Onda = perturbación que se propaga

Personas → partículas

↓

casi no se mueven sin embargo podemos propagar "algo"

necesitan un medio para propagarse

↑

Tipos de onda → mecánica (ondas en una soga, sonido, etc)

↳ aire

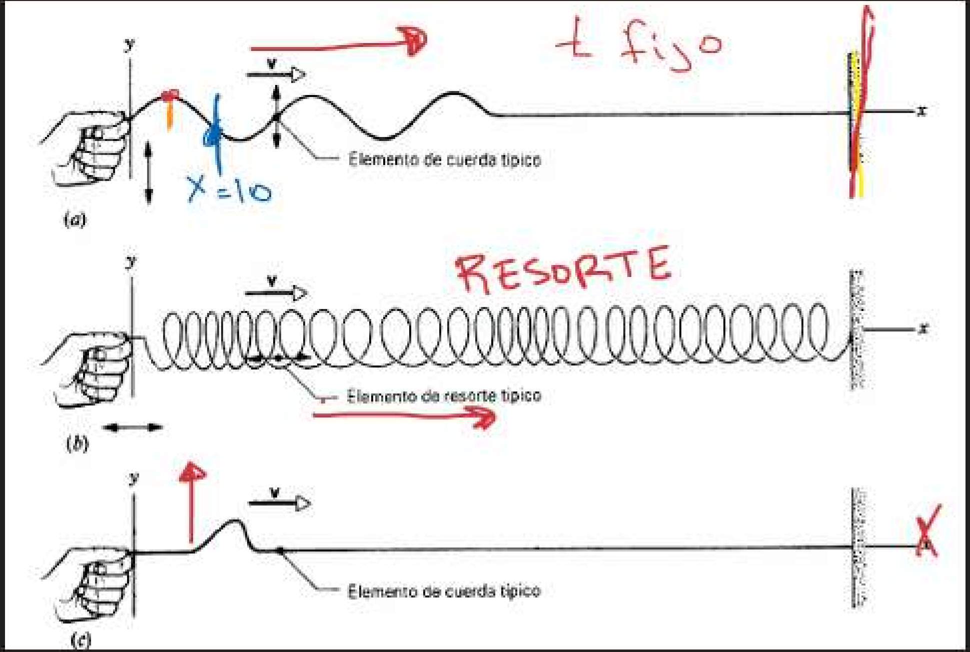
→ electromagnética (luz)

↳ no es necesario un medio para propagarse

perturbación es perpendicular a la propagación

Ondas longitudinales y transversales

perturbación es paralela a la propagación

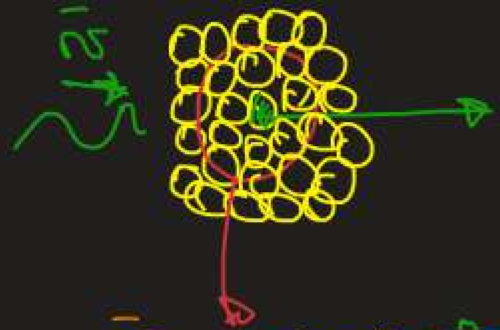


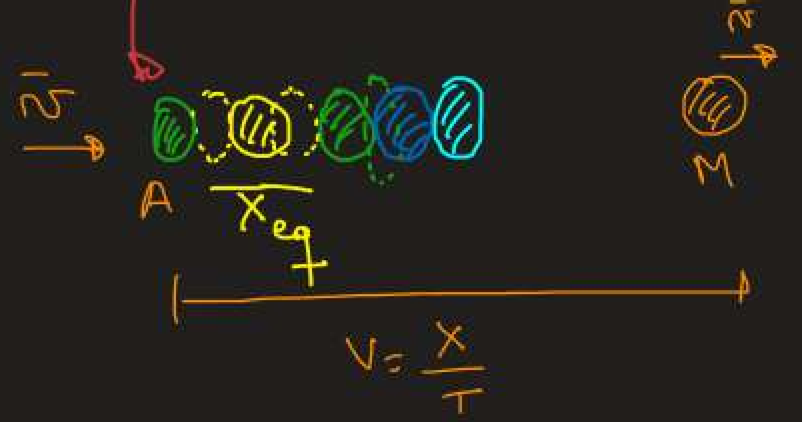
(a) movimiento es perpendicular a la propagación (onda transversal)

