Guía 7: Introducción a ondas y ondas unidimensionales: cuerdas y sonido

Ejercicio 1
Determinar cuáles de las siguientes expresiones matemáticas pueden representar ondas viajeras unidimensionales, físicamente razonables.

(a) $\psi(x,t) = A\mathrm{e}^{-\alpha(x-ct)}$
(b) $\psi(x,t) = A\mathrm{e}^{-2\alpha(x-ct)}$
(c) $\psi(x,t) = A\ln(k(x-ct))$
(d) $\psi(x,t) = A(x-ct)$
(e) $\psi(x,t) = A(x-ct)^n$
(f) $\psi(x,t) = A\sin(k(x-ct))$
(g) $\psi(x,t) = A\sin(\alpha(x^2-c^2t^2))$
(h) $\psi(x,t) = A(x+ct)^{1/2}$

Ejercicio 2
Sean dos ondas que se superponen entre sí, $\psi_1(x,t) = A_1\sin(\omega t - kx + \epsilon_1)$ y $\psi_2(x,t) = A_2\sin(\omega t - kx + \epsilon_2)$, en las que ϵ_1 y ϵ_2 son independientes del tiempo.

(a) Determine la perturbación resultante.
(b) Hágalo en particular para los siguientes valores de los parámetros: $\omega = 120\,\mathrm{s}^{-1}$, $A_1 = 6$, $A_2 = 8$, $\epsilon_1 = 0$, $\epsilon_2 = \pi/2$, $\lambda = 2\,\mathrm{cm}$.
(c) Grafique cada función de onda y la resultante en función de la posición x (para $t = 0$) y en función del tiempo t (para $x = 0$).

Ejercicio 3
Se superponen dos ondas longitudinales armónicas de la misma frecuencia, igual dirección de propagación y ambas de amplitud A. Si la amplitud de la onda resultante es A, ¿cuál es la diferencia de fase entre ambas ondas?

Ejercicio 4
Sea una onda transversal descripta por:

$$\psi(x,t) = 4\,\mathrm{cm}\cdot\cos\left[2\pi\left(\tfrac{t}{0.05\,\mathrm{s}} - \tfrac{x}{0.25\,\mathrm{cm}}\right)\right]$$

(a) Determine su velocidad de propagación, frecuencia, longitud de onda, número de onda y fase inicial.
(b) Considere una partícula del medio en que se transmite la onda ubicada en $x = 0\,\mathrm{cm}$ y otra en $x = 10\,\mathrm{cm}$. En el instante $t = 0$, ¿cuál es la diferencia entre las velocidades de oscilación transversal de ambas partículas? ¿Cuál es la diferencia entre las fases de los movimientos oscilatorios de dichas partículas?

Ejercicio 5
Una cuerda oscila transversalmente de modo que la perturbación está dada por:

$$\psi(x,t) = 0.5\,\mathrm{cm}\cdot\sin\left(1.26\,\mathrm{cm}^{-1}x - 12.57\,\mathrm{s}^{-1}t + \phi_0\right)$$

Se sabe que en el punto $x = 1.5\,\mathrm{m}$ y en el instante $t = 0.4\,\mathrm{s}$, la cuerda tiene velocidad negativa y desplazamiento nulo. Calcule:

(a) la frecuencia de la oscilación.
(b) la longitud de onda.
(c) la fase inicial ϕ_0.

Ejercicio 6
Encuentre la resultante de las siguientes dos ondas: $\psi_1(x,t) = A\cos(kx + \omega t)$ y $\psi_2(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$. Describa y grafique la onda resultante. ¿Se obtiene una onda viajera?

Ejercicio 7
El extremo de un tubo delgado de goma (o sea, una cuerda elástica) está fijo a un soporte. El otro extremo pasa por una polea situada a 5 m del extremo fijo y se cuelga de dicho extremo una carga de 2 kg. La masa del tubo entre el extremo fijo y la polea es 0.6 kg. Una onda armónica transversal de 1 mm de amplitud y longitud de onda 30 cm se propaga a lo largo del tubo.

