Circuito RC

Objetivo: Estudiar los comportamientos de un circuito RC en dos regímenes de operación distintos: transitorio y estacionario. Para el transitorio, se propone estudiar los procesos de carga y descarga de un capacitor determinando que tipo de evolución temporal presentan, y midiendo los tiempos característicos asociados. Para el estacionario, se busca determinar la respuesta del circuito al excitarlo con una señal periódica, variando la frecuencia de trabajo del sistema.

Temáticas abordadas: Circuitos de corrientes variables en el tiempo, RC, carga y descarga de un capacitor, tiempo característico, filtros pasa altos y pasa bajos.

1. Introducción

Considere el circuito RC esquematizado en la figura 1, en el cual inicialmente el capacitor se encuentra completamente descargado y el interruptor S abierta. Al cerrarse esta ultima, la fuerza electromotriz ε_0 impuesta por la fuente genera una corriente I en el circuito. Esta corriente tendrá el efecto de llevar cargas de signo opuesto a las caras del capacitor. Resulta intuitivo que esta corriente no será constante en el tiempo; en particular esperamos que la misma se anule cuando el capacitor se haya cargado.

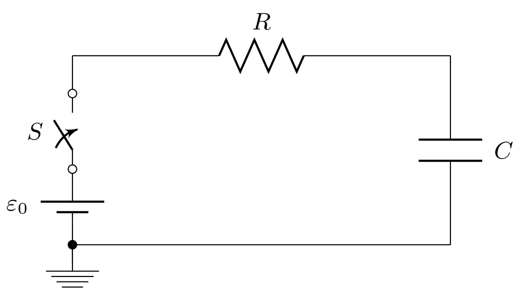

Figura 1. Esquema del circuito RC empleado.

Un capacitor de capacidad C conectado a una fuente que lo somete a una ΔV constante adquiere una carga $q = C\Delta V$. Por tanto y de acuerdo a la primer ley de Kirchhoff

$$\varepsilon_0 = RI(t) + \frac{q(t)}{C}, \tag{1}$$

donde $I(t)$ como $q(t)$ denotan que estas varían instante a instante. Recordemos, por otro lado, que tanto la ε_0 de la fuente, la resistencia R del resistor y C son constantes. Empleando ahora la definición de corriente,

$$I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}, \tag{2}$$

podemos reescribir la ultima ecuación en término de una única función incógnita, ya sea $q(t)$ o $I(t)$. Vamos a elegir expresarla en función de $q(t)$, de lo que se obtiene

$$\varepsilon_0 = R\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}q(t). \tag{3}$$

Esta es una ecuación diferencial ordinaria de orden 1 para $q(t)$, cuya solución nos dará la evolución temporal (desde un instante inicial dado) de la carga en el capacitor. Para resolverla, debemos especificar además una condición inicial para la carga $q(t)$ en el capacitor. Dado que estamos considerando el caso en el que el mismo se encuentra inicialmente descargado, esta condición es

$$q(t = 0) = 0. \tag{4}$$

La ecuación diferencial en derivadas totales para $q(t)$ dada por (3) tiene una solución general de la forma:

$$q(t) = A\mathrm{e}^{-t/\tau} + C\varepsilon_0, \tag{5}$$

donde $\tau = RC$ es el tiempo característico del circuito RC, y la constante A se determina de las condiciones del problema particular que se este considerando. Por ejemplo, si el capacitor esta inicialmente descargado, resulta fácil obtener que $A = -C\varepsilon_0$, por lo que

$$q(t) = C\varepsilon_0\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right), \tag{6}$$

y entonces la corriente en función del tiempo resulta

$$I(t) = \frac{\varepsilon_0}{R}\mathrm{e}^{-t/\tau}. \tag{7}$$

En base a esto, plantee como serían las ecuaciones que describen la descarga del capacitor, reemplazando para ello la fuente por un cortocircuito.

2. Carga y descarga de un capacitor

Para realizar la práctica reemplazará en la figura 1 a la fuente y el interruptor con un generador de señales. Utilizará el modo en que este provee una ε_0 de forma cuadrada. Como buscamos que la señal tenga siempre la misma polaridad (siempre positiva o siempre negativa) ajustará el *offset* para que la bases (o mesetas) coincidan con el potencial de tierra. De esta forma simularemos el efecto de abrir y cerrar el circuito en forma periódica con el interruptor.

