departamento de física
universidad de buenos aires - exactas
Juan José Giambiagi

Clase 07

Ondas estacionarias

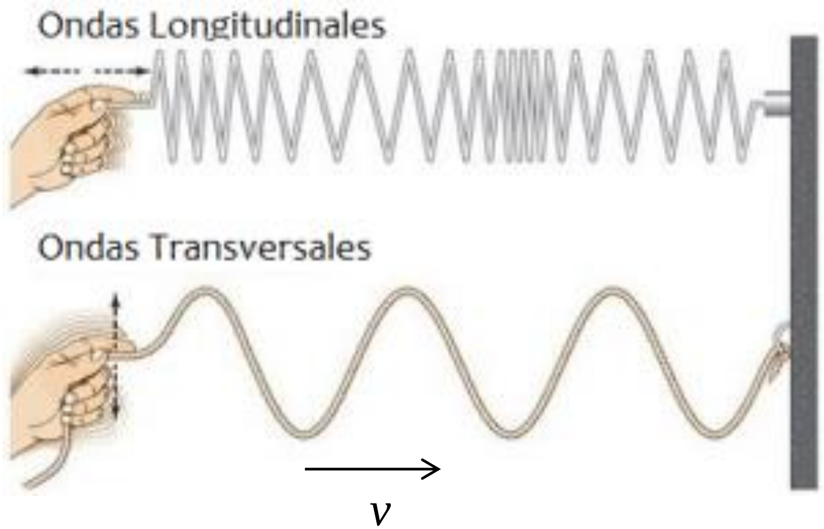
Laboratorio de física 2 para químicos

1) Explicación teórica

I. Ondas estacionarias en una cuerda

➢Una onda mecánica es una perturbación que viaja por un material o una sustancia (esto es el medio de la onda) que produce que las partículas del medio sufran desplazamientos.

➢Cuando estos desplazamientos son perpendiculares o transversales a la dirección de propagación de la onda, decimos que se trata de una **onda transversal**. En cambio, si los movimientos de las partículas del medio son hacia adelante y hacia atrás en la misma línea en que viaja la onda, decimos que se trata de una **onda longitudinal.**



Ver video: https://www.youtube.com/watch?v=-_PMqqEnr7E

http://demezcalaparaelmundo.blogspot.com/2012/06/ondas-se-podria-definir-una-onda-como.html

1) Explicación teórica

I. Ondas estacionarias en una cuerda

➢Consideremos una cuerda de longitud *L* sujeta rígidamente en ambos extremos.

➢Cuando se la perturba, en ella se produce una onda que se refleja una y otra vez en los extremos de la cuerda formando una onda estacionaria.

➢La onda estacionaria *y*(*x*,*t*) es el resultado de la superposición de dos movimientos ondulatorios armónicos de igual amplitud y frecuencia que se propagan en sentidos opuestos a través de un medio.

$$y(x,t) = \underbrace{2A\sin(kx)}_{\text{dependencia espacial (corresponde a la amplitud)}}\ \underbrace{\sin(\omega t)}_{\text{dependencia temporal}}$$

k=2π/λ es número de onda

λ= longitud de onda

ω = 2π/T es la frecuencia angular y T el período

<u>Condición:</u> nodo en ambos extremos ➡ $2A\sin(0) = 0 \quad y \quad 2A\sin(kL) = 0$

De esta condición se deduce (kL = nπ) ➡ $L = n\frac{\lambda}{2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$

1) Explicación teórica

I. Ondas estacionarias en una cuerda

- Dos nodos adyacentes están separados media longitud de onda ($\lambda/2$), así que la longitud de la cuerda debe ser un número entero de medias longitudes de onda.
- Se tienen los posibles valores de λ:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \qquad n = 1, 2, 3, \dots$$

<u>Observación:</u> pueden existir ondas en la cuerda si la longitud de onda no cumple esta condición, sin embargo, no puede haber un patrón de onda estable con nodos y la onda resultante no es **estacionaria**.

- Para cada longitud de onda estacionaria λ_n se tiene una frecuencia de onda estacionaria f_n y sabiendo que $v = \lambda.f$, donde v es la velocidad de propagación de la onda en el medio:

