

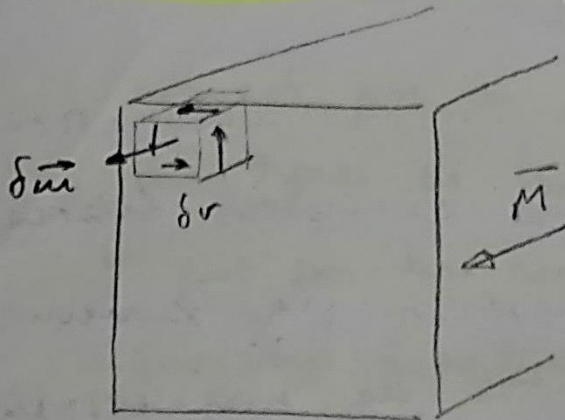
La clase pasada escribimos que:

$$\begin{aligned}\vec{J}_m &\equiv \nabla \times \vec{M} \\ \vec{J}_m &\equiv \vec{M} \times \hat{n}\end{aligned}$$

(67)

Estas "corrientes" que reproducen el efecto de los momentos magnéticos reciben el nombre de "corrientes de magnetización" o "corrientes de Ampère".

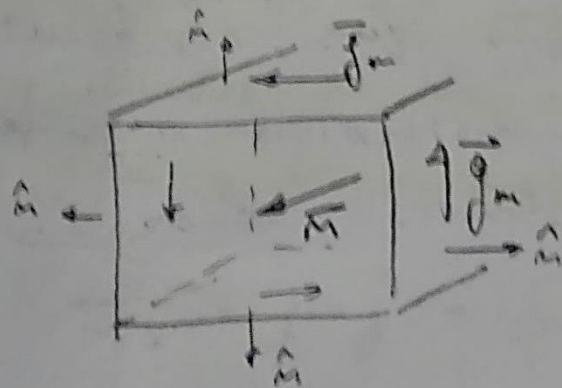
Vamos qué significa estas corrientes. Consideremos un material magnetizado uniformemente. Podemos representar la magnetización de cada δv mediante una cinta de corriente cuyo momento magnético sea $\delta \vec{m} = \vec{M} \delta v$:



Como $\vec{M}$ es supuesto uniforme es:

$$\nabla \times \vec{M} = 0 \Rightarrow \vec{J}_m = 0$$

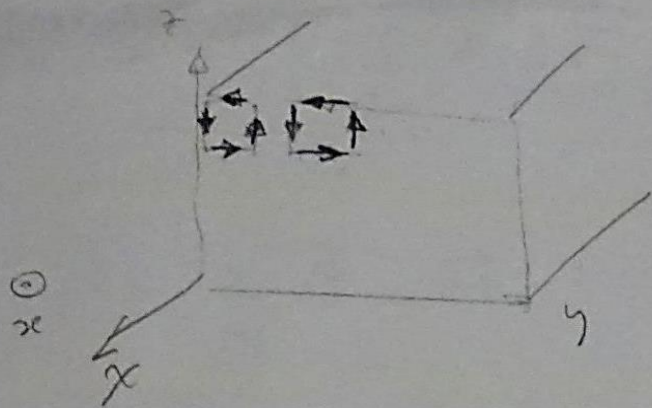
$$\text{pero } \vec{J}_m = \vec{M} \times \hat{n} \neq 0$$



Esto $\vec{j}_m$ es el resultado de las
cintas de corriente que están sobre
la superficie.

En cambio dentro del material, cada
cinta se cancela con la vecina y
no queda corriente en volumen.

Veamos qué ocurre cuando $\vec{M}$ no es uniforme. En este caso
las cintas no tienen la misma corriente. Consideremos
un ejemplo simple: $\vec{M} = M(y) \hat{z}$



Si $M(y)$ es creciente, entonces la cinta de la derecha debe llevar más corriente (más $\vec{j}_m$) que la de la izquierda. Entre ambas queda una corriente neta hacia abajo. Esto es una corriente en

volume $\vec{j}_m$. En efecto:

(68)

$$\vec{j}_m = \nabla \times \vec{M} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ M(y) & 0 & 0 \end{vmatrix} = - \frac{\partial M}{\partial y} \hat{z}$$

Como dijimos que $M(y)$ es creciente $\Rightarrow \frac{\partial M}{\partial y} > 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow j_{m_z} < 0$.