(a) Calcule la velocidad de propagación de dicha onda.
(b) Escriba la ecuación que describe la onda.
(c) Calcule la velocidad transversal máxima.

Ejercicio 8
Sea una cuerda de densidad lineal de masa $0.2\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-1}$ y longitud 80cm sometida a una tensión de 80N.

(a) Calcule la velocidad con que se propagan ondas en esta cuerda.
(b) Se fija uno de sus extremos a un soporte ideal, y se le permite al otro moverse libremente. Se deforma la cuerda de modo de generar ondas estacionarias. Encuentre la frecuencia y longitud de onda fundamental y las armónicas. Dibuje los primeros tres modos de oscilación de la cuerda.
(c) Ambos extremos se sujetan a soportes ideales y se deforma la cuerda de modo de generar ondas estacionarias. Encuentre la frecuencia y longitud de onda fundamental y las armónicas. Dibuje los primeros tres modos de oscilación de la cuerda.
(d) En las mismas condiciones del punto anterior la cuerda está inicialmente deformada adoptando la forma de su tercer modo normal y con una amplitud de 4,5 mm. Calcule la frecuencia de la oscilación y el valor máximo de la velocidad transversal de la cuerda.

Ejercicio 9
La ecuación de una onda de presión en una columna de gas es:

$$\delta P = A_p \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\tau}\right)$$

donde δP es la presión medida respecto a la presión del equilibrio.

(a) Halle la expresión para las ondas de desplazamiento.
(b) Muestre que las ondas de desplazamiento están desfasadas en $\pi/2$ respecto de las ondas de presión.

Ejercicio 10
En un tubo cilíndrico cerrado de diámetro 5cm que contiene aire ($\rho_a = 1.2\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}$; $v_a = 330\,\mathrm{m/s}$) la distancia entre dos nodos consecutivos de una onda acústica estacionaria producida en ambos extremos es de 20cm. Determine:

(a) la frecuencia de la onda sonora,

(b) la amplitud máxima de la onda de presión si la amplitud máxima de la onda de desplazamiento es de 10 µm,

(c) y la potencia de la onda sonora (Pot $= S \cdot v \cdot \delta p$, donde S es la sección, v la velocidad de propagación, y δp la presión por sobre la atmosférica).

Ejercicio 11

Explique por qué se oye la vibración de un diapasón. ¿Cuánto valen las frecuencias límites que estimulan al oído humano? ¿Por qué es conveniente adosar el diapasón a una caja de resonancia?

Ejercicio 12

(a) Una cuerda de violín de 30cm de longitud emite la nota La_3 ($440s^{-1}$) en su modo fundamental. Calcule las modificaciones que deben realizarse en la longitud para que de las notas SI_3 ($495s^{-1}$), Do_3 ($528s^{-1}$) y Re_3 ($594s^{-1}$), todas en su modo fundamental.

(b) Para una dada cuerda (o sea, si su longitud, densidad lineal y tensión son fijas), ¿el sonido emitido es de una única frecuencia o es la superposición de armónicos? En caso que sea la superposición, ¿a cuál de las frecuencias armónicas corresponde el tono del sonido?

Ejercicio 13

(a) ¿Cuánto vale la menor longitud que puede tener un tubo de órgano abierto en ambos extremos para que produzca en el aire un sonido de 440 Hz?

(b) ¿Qué longitud deberá tener un tubo de órgano cerrado para que produzca el mismo tono que en el ítem (a), en su primer armónico?

(c) Si la cuerda de un violín tiene 50cm de longitud y una masa de 2g, ¿qué tensión debe aplicársele para que produzca la misma nota que en el ítem (a) como su modo fundamental?

(d) Para la cuerda del punto (c) calcule la longitud de onda de la oscilación, y la longitud de onda del sonido producido.

Ejercicio 14

El nivel de agua en una probeta de 1m de longitud puede ser ajustado a voluntad. Se coloca un diapasón sobre el extremo abierto del tubo. El mismo oscila en una frecuencia de 600 Hz. ¿Para qué niveles de agua habrá resonancia?