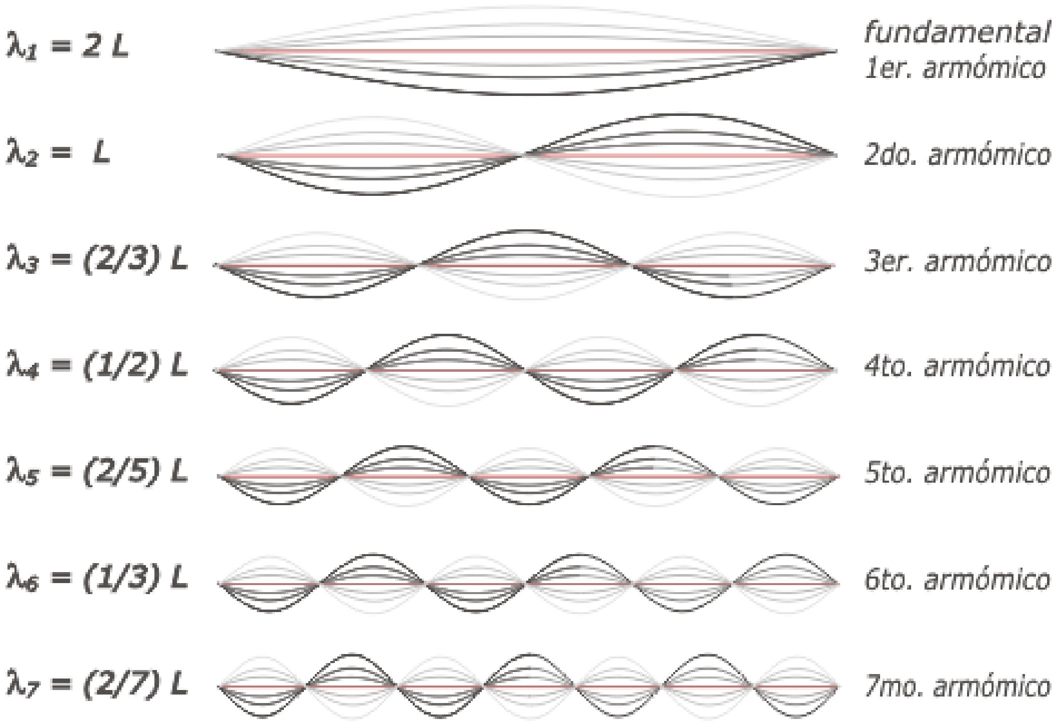
$$f_n = n\frac{v}{2L} \qquad n = 1, 2, 3, \dots$$

Esta frecuencia se llaman armónicos y el primer armónico f_1 (con n=1) es la **frecuencia del fundamental** (que corresponde a la longitud de onda más grande λ_1=2L)

1) Explicación teórica

I. Ondas estacionarias en una cuerda

Armónicos:



https://ricuti.com.ar/no_me_salen/ondas/Ap_ond_11.html

➢Observación: En una cuerda de densidad lineal μ sometida a la tensión *T*, la velocidad de propagación *v* de una onda viene dada por:

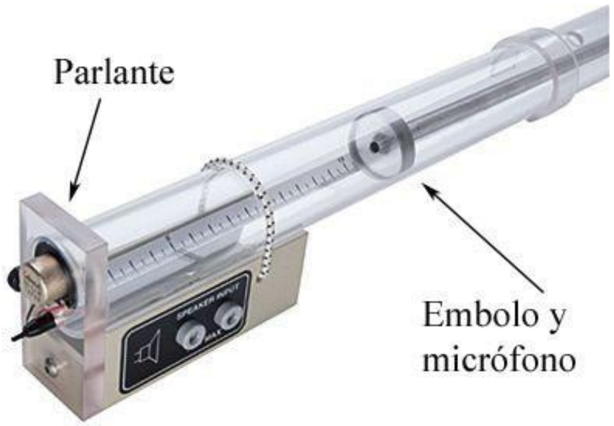
$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad \Rightarrow \quad f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Donde μ es la densidad de masa de la cuerda: $\mu = m_c/L$

1) Explicación teórica

II. Ondas estacionarias de sonido: Tubo de Kundt

- Se dispone de un emisor acústico (parlante) conectado a un generador de funciones que puede emitir sonidos en un amplio rango de frecuencias y amplitudes.
- También se dispone de un detector de sonido (micrófono) conectado a un osciloscopio. El parlante se encuentra ubicado en un extremo del tubo y el micrófono puede moverse por el interior del tubo o adjuntarse a un émbolo o pistón que cierra el tubo y provoca que las ondas acústicas se reflejen.
- Se puede variar la posición del pistón a fin de obtener tubos de Kundt de distinta longitud.



Tubo de kundt demostrativo: https://www.youtube.com/watch?v=Nbhh0B2ajaQ
Tubo de kundt (más parecido a lo que se hace en clase):
https://www.youtube.com/watch?v=cthCLX_9rRQ

