante sobre toda línea paralela al vértice de la cuña. Por lo tanto, el patrón de interferencia (de observarse uno) consiste de franjas rectas paralelas al borde de la cuña. Franjas brillantes u oscuras se obtienen de acuerdo al valor del espesor local  $d$  y las últimas condiciones que derivamos.

### 4.1.2 La franja ubicada en el ápice de la cuña es oscura

En el ápice, el espesor de la cuña es muy pequeño en comparación a la longitud de onda de la luz incidente,  $\lambda$ , es decir  $d \ll \lambda$ . Por ende la diferencia de fase en ese lugar es igual a  $\pi$  radianes. Esto implica que los rayos que interfieren siempre estarán en contrafase, interfiriendo destructivamente en el ápice. Por lo tanto, el patrón de interferencia de la cuña comenzará siempre con una franja oscura.

### 4.1.3 Franjas de espesor constante

Dado que cada máximo o mínimo ocurre en puntos donde el espesor de la película es constante, a este tipo de franjas de interferencia se las denomina franjas de espesor constante.



#### 4.1.4 Ancho de las franjas

Para el máximo  $n$ -ésimo, la condición es

$$2nd \cos(\theta_r + \alpha) = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (25)$$

Si estamos considerando una película de aire y en incidencia normal, tenemos  $n = 1$  y  $\theta_r = 0$ . Luego la condición de máximo se reduce a

$$2d \cos(\alpha) = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (26)$$

Supongamos que ese mismo máximo  $n$ -ésimo ocurre a una distancia  $x_n$  medida desde el vértice de la cuña en la dirección horizontal, donde el espesor local es  $d_n$ . A partir de esto tenemos

$$d = x_n \tan \alpha, \quad (27)$$

por lo que

$$2x_n \tan \alpha \cos \alpha = (2m + 1) \frac{\lambda}{2},$$

es decir que

$$2x_n \sin \alpha = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Ahora bien, el siguiente máximo, el  $(n + 1)$ -ésimo se ubicará a una distancia  $x_{n+1}$ , luego

$$2x_{n+1} \sin \alpha = (2m + 3) \frac{\lambda}{2}.$$

El ancho de la franja viene entonces dado por la distancia entre las dos franjas consecutivas, la  $(n + 1)$  y la  $n$ . Esa diferencia es

$$2(x_{n+1} - x_n) \sin \alpha = (2m + 3 - 2m - 1) \frac{\lambda}{2} = \lambda, \quad (28)$$

por lo que el ancho de las franjas, que denominaremos  $\gamma$  resulta

$$\gamma = x_{n+1} - x_n = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha}. \quad (29)$$

Más aún, si la cuña es de ángulo pequeño,  $\sin \alpha \approx \alpha$ , por lo que el ancho resulta

$$\gamma = \frac{\lambda}{2\alpha}, \quad (\text{con } \alpha \text{ en radianes}). \quad (30)$$

En razón de este resultado, decimos que las franjas de interferencia en este caso son de ancho constante. Notemos que si el índice de refracción de la película fuese  $n$ , este resultado se generaliza fácilmente a

$$\gamma = \frac{\lambda}{2n\alpha}. \quad (31)$$

## 5 Anillos de Newton

Otro ejemplo clásico de franjas de igual espesor son los denominados anillos de Newton. Los mismos se observan cuando la luz se refleja en una lente plano-convexa de gran distancia focal dispuesta sobre una lámina de caras paralelas, según se muestra esquemáticamente en la Fig. 5. La capa de aire entre ambas piezas ópticas juega aquí el rol de película delgada. El espesor de esta película es cero en el punto de contacto entre ambas piezas. Si este sistema es iluminado con luz monocromática en incidencia normal a la superficie plana de la lente, es posible observar (por

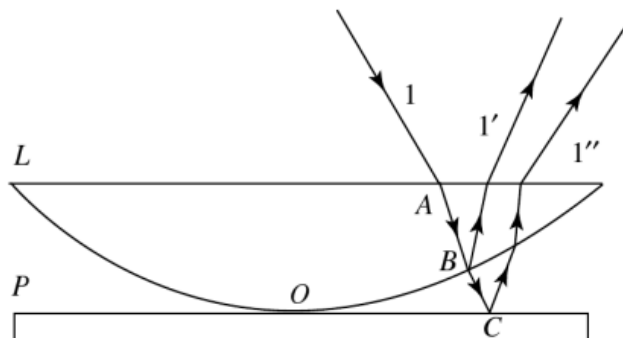


Figura 5: Esquema para el análisis de la interferencia (por reflexión) en anillos de Newton.

reflexión) un patrón de interferencia compuesto de anillos concéntricos alternadamente brillantes y oscuros. Estas franjas fueron descubiertas por Isaac Newton, razón por la cuál llevan su nombre. No obstante, fue Thomas Young quién dió la explicación acerca de su formación.