(b) movimiento es paralelo a la propagación (onda longitudinal)

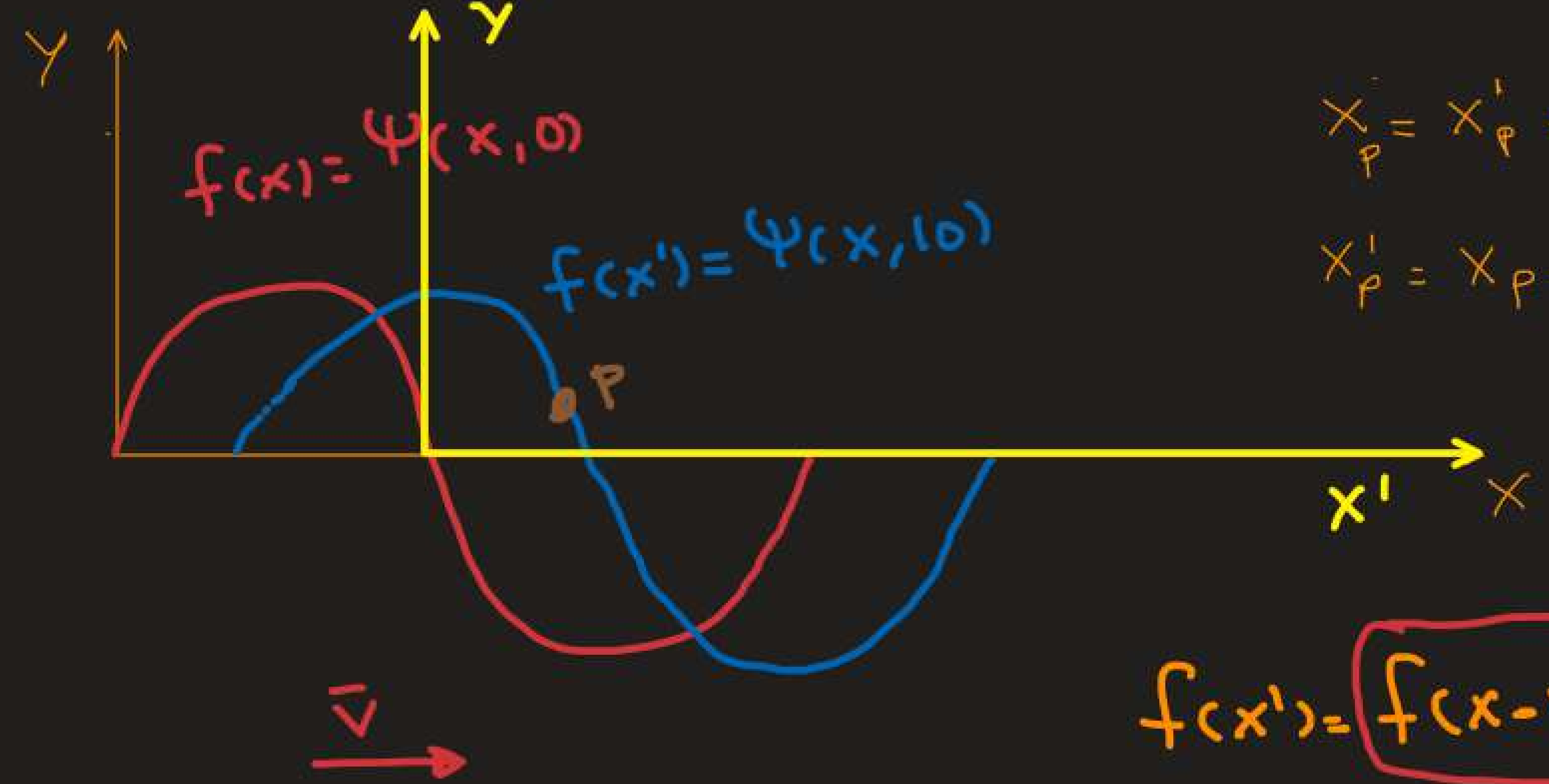
(c) = (a) (onda transversal)

