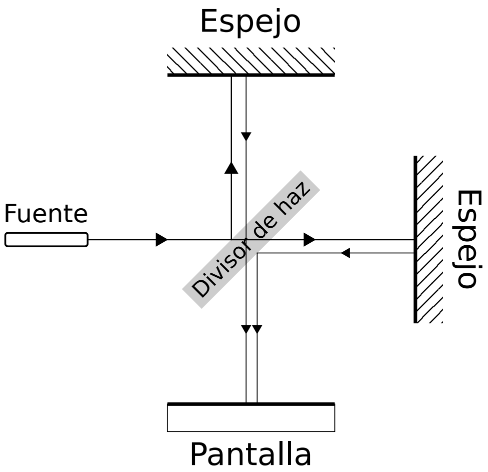
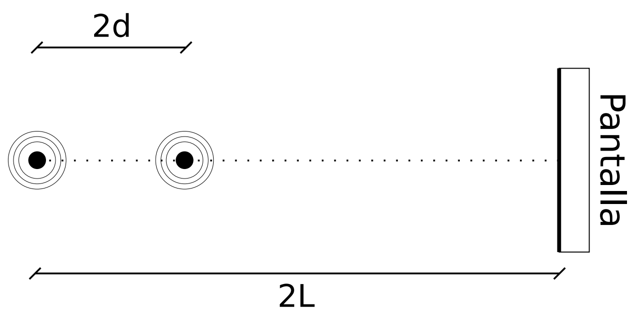
Problema 1

En la figura de la izquierda se ve un interferómetro de Michelson. El divisor de haz está a una distancia L de un espejo, y a una distancia más corta $L-d$ del otro espejo. Como el divisor refleja la mitad de la luz y transmite la otra mitad, un haz va y vuelve por la rama larga del interferómetro y el otro lo hace por la rama corta. Entonces, **desde la pantalla se ven las fuentes virtuales a distinta distancia pero en la misma dirección** (ver figura de la derecha). Además, hay cambios de fase de π radianes por las reflexiones, pero como cada haz se refleja dos veces, no se altera la diferencia de camino óptico entre ellos. De esta forma, **el interferómetro de la derecha es equivalente al interferómetro de Michelson**, pero es más sencillo de analizar. Por esta razón, el interferómetro de la derecha será el que utilizará a lo largo del ejercicio.



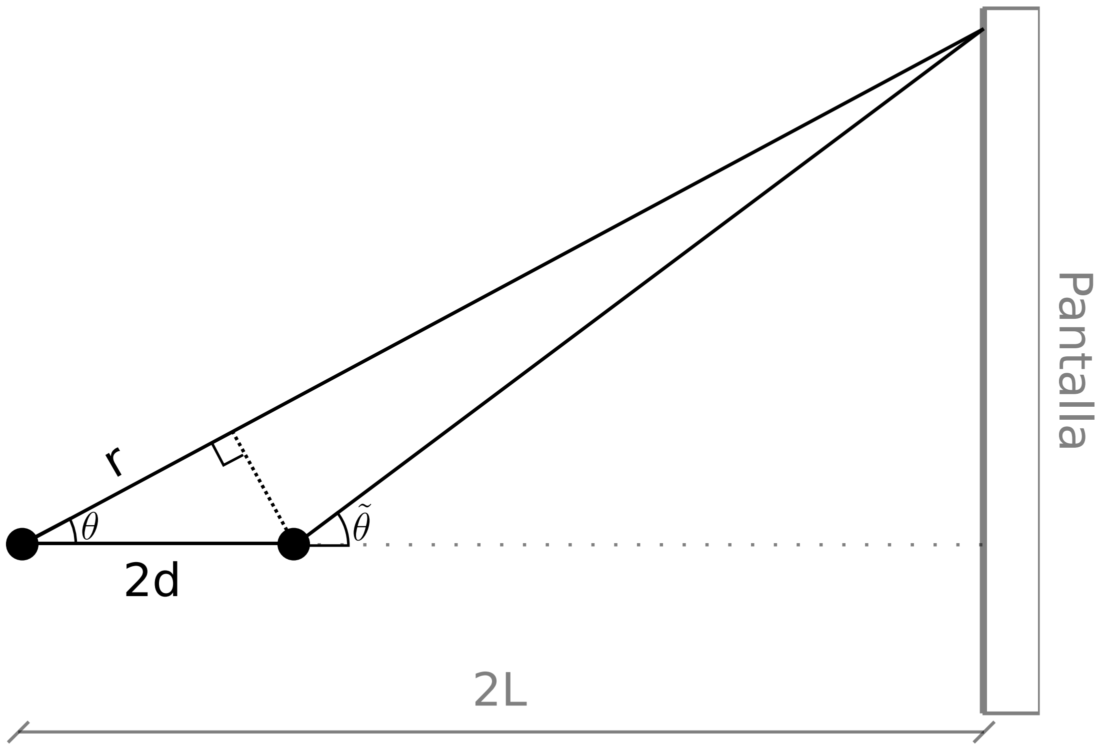


A partir del diagrama de la derecha:

(a) Encuentre la diferencia de camino óptico entre las dos fuentes virtuales y un punto de observación arbitrario en la pantalla. Considere que $2d << 2L$. Ayuda: Recuerden la aproximación realizada en el interferómetro de Young.