Cuando el rayo 1 incide sobre el sistema, el mismo se refleja parcialmente en la superficie curvada inferior de la lente (punto B) y luego una parte del rayo transmitido se refleja parcialmente desde la superficie superior de la lámina de caras paralelas (punto C). De esta forma, los rayos 1' y 1'' se derivan del mismo rayo incidente por división de amplitud, y son por lo tanto coherentes entre sí. El primero de estos rayos no sufre cambio de fase por reflexión, pero sí el segundo. En particular, el rayo 1'' experimenta un salto de  $\pi$  radianes al reflejarse en la interfaz aire-vidrio correspondiente a la superficie superior de la lámina de caras paralelas. Cabe destacar, además, que no se observa interferencia entre los rayos reflejados en las superficies de la lente y de la lámina de caras paralelas (no representados en la Fig. 5) debido a sus espesores.

En consecuencia, las condiciones para interferencia constructiva y destructiva para los rayos 1' y 1'' están dadas por

$$2nd \cos(\theta_r) = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad m \in \mathbb{Z}_0, \quad \text{para máximos, y} \quad (32)$$

$$2nd \cos(\theta_r) = m\lambda, \quad m \in \mathbb{Z}_0, \quad \text{para mínimos.} \quad (33)$$

Nuevamente, en el caso particular de incidencia normal (que es frecuente cuando se observan anillos de Newton), tenemos que  $\cos \theta_r = 1$ , luego

$$2nd = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad m \in \mathbb{Z}_0, \quad \text{para máximos, y} \quad (34)$$

$$2nd = m\lambda, \quad m \in \mathbb{Z}_0, \quad \text{para mínimos,} \quad (35)$$

siempre para el caso de las franjas observadas *en reflexión*.

## 5.1 Puntos importantes a tener en cuenta

### 5.1.1 Spot central oscuro

En el punto de contacto entre la lente planoconvexa y la lámina de caras paralelas, el espesor de la película de aire es de sólo algunas moléculas, es decir, muy pequeña en comparación con la longitud de onda ( $d_{\text{centro}} \ll \lambda$ ). La diferencia de camino introducida entre las ondas que interfieren en ese punto es entonces nula, luego  $2d = 0$  localmente. Sin embargo, debido a la reflexión, la onda reflejada en la superficie superior de la lámina de caras paralelas sufre un cambio de fase de  $\pi$  radianes. Consecuentemente, las ondas que interfieren en el centro del sistema están en contrafase e interfieren destructivamente allí.

De esta forma, en el área de contacto entre la lente y el plano, se observa un spot oscuro. Esta es una evidencia directa del cambio de fase relativo (de  $\pi$  radianes) entre los dos tipos de reflexiones: aire-vidrio y vidrio-aire.

### 5.1.2 Franjas de espesor constante

A partir de las ecuaciones (35) puede verse que la aparición de máximos y mínimos se debe a la variación local del espesor de la película de aire,  $d$ . Cada máximo o mínimo corresponde a puntos donde la película de aire tiene un mismo valor de espesor. Por esta razón estas franjas son también *franjas de espesor constante*.

### 5.1.3 Franjas circulares

Esta lámina de aire de espesor variable puede pensarse como una cuña rotada alrededor del punto de contacto. El conjunto de puntos que presenta igual espesor yace entonces sobre un círculo que tiene su centro en el punto de contacto entre las dos piezas ópticas que delimitan la película de aire. En consecuencia, el espesor de dicha película es el mismo en todos los puntos sobre cualquier círculo que tiene a dicho punto como centro. Las franjas son entonces circulares.

### 5.1.4 Franjas localizadas

Cuando el sistema es iluminado por luz paralela, los rayos reflejados no son paralelos. Dichos rayos interfieren cerca de la superficie superior de la película de aire y parecen diverger a partir de allí cuando se los observa desde arriba. En este caso, las franjas se observan cerca de la superficie superior de la película y, por tanto, se dice que están localizadas sobre la película.

### 5.1.5 Radio de los anillos oscuros

Vamos ahora a calcular el radio de los anillos oscuros correspondientes al patrón de interferencia; para ello emplearemos el esquema de la Fig. 6.

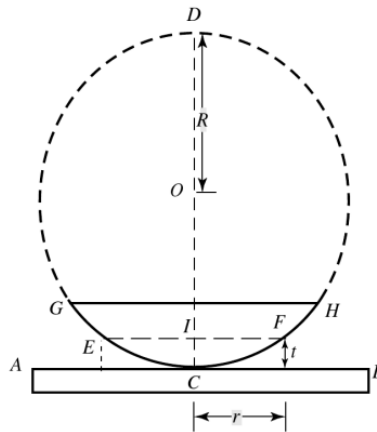


Figura 6: Esquema para determinar el radio de los anillos oscuros.