Mecánica → medio → Sonido (aire)



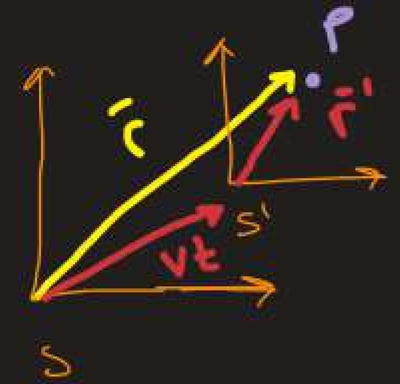


Perturbación → onda de presión (o de densidad)



$$x_p = x'_p + vt$$

$$x'_p = x_p - vt$$



$$f(x') = \boxed{f(x - vt)}$$

"onda viajera que se desplaza hacia la derecha

$x - vt$, $\text{sen}(x - vt) \leftarrow$ ondas viajeras

$x^2 - (vt)^2 \rightarrow$ no es una onda viajera. (Ej 1)

$f(x - vt) \longrightarrow$ derecha

$f(x + vt) \rightarrow$ izquierda

¡! si $k \neq 1$

$k(x - kvt) + \text{algo} \rightarrow$ onda viajera.

$f(k(x - vt)) \sim f(x - vt)$

$\omega \rightarrow$ frecuencia angular

"constante de fase"

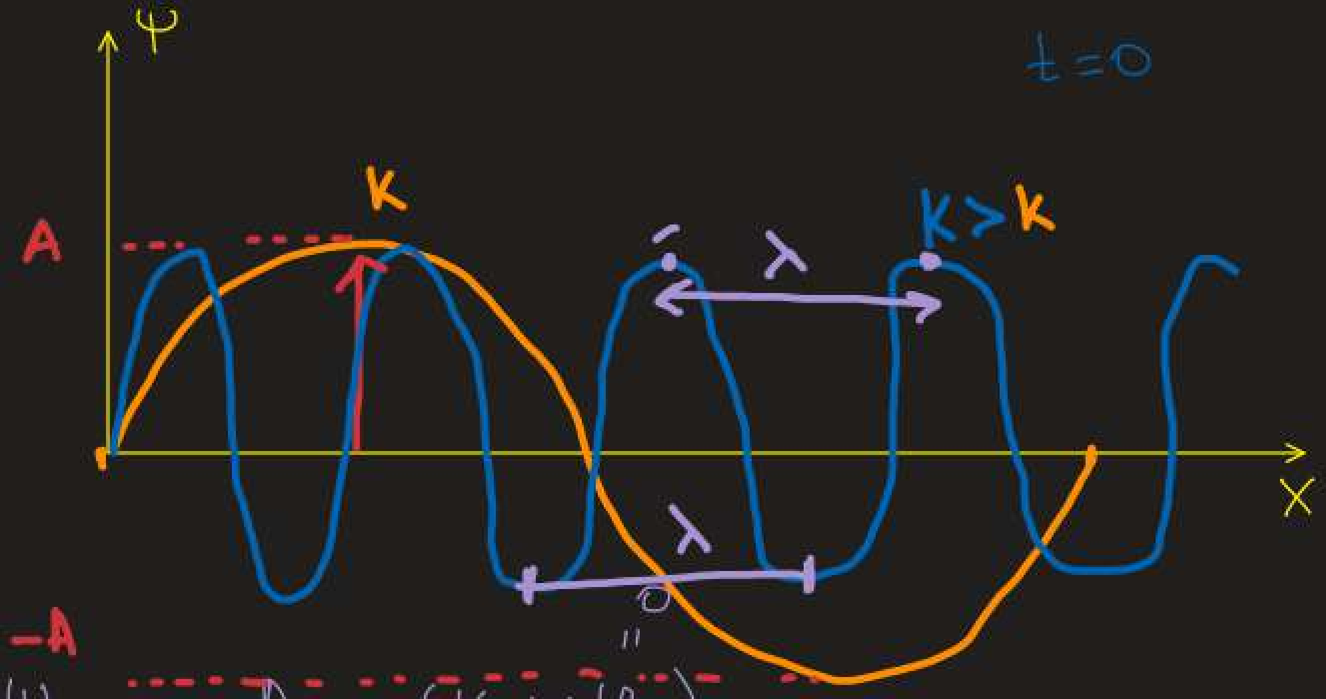
$$k(x - vt) + \text{algo} = kx - kvt + \text{algo} = kx - \omega t + \text{algo}$$

