

Circuitos RCL

1. Objetivo

El objetivo de esta práctica de laboratorio es estudiar la curva de resonancia para un circuito RLC serie y paralelo. Para ello se propone graficar la curva de potencia en función de la frecuencia y hallar el **factor de mérito (Q)**, el **ancho de banda ($\Delta\omega$)**, la **frecuencia de resonancia (ω_0)** para el circuito RLC serie y **frecuencia de antirresonancia (ω_0')** para el RLC paralelo, de forma gráfica y teórica, comparando ambos resultados. Además, se desea estudiar la transferencia en función de la frecuencia para un filtro *pasabanda* o para un *eliminabanda*.

2. Introducción

a. Circuito RLC serie

Se tiene un circuito compuesto por un capacitor C , una inductancia L y una resistencia R conectados en serie a un generador de funciones ε_0 como se muestra en la Figura 1.

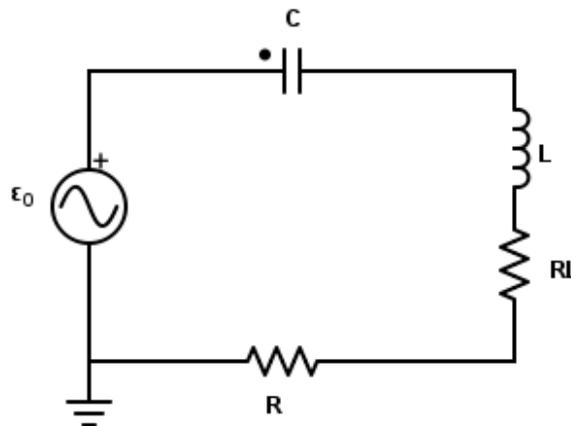


Figura 1. Esquema de un circuito RLC en serie.

Aplicando las leyes de Kirchhoff al circuito de la figura:

$$V = V_R + V_C + V_L = iR + q/C + L di/dt \quad (1)$$

$$\frac{dV}{dt} = R \frac{di}{dt} + L \frac{d^2i}{dt^2} + \frac{i}{C} \quad (2)$$

Si el voltaje suministrado por el generador es sinusoidal $V(t) = V_{\max} \sin(\omega t)$, la corriente del circuito estará dada por $I(t) = I_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$. Recordar que $\omega = 2\pi f$, donde f es la frecuencia suministrada por el generador de funciones. La impedancia total del circuito se puede calcular como

$$Z = Z_R + Z_L + Z_C = R + j\omega L + j/\omega C \quad (3)$$

Entonces se tiene

$$V = IZ = I[R + j(\omega L - 1/\omega C)] \quad (4)$$

La tangente del ángulo de desfase será el cociente entre la parte imaginaria de la impedancia y la parte real

$$tg(\varphi) = \frac{Im(Z)}{Re(Z)} = \frac{(\omega L - 1/\omega C)}{R} \quad (5)$$

Y el módulo de la impedancia será

$$|Z|^2 = R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2 \quad (6)$$

El ángulo de desfase entre I y V puede ser mayor que cero, en cuyo caso el circuito es capacitivo, menor que cero en cuyo caso es inductivo o cero en cuyo caso el circuito es solamente resistivo, la tensión y la corriente están en fase y la parte imaginaria de la impedancia es cero

$$Im(Z) = 0 \rightarrow \omega L - 1/\omega C = 0 \quad (7)$$

Condición que se cumple para la llamada **frecuencia de resonancia**

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (8)$$

Para este caso la corriente del circuito se hace máxima. Se define el **ancho de banda $\Delta\omega$** como el intervalo de frecuencias para las cuales la potencia disipada cae a la mitad que la máxima

$$\Delta\omega = R/L \quad (9)$$

Se define el factor de calidad o **factor de mérito Q** como

$$Q = \omega_0 L/R = \omega_0/\Delta\omega \quad (10)$$

b. Circuito RLC paralelo

En el caso de un circuito RLC paralelo (ver figura 2), la impedancia del circuito viene dada por la impedancia del paralelo entre L y C (definida como Z') en serie con la impedancia de la resistencia R. A su vez hay que recordar que la inductancia (bobina) tiene una resistencia propia R_L . De esta manera se obtiene la impedancia total del circuito

$$Z = R + Z' \quad (11)$$

$$\frac{1}{Z'} = \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_L + R_L} \quad (12)$$

$$Z' = \frac{(R_L + j\omega L)(-j/\omega C)}{R_L + j(\omega L - 1/\omega C)} \quad (13)$$