Para encontrar la diferencia de camino óptico entre las fuentes y un punto arbitrario de la pantalla, lo más cómodo es realizar un diagrama como el que se muestra a continuación. En él entra en juego la aproximación de que $d << L$, dado que entonces podemos afirmar que $\theta \sim \tilde{\theta}$. Esta aproximación puede ser interpretada de dos maneras igualmente correctas:

- Como los rayos son casi paralelos, a partir de la línea punteada los caminos ópticos son casi los mismos.
- El triángulo recto que se forma entre la línea puntueada y el punto de la pantalla es muy parecido al isósceles que deberíamos crearnos para encontrar realmente cuándo los caminos ópticos empiezan a ser los mismos.



Un error que se repitió en muchos parciales fue considerar que θ y $\tilde{\theta}$ eran pequeños. Esto no es necesario para poder resolver el ejercicio, ni es cierto que se derive del hecho de que $d << L$. Además, este error llevó en varios casos a considerar que el camino óptico no cambiaba a partir de una línea punteada cuya intersección a 90^o era con el rayo de abajo: esto solo se cumple para ángulos pequeños, lo cual ya vimos que no podemos asumir.

Volviendo al ejercicio, podemos notar que $\cos\theta = \frac{r}{2d}$. Entonces, como todo sucede en el vacío (y, por lo tanto, el índice de refracción es 1), la diferencia de camino óptico es $r = 2d\cos\theta$.

(b) Determine la distancia angular entre las franjas de interferencia constructiva.

Sabemos que la intensidad del patrón de interferencia de dos fuentes puntuales viene dado por $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\alpha$, con $\alpha = \frac{2\pi}{\lambda}r$, siendo λ la longitud de onda. Por lo tanto, la interferencia constructiva sucederá cuando el coseno se maximice; esto es, cuando su argumento valga un múltiplo par de π. Entonces, pedimos que $\frac{2\pi}{\lambda}r = 2m\pi$, con m un número entero, y encontramos que para cada m existe un ángulo θ en el que habrá un máximo de interferencia si cumple que $\cos\theta = \frac{m\lambda}{2d}$.

Finalmente, la distancia angular entre franjas de interferencia será $\theta_{m+1} - \theta_m$, que cumplen que $\cos\theta_{m+1} - \cos\theta_m = \frac{(m+1)\lambda}{2d} - \frac{m\lambda}{2d} = \frac{\lambda}{2d}$.

Es interesante notar que, como $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$, existe una cantidad finita de franjas de interferencia, que vienen dadas por $0 < \cos\theta_m < 1$; es decir, que $|m| < \frac{2d}{\lambda}$.

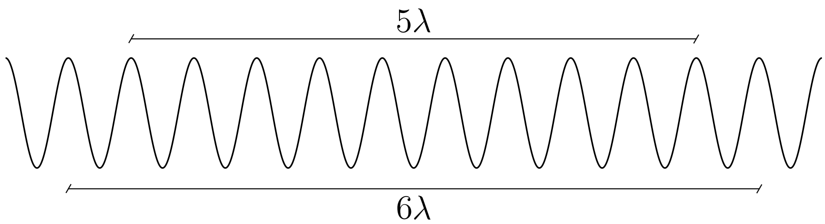
La intensidad del centro del patrón de interferencia (donde la línea punteada toca la pantalla) depende, entre otras cosas, de la distancia d entre las fuentes virtuales. Como ante pequeñas variaciones de d el patrón de interferencia cambia drásticamente, este interferómetro suele usarse para medir minúsculas variaciones en la distancia d.

(c) ¿Para qué valores de d veo intensidad máxima en el centro del patrón de interferencia?

El centro del patrón de interferencia es $\theta = 0$, por lo que $\cos\theta = 1$ y la ecuación $\cos\theta = \frac{m\lambda}{2d}$ se transforma en $d = \frac{m\lambda}{2}$. Esto significa que en el centro del patrón veremos un máximo de interferencia cada vez que d varíe media longitud de onda.

(d) Si mi fuente es un láser de helio-neón de 633nm de longitud de onda, y al mover un poco un espejo (o sea, variar lenta y controladamente la distancia d) observo que por el centro del patrón pasaron 10 máximos de interferencia, ¿cuánto habrá variado d?

Si pasaron 10 máximos, significa que pasamos por 10 valores de d_m sucesivos. La distancia entre esos picos es $d_{m+10} - d_m = \frac{(m+10)\lambda}{2} - \frac{m\lambda}{2} = 5\lambda = 3{,}165\mu m$. Pero esta es la distancia mínima que uno podría haber recorrido. Como el enunciado no lo aclara, uno podría haberse movido, en el peor de los casos, entre los puntos infinitesimalmente posterior a d_{m-1} e infinitesimalmente anterior a d_{m+11}, provocando que la distancia recorrida sea la equivalente a cruzar 12 máximos: $6\lambda = 3,798\mu m$.



Comentarios adicionales: Interferómetros de este tipo fueron usados en dos de los experimentos más relevantes de la física moderna:

- El de Michelson y Morley, que en 1887 mostró resultados consistentes con que la luz no necesita un medio para propagarse, llevando luego al desarollo de la teoría de la relatividad especial.
- El del proyecto LIGO, que en 2015 mostró resultados consistentes con la existencia de ondas gravitacionales, predichas por la teoría de la relatividad general pero nunca observadas anteriormente.