número de onda $= \dfrac{2\pi}{\lambda}$, $\lambda \rightarrow$ longitud de onda

$\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, $T \rightarrow$ periodo

φ_0

$f(kx - \omega t + \text{algo})$ = onda viajera hacia la derecha



f = sen

$$\Psi(x,t) = A \,\text{sen}(kx - \omega t + \varphi_0)$$

amplitud

frecuencia angular

número de onda

constante de fase

foto → fijamos el tiempo (t = 10)

Seguir a una partícula → fijar el X

$\psi(x,0) = A \operatorname{sen}(kx + \varphi_0)$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$.

ω = frecuencia angular

"cuantos ciclos se repiten por segundo"

$= \frac{2\pi}{T}$ periodo → cuanto tiempo pasa para repetir el movimiento

$f(kx - \omega t + \varphi_0)$

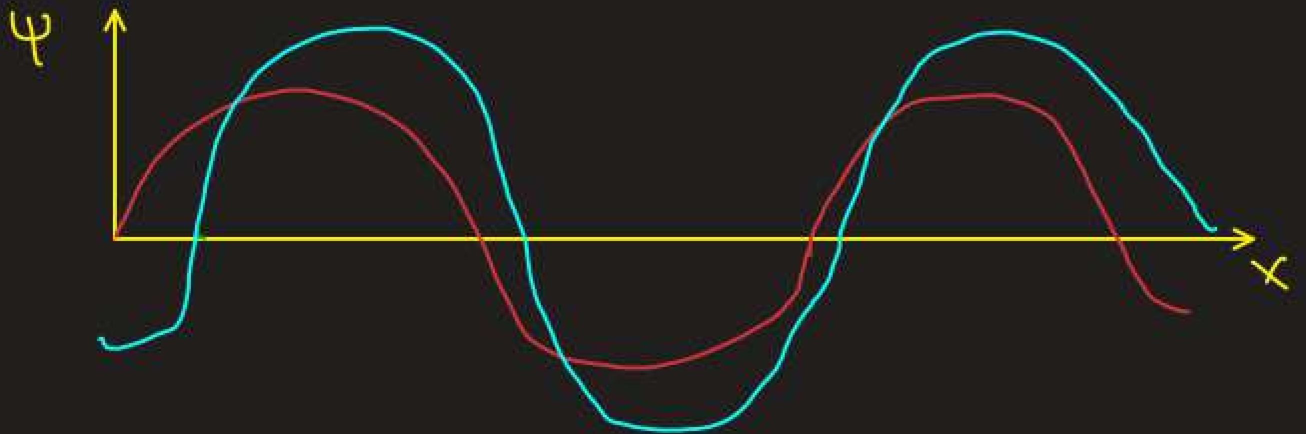
Ejercicio 2

Sean dos ondas que se superponen entre sí, $\psi_1(x,t) = A_1 \sin(\omega t - kx + \epsilon_1)$ y $\psi_2(x,t) = A_2 \sin(\omega t - kx + \epsilon_2)$, en las que ϵ_1 y ϵ_2 son independientes del tiempo.

(a) Determine la perturbación resultante.

(b) Hágalo en particular para los siguientes valores de los parámetros: $\omega = 120\,\mathrm{s}^{-1}$, $A_1 = 6$, $A_2 = 8$, $\epsilon_1 = 0$, $\epsilon_2 = \pi/2$, $\lambda = 2\,\mathrm{cm}$.

(c) Grafique cada función de onda y la resultante en función de la posición x (para $t = 0$) y en función del tiempo t (para $x = 0$).