1) Explicación teórica

II. Ondas estacionarias de sonido: Tubo de Kundt

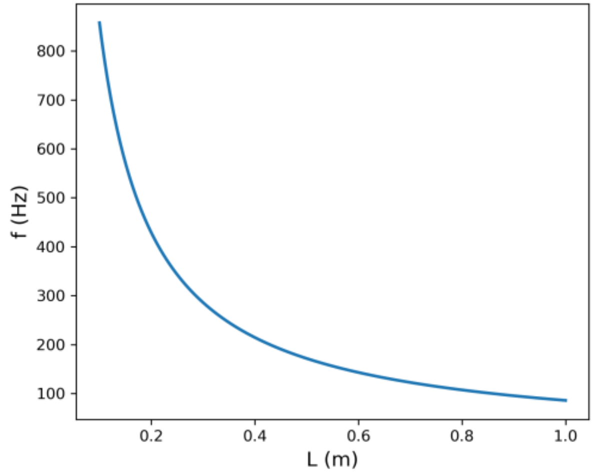
- El parlante genera una perturbación que se propaga **longitudinalmente** desplazando a las moléculas del aire alrededor de su posición de equilibrio.
- Al llegar a un extremo del tubo, sea abierto o cerrado, la onda se reflejará e interferirá con la incidente.
- Sólo cuando las frecuencias de excitación coincidan con algún modo normal de vibración del sistema esta interferencia tomará la forma de ondas estacionarias.
- Bajo la condición de **resonancia**, en las posiciones en las que el **desplazamiento** de una molécula (amplitud) es **máximo**, las moléculas a su alrededor vibran en fase, con lo que la **presión es mínima**.
- Si la molécula está en su posición de equilibrio (nodo), las moléculas a su alrededor vibran en oposición de fase, con lo que la **presión es máxima**.
- Por tanto, **máximos de presión corresponden a mínimos de desplazamiento y viceversa** (las dos ondas están desfasadas en $\pi/2$).
- En el caso de un tubo semicerrado, las frecuencias de resonancia se dan para múltiplos de $\lambda/4$, es decir, se tiene que cumplir la relación:

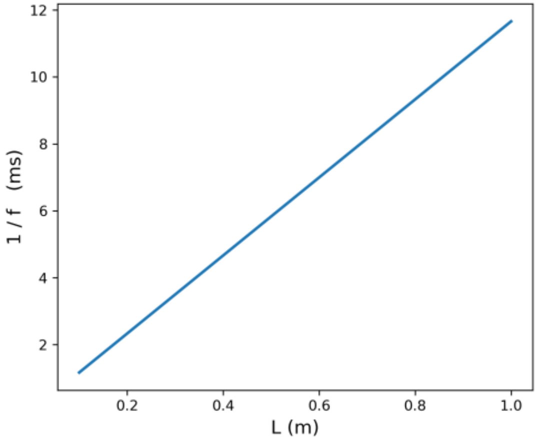
$$L = (2n+1)\ \lambda/4 \quad \text{y} \quad f_n = (2n+1)\ v/4L \qquad \text{con } n = 0,1,2,3,\dots$$

1) Explicación teórica

III. Experimento casero: Ondas de sonido en una botella

- En la vida cotidiana encontramos fenómenos sonoros en los cuales la frecuencia depende de las dimensiones del objeto vibrante.
- Es muy probable que, por lo menos alguna vez, todos hayamos soplado por el pico de una botella y escuchado el sonido que se produce.
- Este es un caso en el que el tono generado depende del volumen: una botella de un litro suena más grave que una botella de medio litro.
- Si tuviéramos botellas de distintos tamaños podríamos comprobar que, en efecto, cuanto más chico es el **volumen** de la cavidad resonante, mayor es la frecuencia. Pero ¿cómo es esta relación?
- Motivados por el estudio del Tubo de Kundt en la actividad anterior, podríamos aventurar que la relación es de proporcionalidad inversa. Si así fuera, la frecuencia del primer armónico estaría dada por $f = c/4L$,donde c es la velocidad del sonido y L la longitud del tubo/botella.





1) Explicación teórica

III. Experimento casero: Ondas de sonido en una botella

- El inconveniente de hacer el experimento usando distintas botellas es que la frecuencia fundamental podría depender de otras variables además del volumen (¿La forma? ¿Las dimensiones del pico?)
- Entonces medir dos variables: el **volumen** y la **frecuencia**, de manera controlada en una misma botella.
- Una solución consiste en variar el volumen de aire en la botella controladamente, llenándola con agua. A medida que la columna de agua tiene mayor altura, el volumen del aire es menor, y por lo tanto esperaríamos frecuencias sonoras más altas

2) Objetivos de la práctica

I. Ondas estacionarias en una cuerda

➢Estudiar **ondas estacionarias en cuerdas** con sus dos extremos fijos:
-Medir los modos normales de vibración, determinando experimentalmente sus frecuencias características.
-Determinar la velocidad de las ondas en términos de la tensión y la densidad de la cuerda.

II. Ondas estacionarias de sonido: Tubo de Kundt

➢Estudiar ondas **estacionarias de sonido en un tubo semicerrado** (tubo de kundt):
-Encontrar los modos normales de vibración y sus frecuencias características.
-Calcular las velocidades de propagación del sonido.

III. Ondas de sonido en una botella

➢Estudiar la frecuencia fundamental (de resonancia) en una botella para distintas alturas de columna de agua o de volumen de líquido y encontrar un modelo adecuado.

3) Arreglo experimental:

I. Ondas estacionarias en una cuerda

-Usar el applet: https://ophysics.com/w8.html

***Parte I*:**

- Para un valor de T y μ fijos, determinar las frecuencias *f* para los modos normales de excitación de la cuerda. ¿Cuántos modos normales se pueden ver?
- Para cada modo normal, determinar también la longitud de onda λ.
- Graficar la frecuencia en función de la inversa de la longitud de onda. ¿Qué se obtiene de la pendiente del ajuste de la curva?
- ¿Qué se concluye a partir de sus resultados experimentales? ¿Qué tipo de onda es?

Observación: la amplitud de la cuerda tiene que ser **máxima** para poder determinar de forma correcta los modos normales.

