

Viajeras y estacionarias

1. Determinar cuáles de las siguientes expresiones matemáticas pueden representar ondas viajeras unidimensionales, físicamente razonables.

a) $\varphi(x, t) = Ae^{-\alpha(x-ct)}$

e) $\varphi(x, t) = A(x-ct)^n$

b) $\varphi(x, t) = Ae^{-2\alpha(x-ct)}$

f) $\varphi(x, t) = A \sin(k(x-ct))$

c) $\varphi(x, t) = A \ln(k(x-ct))$

g) $\varphi(x, t) = A \sin(\alpha(x^2 - c^2t^2))$

d) $\varphi(x, t) = A(x-ct)$

h) $\varphi(x, t) = A(x+ct)^{1/2}$

2. Sean dos ondas que se superponen entre sí:

$$\varphi_1(x, t) = A_1 \sin(\omega - kx + \epsilon_1) \quad \text{y} \quad \varphi_2(x, t) = A_2 \sin(\omega - kx + \epsilon_2),$$

en las que ϵ_1 y ϵ_2 son independientes del tiempo.

- a) Determine la perturbación resultante.
b) Hágalo en particular para los siguientes valores de los parámetros: $\omega = 120 \text{ s}^{-1}$, $A_1 = 6$, $A_2 = 8$, $\epsilon_1 = 0$, $\epsilon_2 = \pi/2$, $\lambda = 2 \text{ cm}$.
c) Grafique cada función de onda y la resultante en función de la posición x (para $t = 0$) y en función del tiempo t (para $x = 0$).
3. Se superponen dos ondas longitudinales armónicas de la misma frecuencia, igual dirección de propagación y ambas de amplitud A . Si la amplitud de la onda resultante es A , ¿cuál es la diferencia de fase entre ambas ondas?
4. Sea una onda transversal descrita por:

$$\varphi(x, t) = 4 \text{ cm} \cos\left(2\pi\left(\frac{t}{0,05 \text{ s}} - \frac{x}{0,25 \text{ cm}}\right)\right).$$

- a) Determine su velocidad de propagación, frecuencia, longitud de onda, número de onda y fase inicial.
b) Considere una partícula del medio en que se transmite la onda ubicada en $x = 0$ y otra en $x = 10 \text{ cm}$. En el instante $t = 0$, ¿cuál es la diferencia entre las velocidades de oscilación transversal de ambas partículas? ¿Cuál es la diferencia entre las fases de los movimientos oscilatorios de dichas partículas?
5. Una cuerda oscila transversalmente de modo que la perturbación está dada por:

$$\varphi(x, t) = 0,5 \text{ cm} \sin(1,26 \text{ cm}^{-1}x - 12,57 \text{ s}^{-1}t + \varphi_0)$$

Se sabe que en el punto $x = 1,5 \text{ m}$ y en el instante $t = 0,4 \text{ s}$, la cuerda tiene velocidad negativa y desplazamiento nulo. Calcule:

- a) la frecuencia de la oscilación,
b) la longitud de onda,
c) y la fase inicial φ_0 .

6. El extremo de un tubo delgado de goma está fijo a un soporte. El otro extremo pasa por una polea situada a 5 m del extremo fijo y se cuelga de dicho extremo una carga de 2 kg. La masa del tubo entre el extremo fijo y la polea es 0,6 kg. Una onda armónica transversal de 1 mm de amplitud y longitud de onda 30 cm se propaga a lo largo del tubo.

- Calcule la velocidad de propagación de dicha onda.
- Escriba la ecuación que describe la onda.
- Calcule la velocidad transversal máxima.

7. Encuentre la resultante de las siguientes dos ondas,

$$\varphi_1(x, t) = A \cos(kx + \omega t) \quad \text{y} \quad \varphi_2(x, t) = A \cos(kx - \omega t),$$

Describa y grafique la onda resultante. ¿Se obtiene una onda viajera?