$\psi_1(x,t) = A_1 \operatorname{sen}(\overline{kx - \omega t} + \epsilon_1)$

$\psi_2(x,t) = A_2 \operatorname{sen}(kx - \omega t + \epsilon_2)$

foto = "congelar el tiempo"

$t = 0$

$\psi_{RES} = \psi_1(x,t) + \psi_2(x,t)$

"principio de superposición"

$$\psi_{RES} = A_1 \,\text{sen}(\overbrace{kx - \omega t}^{\alpha} + \epsilon_1) + A_2 \,\text{sen}(\overbrace{kx - \omega t}^{\alpha} + \epsilon_2) = A_1 \,\text{sen}(\alpha + \epsilon_1) + A_2 \,\text{sen}(\alpha + \epsilon_2)$$

$$\text{Sen}(\alpha \pm \beta) = \text{sen}(\alpha)\cos(\beta) \pm \text{sen}(\beta)\cos(\alpha)$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) \mp \text{sen}(\alpha)\,\text{sen}(\beta)$$

$$\psi_{RES} = A_1\left[\text{Sen}(\alpha)\cos(\epsilon_1) + \text{sen}(\epsilon_1)\cos(\alpha)\right] + A_2\left[\text{sen}(\alpha)\cos(\epsilon_2) + \text{sen}(\epsilon_2)\cos(\alpha)\right]$$

$$= \left[A_1\cos(\epsilon_1) + A_2\cos(\epsilon_2)\right]\text{sen}(\alpha) + \left[A_1\,\text{sen}(\epsilon_1) + A_2\,\text{sen}(\epsilon_2)\right]\cos(\alpha)$$

$$= \underbrace{\left[A_1 \cos(\epsilon_1) + A_2 \cos(\epsilon_2)\right]}_{A \cos(\tilde{\epsilon})} \operatorname{sen}(Kx - \omega t) + \underbrace{\left[A_1 \operatorname{sen}(\epsilon_1) + A_2 \operatorname{sen}(\epsilon_2)\right]}_{A \operatorname{sen}(\tilde{\epsilon})} \underbrace{\cos(Kx - \omega t)}_{\operatorname{sen}(\underbrace{Kx - \omega t}_{\alpha} + \underbrace{\pi/2}_{\beta})}$$

$$A \operatorname{sen}(Kx - \omega t + \tilde{\epsilon}) = \psi_{RES}$$

$$\boxed{\psi_{RES}(x,t) = \underbrace{\left[A_1 \cos(\epsilon_1) + A_2 \cos(\epsilon_2)\right]}_{A_1'} \operatorname{sen}(Kx - \omega t) + \underbrace{\left[A_1 \operatorname{sen}(\epsilon_1) + A_2 \operatorname{sen}(\epsilon_2)\right]}_{A_2'} \operatorname{sen}(Kx - \omega t + \pi/2)}$$

$$\operatorname{sen}(\alpha) \cos(\pi/2) + \quad = 0$$

$$\cos(\alpha) \underbrace{\operatorname{sen}(\pi/2)}_{=1}$$

$$\psi_{RES} = A_1' \operatorname{sen}(Kx - \omega t) + A_2' \operatorname{sen}(Kx - \omega t + \pi/2)$$

- $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon \longrightarrow \Psi_{RES}(x,t) = \cos(\epsilon)\left[A_1 + A_2\right] \operatorname{sen}(kx - \omega t) + \operatorname{sen}(\epsilon)\left[A_1 + A_2\right] \cos(kx - \omega t)$

$$= \left[A_1 + A_2\right] \left[\underbrace{\cos(\epsilon) \operatorname{sen}(kx - \omega t) + \operatorname{sen}(\epsilon) \cos(kx - \omega t)}_{\operatorname{Sen}(kx - \omega t + \epsilon)} \right]$$

$$\boxed{\Psi_{RES}(x,t) = (A_1 + A_2) \operatorname{sen}(kx - \omega t + \epsilon)}$$

Ejercicio 3

Se superponen dos ondas longitudinales armónicas de la misma frecuencia, igual dirección de propagación y ambas de amplitud A. Si la amplitud de la onda resultante es A, ¿cuál es la diferencia de fase entre ambas ondas?

funcions armónica → seno, coseno.