***Parte II*: Variación de masas**

- Para una cuerda dada de largo L, elegir al menos 8 pares de valores de tensión *T* y densidad lineal μ. En cada caso, para un armónico, calcular la velocidad de la onda usando $v=\lambda.f$
- Graficar *v* en función de $\sqrt{T/\mu}$. ¿Qué conclusión se obtiene en este caso?

3) Arreglo experimental:

II. Ondas estacionarias de sonido: Tubo de Kundt

-Usar el applet: https://www.walter-fendt.de/html5/phen/standinglongitudinalwaves_en.htm

- Para una dada longitud del tubo, *L*, estudiar la frecuencia fundamental de resonancia y los primeros 5 armónicos.
- Graficar las frecuencias de resonancia del tubo en función de $(2n+1)/4L$ donde *n* es el orden de cada resonancia.
- ¿Qué se obtiene de la pendiente del ajuste lineal de la curva? ¿Qué tipo de onda es?
- ¿Cómo se compara el resultado de la velocidad con el valor de referencia?
- Repetir los ítems anteriores con dos largos de tubo distintos. Comparar los valores de velocidad hallados en cada largo del tubo.

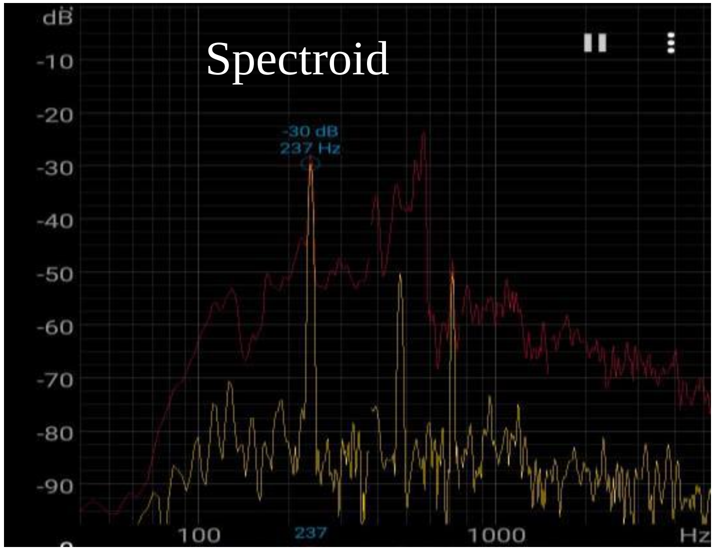
3) Arreglo experimental:

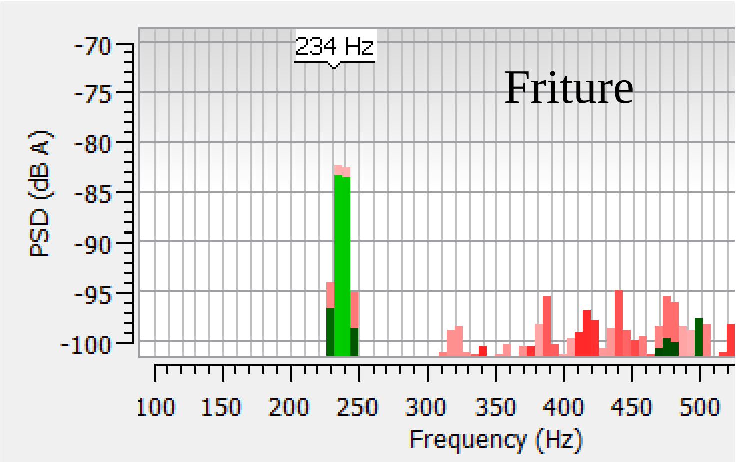
III. Ondas de sonido en una botella

Actividad 1: Estimación de errores

➢ Descargar la aplicación Spectroid para Android, o el programa Friture para Windows, Linux, o Mac.

➢La aplicación (y el programa) nos muestra el *espectro* de la señal de audio que recibe el micrófono. El espectro es un gráfico que nos dice la intensidad correspondiente a cada frecuencia recibida.





En el gráfico importa la ubicación del máximo de intensidad (frecuencia fundamental)

3) Arreglo experimental:
III. Ondas de sonido en una botella

Actividad 1: Estimación de errores

- Antes de empezar a medir, hay que poner a prueba el programa y la calibración del sensor (micrófono del celular o compu).
- Para ello, reproducir un sonido de frecuencia conocida, usando un generador de tonos como el que se encuentra en https://www.szynalski.com/tone-generator/
- Seleccionando distintas frecuencias en un intervalo que consideren razonable, hacer mediciones y obtener una estimación del error.