8. Sea una cuerda de densidad lineal de masa $0,2 \text{ kg m}^{-1}$ y longitud 80 cm sometida a una tensión de 80 N.

- Calcule la velocidad con que se propagan ondas en esta cuerda.
- Un extremo de la cuerda se sujeta a un soporte ideal (o sea un soporte tal que la onda incidente en él se refleja totalmente) y el otro extremo se mueve de modo de generar una onda armónica φ_1 que se propaga por la cuerda. Escriba la expresión para las ondas estacionarias que resultan. Considere $\varphi_1(x, t) = A \cos(kx + \omega t + \frac{\pi}{2})$.
- Ambos extremos se sujetan a soportes ideales y se deforma la cuerda de modo de generar ondas estacionarias. Encuentre la frecuencia y longitud de onda fundamental y las armónicas. Dibuje los primeros tres modos de oscilación de la cuerda.
- En las mismas condiciones del punto anterior la cuerda está inicialmente deformada adoptando la forma de su tercer modo normal y con una amplitud de 4,5 mm. Calcule la frecuencia de la oscilación y el valor máximo de la velocidad transversal de la cuerda.

En gases: sonido

9. La ecuación de una onda de presión en una columna de gas es:

$$\delta P = A_p \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\tau} \right)$$

donde δP es la presión medida respecto a la presión del equilibrio.

- Halle la expresión para las ondas de desplazamiento.
 - Muestre que las ondas de desplazamiento están desfasadas en $\pi/2$ respecto de las ondas de presión.
10. En un tubo cilíndrico cerrado de diámetro 5 cm que contiene aire ($\rho_a = 1,2 \text{ kg m}^{-3}$; $v_a = 330 \text{ m s}^{-1}$) la distancia entre dos nodos consecutivos de una onda acústica estacionaria producida en ambos extremos es de 20 cm. Determine:
- la frecuencia de la onda sonora,
 - la amplitud máxima de la onda de presión si la amplitud máxima de la onda de desplazamiento es de $10 \mu\text{m}$,
 - y la potencia de la onda sonora ($Pot = Sv\delta p$, S la sección, v la velocidad de propagación, y δp la presión por sobre la atmosférica).
11. Explique por qué se oye la vibración de un diapasón. ¿Cuánto valen las frecuencias límites que estimulan al oído humano? ¿Por qué es conveniente adosar el diapasón a una caja de resonancia?
12. a) Una cuerda de violín de 30 cm de longitud emite la nota La_3 (440 s^{-1}) en su modo fundamental. Calcule las modificaciones que deben realizarse en la longitud para que dé las notas Si_3 (495 s^{-1}), Do_3 (528 s^{-1}) y Re_3 (594 s^{-1}), todas en su modo fundamental.

- b)* Para una dada cuerda (o sea si su longitud, densidad lineal y tensión son fijas), ¿el sonido emitido es de una única frecuencia o es la superposición de armónicos? En caso que sea la superposición, ¿a cuál de las frecuencias armónicas corresponde el tono del sonido?
13. *a)* ¿Cuánto vale la menor longitud que puede tener un tubo de órgano abierto en ambos extremos para que produzca en el aire un sonido de 440 Hz?
- b)* ¿Qué longitud deberá tener un tubo de órgano cerrado para que produzca el mismo tono que en 13*a* en su primer armónico?
- c)* Si la cuerda de un violín tiene 50 cm de longitud y una masa de 2 g, ¿qué tensión debe aplicársele para que produzca la misma nota que en 13*a* como su modo fundamental?
- d)* Para la cuerda del punto 13*c* calcule la longitud de onda de la oscilación,
- e)* y del sonido producido.
14. El nivel de agua en una probeta de 1 m de longitud puede ser ajustado a voluntad. Se coloca un diapasón sobre el extremo abierto del tubo. El mismo oscila en una frecuencia de 600 Hz. ¿Para qué niveles de agua habrá resonancia?