$$\Psi_1(x,t) = A \,\text{sen}(kx - \omega t + \epsilon_1)$$

$$\Psi_2(x,t) = A \,\text{sen}(kx - \omega t + \epsilon_2)$$

$$\Psi_{RES} = \Psi_1 + \Psi_2 = A\left[\text{sen}(\underbrace{kx-\omega t}_{\alpha} + \underbrace{\epsilon_1}_{\beta_1}) + \text{sen}(\underbrace{kx-\omega t}_{\alpha} + \underbrace{\epsilon_2}_{\beta_2})\right] = A\left[\text{sen}(C_1) + \text{sen}(C_2)\right]$$

$\alpha + \beta_1 = C_1$ $\qquad$ $\alpha + \beta_2 = C_2$

$$\text{Sen}(\tilde{\alpha}) + \text{sen}(\tilde{\beta}) = 2\cos\left(\frac{\tilde{\alpha}-\tilde{\beta}}{2}\right)\text{sen}\left(\frac{\tilde{\alpha}+\tilde{\beta}}{2}\right)$$

$\tilde{\alpha} \downarrow C_1$ $\qquad$ $\tilde{\beta} \downarrow C_2$

$C_1 - C_2 = (kx - \omega t + \epsilon_1) - (kx - \ldots$

$c_1 \qquad c_2$

$$c_1 - c_2 = (kx - \omega t + \epsilon_1) - (kx - \omega t + \epsilon_2)$$
$$= \epsilon_1 - \epsilon_2$$

$$\Psi_{RES}(x,t) = 2A\cos\left[\frac{c_1 - c_2}{2}\right] \operatorname{sen}\left[\frac{c_1 + c_2}{2}\right]$$

$$\frac{c_1 + c_2}{2} = \frac{2(kx - \omega t) + \epsilon_1 + \epsilon_2}{2}$$

$$= 2A\cos\left(\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{2}\right) \operatorname{sen}\left(kx - \omega t + \underbrace{\frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2}}_{\tilde{\epsilon}}\right) = \underbrace{2A\cos\left(\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{2}\right)}_{\text{Amplitud } \tilde{A}} \operatorname{sen}(kx - \omega t + \underbrace{\tilde{\epsilon}}_{\text{fase}})$$

$$\Psi_{RES}(x,t) = \underset{\underset{A}{\shortparallel}}{\tilde{A}} \operatorname{sen}(kx - \omega t + \tilde{\epsilon})$$

$$\cos(\alpha) = 1/2 \rightarrow \alpha = \pi/3 = 60^\circ$$

$$\Psi_{RES}(x,t) = \underset{\overset{\shortparallel}{A}}{\tilde{A}} \text{ sen}(kx - \omega t + \tilde{\epsilon})$$

$$\cos(\alpha) = 1/2 \rightarrow \alpha = \pi/3 = 60^\circ$$

$$\cancel{A} = 2\cancel{A}\cos\left(\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{2}\right) \longrightarrow \cos\left(\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{2}\right) = \frac{1}{2} \longrightarrow \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{2} = \frac{\pi}{3} \rightarrow \epsilon_1 - \epsilon_2 = \frac{2\pi}{3}$$

$$= 120^\circ$$

Ejercicio 4

Sea una onda transversal descripta por:

$$\psi(x,t) = 4\,\text{cm} \cdot \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{0.05\,\text{s}} - \frac{x}{0.25\,\text{cm}}\right)\right]$$

(a) Determine su velocidad de propagación, frecuencia, longitud de onda, número de onda y fase inicial.

(b) Considere una partícula del medio en que se transmite la onda ubicada en $x = 0\,\text{cm}$ y otra en $x = 10\,\text{cm}$. En el instante $t = 0$, ¿cuál es la diferencia entre las velocidades de oscilación transversal de ambas partículas? ¿Cuál es la diferencia entre las fases de los movimientos oscilatorios de dichas partículas?

$\psi(x,t) = A \cos(kx - \omega t + \varphi_0)$

frecuencia angular

Amplitud

número de onda

constante de fase.