Actividad 2: Medición de la frecuencia fundamental en una botella (tutorial en vivo)

- Buscar una botella, preferentemente de vidrio y de pico angosto, como las de vino, cerveza o gaseosa.
- Llenar la botella con distintas cantidades de agua, hacerla sonar (¿cómo?) y registrar la frecuencia fundamental con Spectroid o Friture.
- Según los instrumentos que disponga, medir, en cada instancia, la **altura de la columna de agua** (x), o **el volumen del líquido**, V_L (medida indirecta del volumen de aire en la cavidad, V) ¿Qué relación explícita o aproximada siguen la variable elegida y V?
- Graficar la frecuencia fundamental (f) vs x (altura del líquido) ó V_L (volumen del líquido)
- Graficar $1/f$ vs x ó V_L
- ¿Considera que la botella se puede modelar como un Tubo de Kundt semiabierto?
- Estudiar como modelo alternativo el Resonador Helmholtz (ver guía)

departamento de física
universidad de buenos aires - exactas
Juan José Giambiagi

Pausa

Volvemos en 10 min

Armado de salas de trabajo con Zoom en grupos de 2/3 personas

Subir figuras a:
https://docs.google.com/document/d/1u6P6AlYcvUItakQYnb4nHsqeANPNrV1gtr_dZwbv3GE/edit?usp=sharing

Trabajo en salas por 1 hora

4) Resultados y análisis

I. Ondas estacionarias en una cuerda

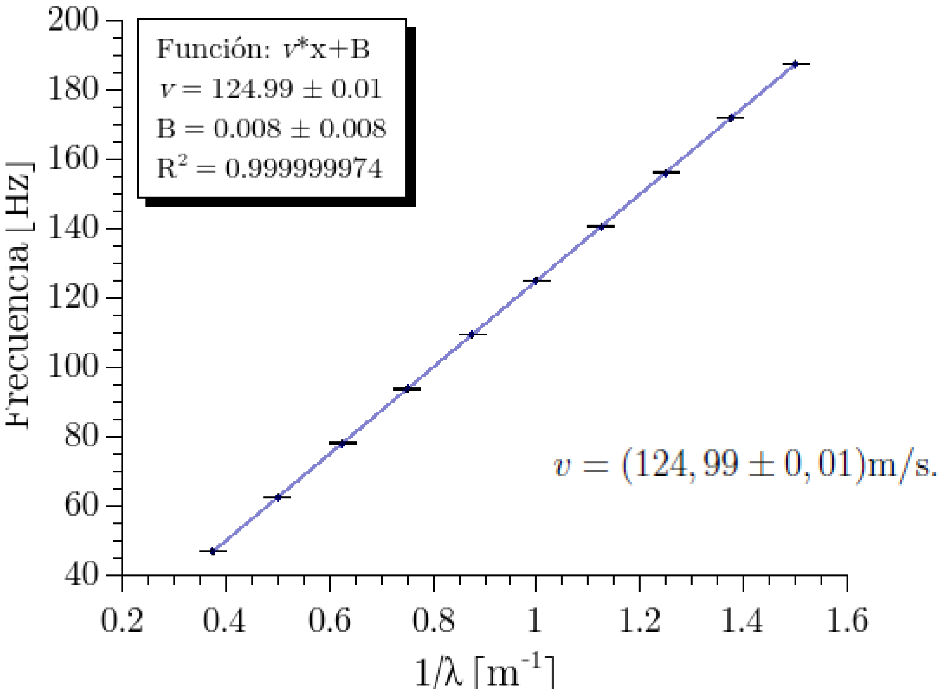
Parte I:

-Anotar *f* para cada modo normal, *n* , observado y calcular *λ* con: *λ = 2L/n*

-¿Cuántos modos normales se pueden ver?

-Graficar *f* vs 1/λ → de la pendiente se obtiene la velocidad, dado que : $f_n = n\dfrac{v}{2L}$