De manera que en presencia de un material magnetizado hay dos tipos de fuentes de $\vec{B}$: las corrientes libres $\vec{J}_L$, que son las corrientes macroscópicas que "poseemos" y manejamos nosotros, y las corrientes de magnetización $\vec{J}_m$ que es una magnitud macroscópica que representa la media de las contribuciones microscópicas al campo $\vec{B}$, debidas a los momentos magnéticos atómicos:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} = \mu_0 \vec{J}_L + \mu_0 \vec{J}_m = \mu_0 \vec{J}_L + \mu_0 \vec{\nabla} \times \vec{M}$$

Así como en electrostática definimos un vector $\vec{D}$ cuya divergencia está asociada a las cargas libres, ahora definiremos un campo $\vec{H}$ cuyo rotor está asociado a las corrientes libres:

$$\vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M} \right) = \vec{j}_L$$

(69)

$$\vec{H} \equiv \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}_L$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{M}$$

El teorema ^{de Ampère (o ley circuital)} de Ampère para $\vec{H}$ dice:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \iint_{S(C)} (\vec{\nabla} \times \vec{H}) \cdot d\vec{s} = \iint_{S(C)} \vec{j}_L \cdot d\vec{s} = I_{\text{libre concatenada}}$$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = I_{\text{libre concatenada}}$$

$$[H] = \frac{A}{m}$$

↙ MKS

Susceptibilidad magnética

(74)

Cuando estudiamos dieléctricos habíamos dicho que en muchos materiales se podía utilizar una relación constitutiva que expresaba que $\vec{P}$ y $\vec{E}$ eran proporcionales

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$$

es decir que $\vec{P}$ aparece en esos materiales sólo cuando hay $\vec{E}$ (y además lo hace proporcionalmente).

Del mismo modo habíamos dicho de materiales magnéticos lineales, que son aquellos que cumplen:

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

χ_m : susceptibilidad magnética

Notese que χ_m y χ_e no juegan un papel exactamente análogo, pues mientras $\vec{E}$ es el campo fundamental, en el caso magnético el campo fundamental es $\vec{B}$ y no $\vec{H}$.

Definimos la permeabilidad del medio

(8)

(75)

$$\mu \equiv \mu_0 (1 + \chi_m)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\vec{M} = \frac{\chi_m}{\mu} \vec{B}$$

y la permeabilidad relativa : $K_m \equiv \frac{\mu}{\mu_0}$

Al igual que en el caso eléctrico, existen átomos con momentos magnéticos permanentes y otros no tienen momentos magnéticos pero en presencia de un campo se induce un momento magnético. Sin embargo, mientras los momentos permanentes se alinean con el campo, los momentos inducidos son opuestos al campo.

Sin embargo mientras que los

momentos permanentes se alinean con el campo, los momentos inducidos son opuestos al campo. Esto significa que las sustancias cuyas moléculas tengan momento magnético permanente presentan $\chi_m > 0$ (sustancias paramagnéticas), mientras que las sustancias cuyas moléculas no tienen momento magnético permanente presentan $\chi_m < 0$ (sustancias diamagnéticas).

Sustancias paramagnéticas:

Platino	$\chi_m \sim 3,6 \cdot 10^{-4}$
Oxígeno líquido	$\chi_m \sim 1,4 \cdot 10^{-3}$
Aluminio	$\chi_m \sim 2 \cdot 10^{-5}$
Aire	$\chi_m \sim 4 \cdot 10^{-7}$

Sustancias diamagnéticas:

Agua	$\chi_m \sim -9 \cdot 10^{-6}$
H ₂ (gaseoso)	$\chi_m \sim -6 \cdot 10^{-8}$

Bismuto (uno de los materiales más diamagnéticos): $\chi_m \sim -1,8 \times 10^{-4}$

$|\chi_m| \ll 1$
materia
diamag. y
paramag.