Para medir diferencias de potencial utilizará un osciloscopio de dos canales. En el primer canal observará la señal del generador para lo que necesitará conectar a la salida del mismo una *T de BNC* para derivar un cable hacia una entrada del osciloscopio y otro hacia la resistencia. En el segundo canal del osciloscopio medirá la caída de potencial en el capacitor. Ajuste ahora en el osciloscopio los niveles de base de ambos canales para que sean coincidentes en la pantalla y sea evidente la superposición de ambas diferencias de potencial, la del generador y la que se registra en el capacitor.

Ajuste la frecuencia hasta que sea evidente la diferencia entre ambas señales, y responda:

- ¿Cuál es el tiempo característico (de carga y descarga) que se obtiene de las mediciones? ¿Es el mismo para ambos procesos?
- ¿Cuál es el valor de diferencia de potencial que se alcanza al llegar al régimen estacionario?
- ¿En el proceso de descarga, sobre que elemento disipativo se descarga el capacitor?
- ¿Es posible estimar la resistencia interna del multímetro?

Repita las mediciones utilizando otro valor de ΔV para la fuente. ¿Observa cambios en el tiempo característico producto de esta modificación?

3. Integrador — Derivador

Según la expresión (2) la carga en el capacitor es $q = \int I\,\mathrm{d}t$, por lo que la diferencia de potencial sobre este es $\Delta V_C = C \int I\,\mathrm{d}t$. Así midiendo esta ΔV_C puede obtener una integración de I.

Se propone ensayar esto alimentando al circuito de la figura 1 una señal cuadrada cuya base coincida con $\Delta V = 0$. Observe esta señal en un canal del osciloscopio, y en el otro ver la ΔV_C en el capacitor. Superponga ambas señales en la pantalla y ensaye frecuencias relativamente altas ($f \gg \frac{1}{\tau}$) hasta observar claramente la señal integrada. Recordando que el área bajo una función es la integral, verifique que el valor pico de la señal integrada se corresponde con el área de uno de los ciclos de la señal cuadrada.

Se propone ahora que modifique la conexión para armar el circuito propuesto en la figura 2. Ahora se propone

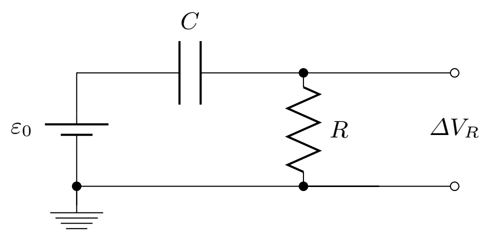

Figura 2. Esquema de un circuito RC empleado como derivador.

medir en el segundo canal del osciloscopio la caída de potencial en la resistencia que como sabemos responde a la corriente $\Delta V_R = IR$. Nuevamente gracias a la expresión (2) podemos relacionar esta última con la carga del capacitor para obtener que

$$\Delta V_R = R\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = R\frac{\mathrm{d}C\Delta V_C}{\mathrm{d}t}. \tag{8}$$

Y si la frecuencia es lo suficientemente baja $f \ll \frac{1}{\tau}$) como para que la ΔV_C no se aparte mucho de la ε_0 que entrega la fuente, tenemos una forma de derivar la señal que entregamos al circuito.

Alimente al circuito 2 una señal triangular y ensaye frecuencias bajas hasta observar superpuesta en el osciloscopio la derivada de esta señal. Como la derivada de una función en cada punto es su pendiente verifique que el valor que puede medir en el segundo canal del osciloscopio se corresponde con el que puede calcular en la señal de entrada.

Referencias

1. M. Alonso and E.J. Finn. *Física: Campos y ondas*, volume 2 of *Física*. Editorial Pearson Educación, 1998.
2. E.M. Purcell. *Electricidad y magnetismo*, volume 2 of *Berkeley Physics Course*. Editorial Reverté, 1988.
3. J.R. Reitz, F.J. Milford, and R.W. Christy. *Fundamentos de la teoría electromagnética*. Pearson Educación. Editorial Pearson Educación, 1996.
4. F.R. Trelles. *Temas de electricidad y magnetismo*. Ediciones previas. Editorial EUDEBA, 1984.