-Caso de onda transversal



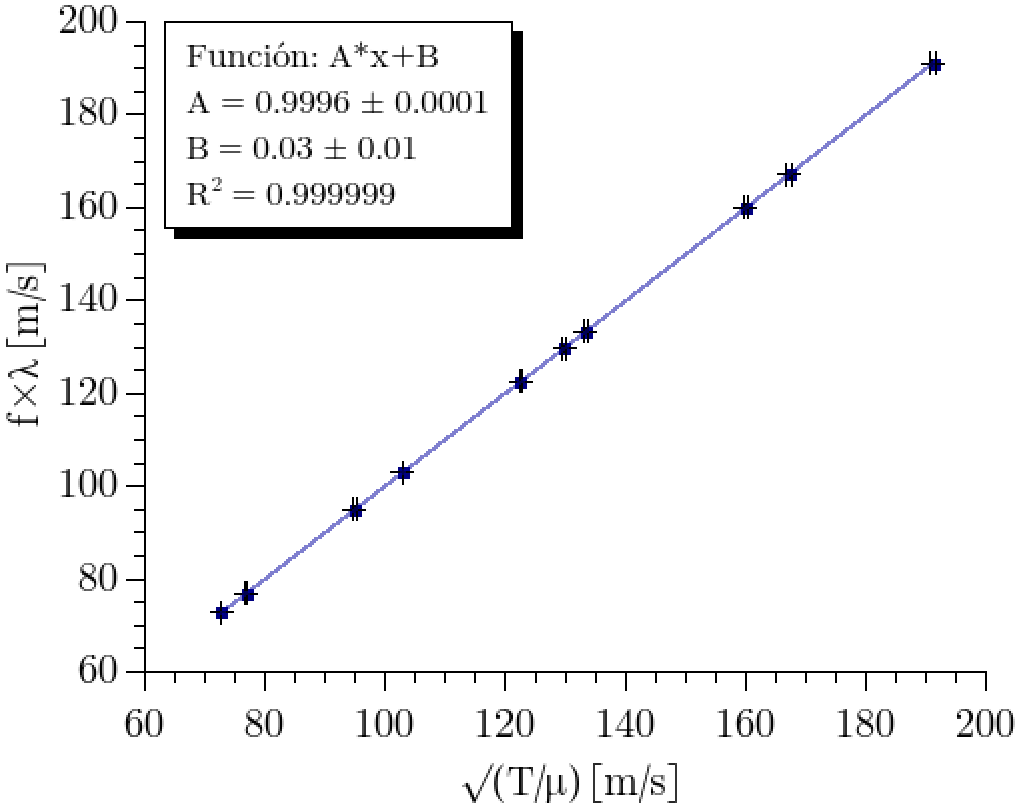
4) Resultados y análisis

I. Ondas estacionarias en una cuerda

***Parte II*:**

-Variación de 8 masas (o sea, de la Tensión) y/o de μ.

- Calcular la velocidad de la onda usando $v=\lambda.f$
- Graficar v en función de $\sqrt{T/\mu}$ → la pendiente debe ser 1, dado por la relación: $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$



4) Resultados y análisis

II. Ondas estacionarias de sonido: Tubo de Kundt

-Caso de onda longitudinal

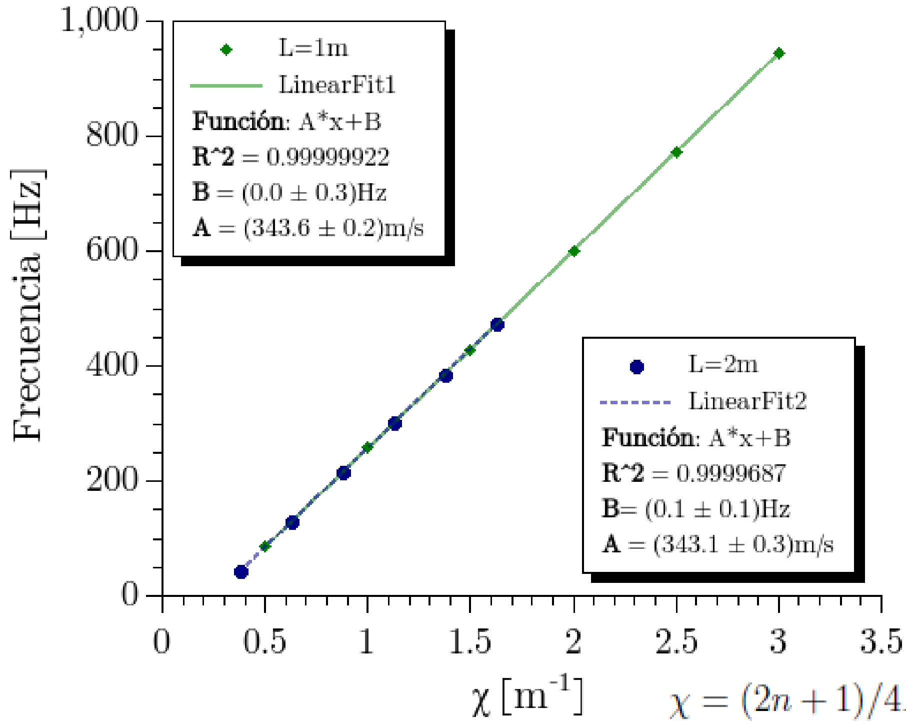
-Anotar *f* para cada modo normal, *n*

-Graficar *f* vs (2n +1)/4L, por lo que se obtiene la velocidad del sonido (v_s) de la pendiente:

$$f_n = (2n+1)\, v/4L \qquad \text{con } n = 0,1,2,3,\ldots$$

-Buscar el valor de referencia de v_s para poder comparar.

-Variar L y volver a medir. La pendiente de estos gráficos debería dar el mismo valor de v_s dado que sigo midiendo en aire.