Sea entonces  $R$  el radio de curvatura de la lente plano-convexa. Consideremos además un anillo ubicado en un punto  $r$ . El espesor de la película de aire en ese punto es  $t$ . Identifiquemos con  $r_m$  a la posición radial del  $m$ -ésimo anillo. Del diagrama vemos que

$$IF \cdot IE = IC \cdot ID.$$

A partir de la geometría de la Fig. 5, es posible hacer las siguientes identificaciones

$$\begin{aligned} IF &= r_m, \\ IE &= r_m, \\ IC &= t, \\ ID &= 2R - t. \end{aligned}$$

Sustituyendo ahora estas cuatro identificaciones en la igualdad precedente, obtenemos

$$r_m \cdot r_m = t \cdot (2R - t),$$

por lo que

$$r_m^2 = 2Rt - t^2.$$

Ahora bien, si  $t$  es muy pequeño comparado con  $R$ , podemos entonces despreciar  $t^2$  frente a  $2Rt$ , para obtener:

$$r_m^2 \approx 2Rt.$$

Usando ahora la condición de mínimo de intensidad en este punto de espesor  $t$ ,

$$2nt = m\lambda, \quad \text{con } m \in \mathbb{Z}_0,$$

tenemos

$$r_m^2 = m\lambda R,$$

es decir que el radio del  $m$ -ésimo anillo oscuro viene dado por

$$r_m^{\text{osc}} = \sqrt{m\lambda R}. \quad (36)$$

El radio de los diferentes anillos oscuros puede hallarse sustituyendo en  $m$  los números naturales, incluido el cero. Se observa entonces que la progresión de radios oscuros viene dada por:

$$\begin{aligned} r_0^{\text{osc}} &= 0, \\ r_1^{\text{osc}} &= \sqrt{\lambda R}, \\ r_2^{\text{osc}} &= \sqrt{2}\sqrt{\lambda R}, \\ r_3^{\text{osc}} &= \sqrt{3}\sqrt{\lambda R}, \\ r_4^{\text{osc}} &= \sqrt{4}\sqrt{\lambda R}, \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

Es decir que los radios (y también los diámetros) de los anillos de Newton oscuros son proporcionales a la raíz cuadrada de los números naturales.

### 5.1.6 Radio de los anillos brillantes

Empleando el mismo mecanismo que en la sección precedente, es posible hallar el radio de los anillos brillantes, utilizando ahora la condición de máximo de intensidad en lugar de la de mínimo que usamos antes. Este cálculo sencillo arroja que el radio del  $m$ -ésimo anillo brillante viene dado por

$$r_m^{\text{bri}} = \sqrt{\frac{2m+1}{2}}\sqrt{\lambda R}. \quad (37)$$

De esto surge que los radios (y también los diámetros) de los anillos de Newton brillantes son proporcionales a la raíz cuadrada de los números naturales *impares*.

### 5.1.7 El espaciado entre anillos se reduce conforme nos alejamos del centro

Vimos que los diámetros de los anillos oscuros son proporcionales a la raíz cuadrada de los números naturales, mientras que los diámetros de los anillos brillantes son proporcionales a la raíz cuadrada de los números naturales impares. A medida que el orden de los anillos se incrementa ( $m$  aumenta), el diámetro no aumenta en la misma proporción, lo que resulta en que los anillos se acercan a medida que nos alejamos del centro del sistema.

### 5.1.8 Patrón en luz transmitida

Como es de esperar, también se observa un patrón de interferencia en luz transmitida, es decir, mirando los rayos que se transmiten a través del sistema. Estos anillos son exactamente complementarios a los observados por reflexión, por lo cuál el spot central en transmisión es brillante.

### 5.1.9 Incidencia con luz blanca

Si iluminamos al sistema con luz blanca, obtenemos una serie de anillos de colores, dado que el radio de cada anillo depende de la longitud de onda incidente, según vimos anteriormente.

### 5.1.10 Determinación de la longitud de onda incidente

Si sabemos que se incide con luz monocromática, pero desconocemos su longitud de onda; es posible determinar esta última a partir del examen del patrón de interferencia. Consideramos entonces el  $m$ -ésimo anillo oscuro, cuyo diámetro podemos medir y debería estar dado por

$$D_m^{\text{osc}} = 4m\lambda R. \quad (38)$$

Luego buscamos el  $(m + p)$ -ésimo anillo oscuro, cuyo diámetro es

$$D_{m+p}^{\text{osc}} = 4(m + p)\lambda R. \quad (39)$$

A partir de estas dos expresiones resulta fácil obtener la longitud de onda buscada:

$$\lambda = \frac{(D_{m+p}^{\text{osc}})^2 - (D_m^{\text{osc}})^2}{4pR}. \quad (40)$$

Obsérvese que esta expresión depende del radio de curvatura  $R$  de la lente plano-convexa. En la práctica, el mismo puede medirse empleando un esferómetro.

## Referencias

- Optics. E. Hecht. Addison-Wesley (2001).
- Modern Optics. R. Guenther. Wiley (1990).