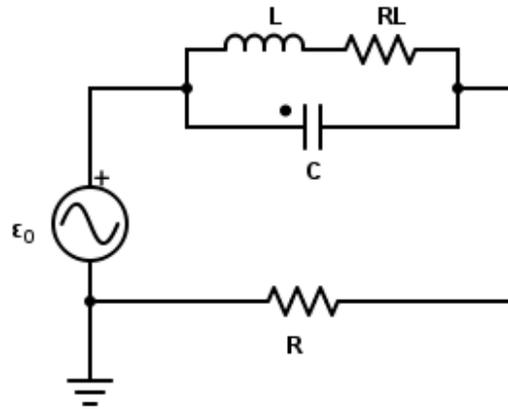


Figura 2. Esquema de un circuito RLC en serie.

Para $\varphi = 0$, resonancia, habrá un mínimo en la potencia transferida, definida como frecuencia de antirresonancia:

$$\omega_0' = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - R_L^2 \frac{C}{L}} \quad (13)$$

Si la resistencia interna de la bobina es cero, notar que la frecuencia de antirresonancia queda definida igual que la frecuencia de resonancia:

$$\omega_0' = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (13)$$

3. Actividades – Dispositivo y mediciones

a. Circuito RLC serie

- Armar el circuito según el esquema de la **Figura 1** (Sugerencia: usar valores cercanos a 1000 Ω , 1 H y 1 μF) y realizar mediciones de la corriente en función de la frecuencia del generador de funciones f . Previamente estimar la frecuencia de resonancia utilizando la ecuación (8) para saber en qué rango buscarla (Recordar: $\omega = 2\pi f$).
- Para realizar las mediciones tener en cuenta dónde se debe conectar el osciloscopio para no tener problemas con las tierras del circuito (Ayuda: para medir f se puede necesitar una “T” en el generador y para I pensar en qué elemento del circuito se debe medir y por qué).
- Graficar la potencia disipada del circuito $P = |I|^2 R / 2$ en función de ω . Observación: tener en cuenta la resistencia interna de la bobina R_L para realizar la curva. Para ello medir R_L con un voltímetro previamente.
- Marcar en el gráfico la frecuencia de resonancia ω_0 y el ancho de banda $\Delta\omega$.
- Usando los valores obtenidos y la ecuación (9) hallar el factor de mérito Q . Comparar con los valores del modelo teórico.
- Repetir la medición y el análisis para otro valor de resistencia R . ¿Cómo se puede mejorar el factor de mérito?

b. Circuito RLC paralelo

- Armar el circuito según el esquema de la **Figura 2** y realizar mediciones de la corriente en función de la frecuencia del generador de funciones f . Previamente estimar la frecuencia de antirresonancia utilizando la ecuación (13) para saber en qué rango buscarla.
- Graficar la potencia disipada del circuito $P = |I|^2 R/2$ en función de ω . Tener en cuenta todas las observaciones hechas en el ítem *a*.
- Marcar en el gráfico la frecuencia de antirresonancia ω_0 y el ancho de banda $\Delta\omega$.
- Usando los valores obtenidos y la ecuación (9) hallar el factor de mérito Q . Comparar con los valores del modelo teórico y del caso en serie.

c. Filtro pasabanda y eliminabanda

- Para realizar esta parte de la práctica se debe elegir uno de los dos circuitos anteriores (RLC serie o RLC paralelo, no hace falta volver a medir). Observación: considerar el valor de $R_L = 0$ para los filtros.
- Se desea estudiar la transferencia del circuito en función del cociente ω/ω_0 . Recordar que se define la transferencia como $|T| = |V_S/V|$ donde V_S se mide como la caída de tensión en la resistencia.
- Comprobar (según el caso elegido) que el circuito RLC serie se comporta como un filtro pasabanda, mientras que el circuito RLC paralelo como un eliminabanda.

4. Referencias

- M. Alonso and E.J. Finn. Física: Campos y ondas, volumen 2 of Física. Editorial Pearson Educación, 1998.
- F.S. Crawford. Ondas, volume 3 of Berkeley Physics Course. Editorial Reverté, 1994.
- E.M. Purcell. Electricidad y magnetismo, volume 2 of Berkeley Physics Course. Editorial Reverté, 1988.
- J.R. Reitz, F.J. Milford, and R.W. Christy. Fundamentos de la teoría electromagnética. Pearson Educación. Editorial Pearson Educación, 1996.
- F.R. Trelles. Temas de electricidad y magnetismo. Ediciones previas. Editorial EUDEBA, 1984.
- Guía de laboratorio Circuito RCL, Física 2 para Químicos 2018.
- <https://www.partsim.com/simulator>