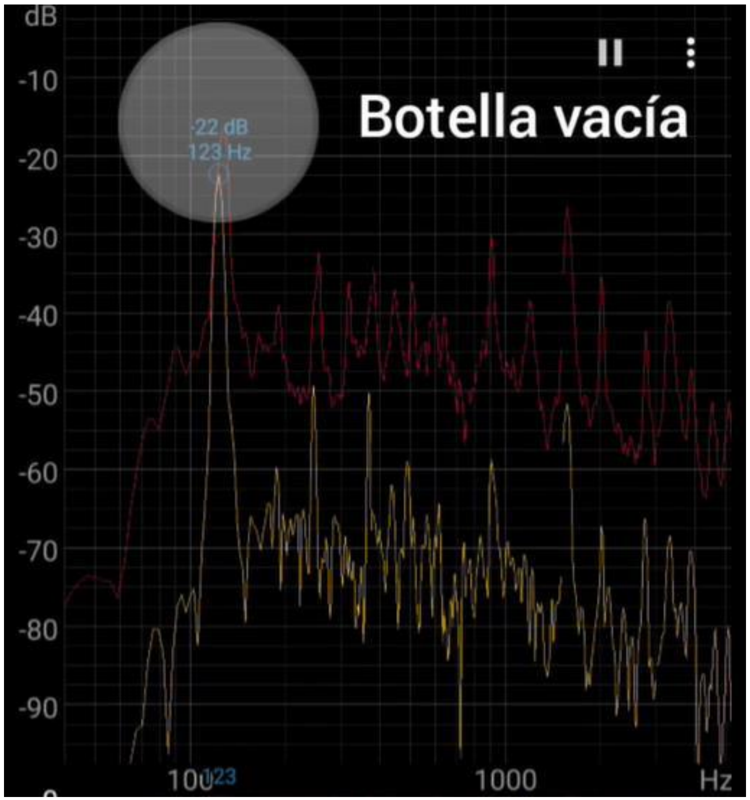


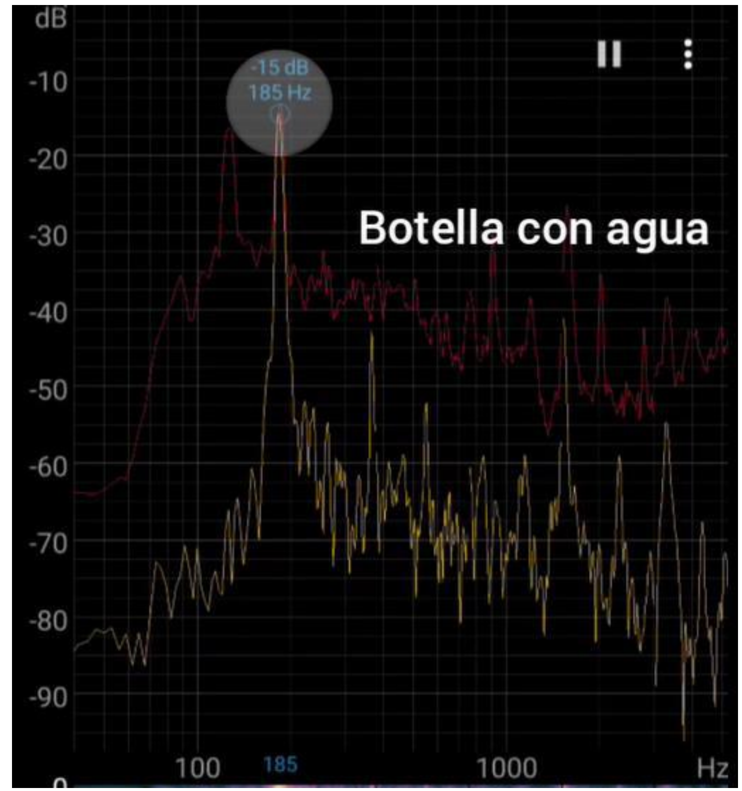
$\chi = (2n+1)/4L.$

4) Resultados y análisis

III. Ondas de sonido en una botella

-Las frecuencias fundamentales se distinguen claramente en el analizador de espectro del celular. Durante la medición se observan variaciones de frecuencia de hasta 2 Hz en la posición del pico. La frecuencia de resonancia aumenta a medida que se llena la botella de agua:

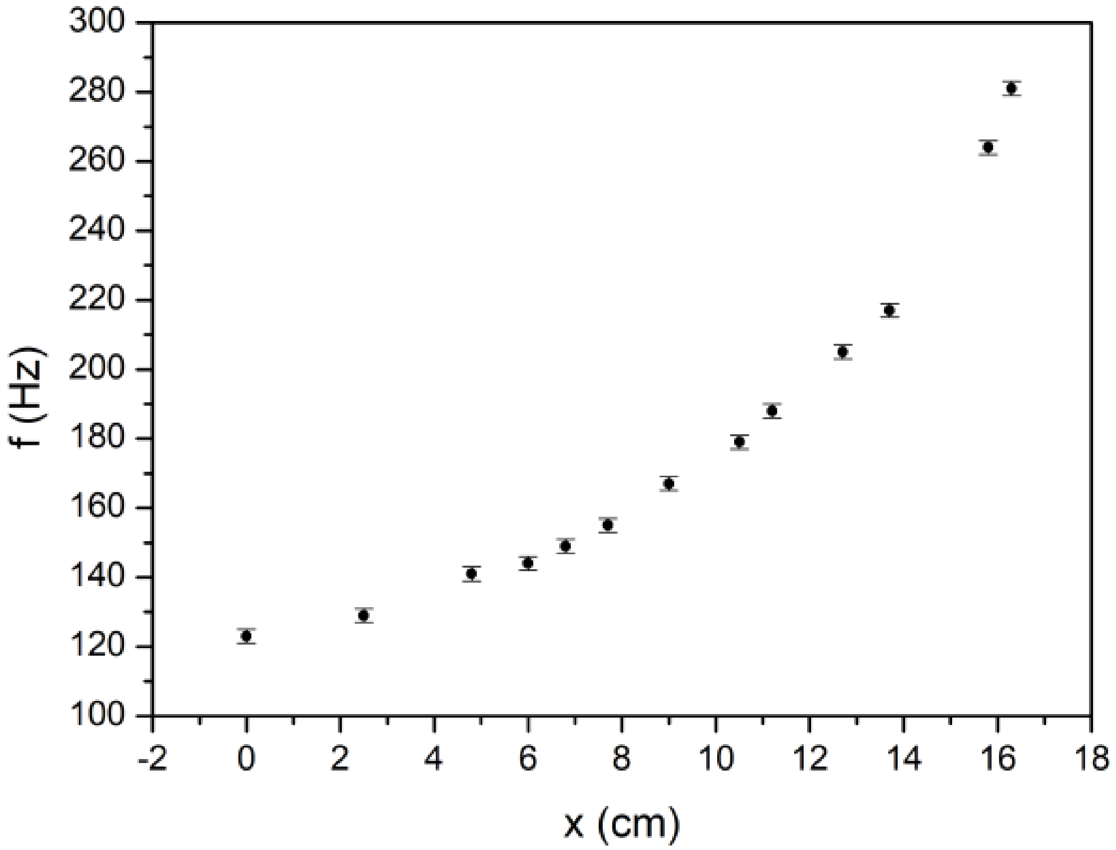




4) Resultados y análisis

III. Ondas de sonido en una botella

- Relación entre la frecuencia fundamental y la altura de la columna de agua es monótona creciente:



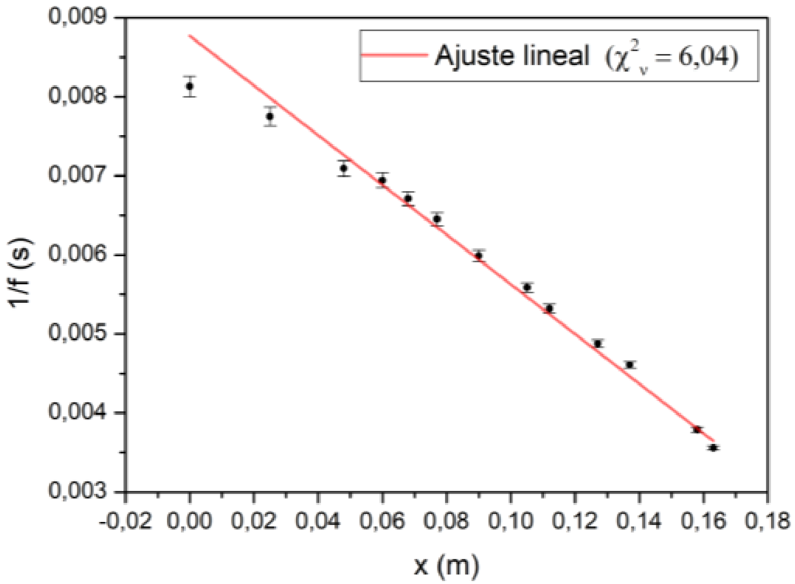
4) Resultados y análisis

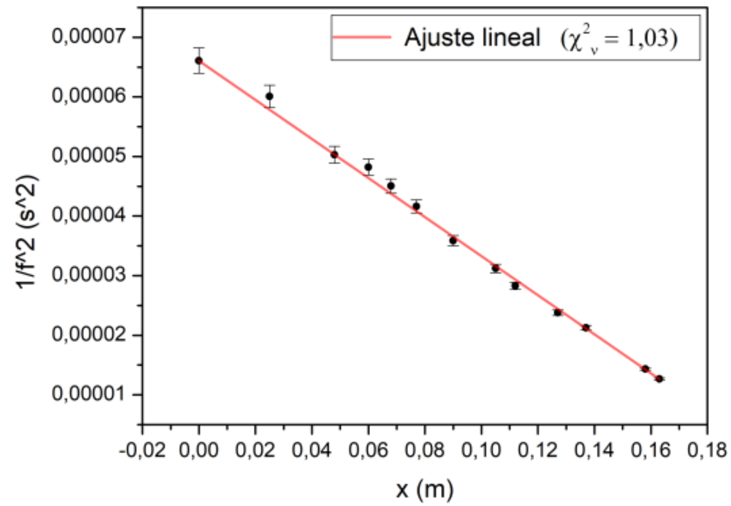
III. Ondas de sonido en una botella

<u>Modelo</u>:

-La relación entre frecuencia y volumen está mejor descripta por un **resonador de Helmholtz.** Para justificarlo, se puede usar un estadístico de bondad de ajuste (como el χ^2 reducido, que es muy cercano a uno cuando la dependencia es la que predice Helmholtz).

-La mayor discrepancia se va a ver para valores chicos de x; es aconsejable tomar más puntos en esa región





Una vez que se validó el modelo, es interesante hacer una predicción del valor esperado de la pendiente en función de la geometría de la botella, y comparar con el valor obtenido. Si se mide cuidadosamente, se obtienen valores semejantes.