$\psi_{\text{EJERCICIO}} = 4\,\text{cm} \cos\left[\underbrace{\frac{2\pi}{0{,}05}}_{=\omega} t - \underbrace{\frac{2\pi}{0{,}25\,\text{cm}}}_{k} x + 0\right]$

$A = 4\,\text{cm}$

$\omega = \frac{2\pi}{0{,}05\,\text{s}} = \frac{2\pi}{T}$ → período → $T = 0{,}05\,\text{s}$

$k = \frac{2\pi}{0{,}25\,\text{cm}} = \frac{2\pi}{\lambda}$ → $\lambda = 0{,}25\,\text{cm}$

longitud de onda

$\varphi_0 = 0$

$$f(x-vt) \Rightarrow f(k(x-vt)) = f(kx-\underbrace{kv}_{\omega}t) = f(kx-\omega t)$$

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\frac{2\pi}{0{,}05\,s}}{\frac{2\pi}{0{,}25\,cm}} = \frac{0{,}25\,cm}{0{,}05\,s} = 5\,\frac{cm}{s} = v$$

$$\omega = kv \rightarrow v = \frac{\omega}{k} = \frac{\left(\frac{2\pi}{T}\right)}{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)} = \frac{\lambda}{T}$$

frecuencia $= \nu = \frac{1}{T} = [Hz]$ → número de ciclo por unidad de tiempo

$$\nu = \frac{1}{0{,}05\,s} = 20\,s^{-1}$$

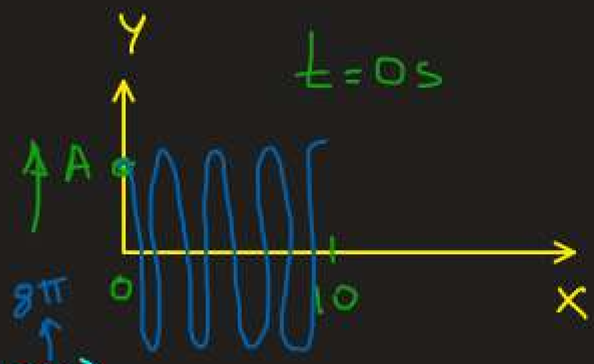
b) $A\cos(kx-\omega t) = Y$

$x = 0\,cm$
$x = 10\,cm$
$t = 0$

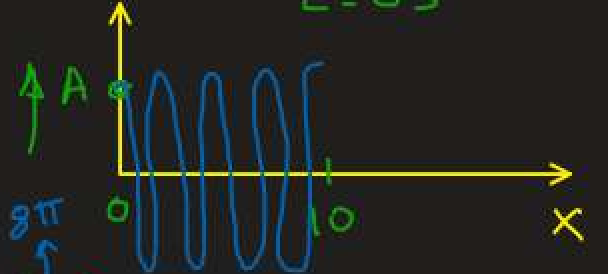
$x \quad t$

$Y(0,0) = A$

$Y(10,0) = A\cos(10k)$



$\nu = \frac{1}{0{,}05\, s} = 20\, s^{-1}$



b) $A\cos(kx - \omega t) = Y$

$\left.\begin{array}{l} x = 0 \text{ cm} \\ x = 10 \text{ cm} \\ t = 0 \end{array}\right\}$ $\quad Y(0,0) = A$ $\quad Y(10,0) = A\underbrace{\cos(10k)}_{\cos(80\pi)=1}$

$\dot{Y}(x,0) \rightarrow \frac{dY}{dt} = \dot{Y} = A(-\operatorname{sen}(kx - \omega t))(-\omega) = A\omega \operatorname{sen}(kx - \omega t) = \dot{Y}$

$\dot{Y}(0,0) = 0 \quad , \quad \dot{Y}(10,0) = A\omega \operatorname{sen}(10k)$

$\Delta V = |Y_0 - Y_{10}| = A\omega \operatorname{sen}(10k)$ para $t=0$ entre $x=0$ y $x=10$ cm

$$\Psi_{(x,t)} = A\cos(kx - \omega t) \longrightarrow t = 0 \qquad \Psi_{(x,0)} = A\cos(kx)$$

$$\Psi_{(x,0)} = A\cos(k(x+10)) = A\cos(kx + \underbrace{10k}_{})$$

diferencia de fase entre
$x=0$ y $x=10$
$10k$

$$\varphi = kx = \frac{2\pi}{0{,}25\,cm} \cdot x = 4 \cdot 2\pi\, x = 8\pi \underset{\substack{\downarrow \\ 10}}{x} = 80\pi$$

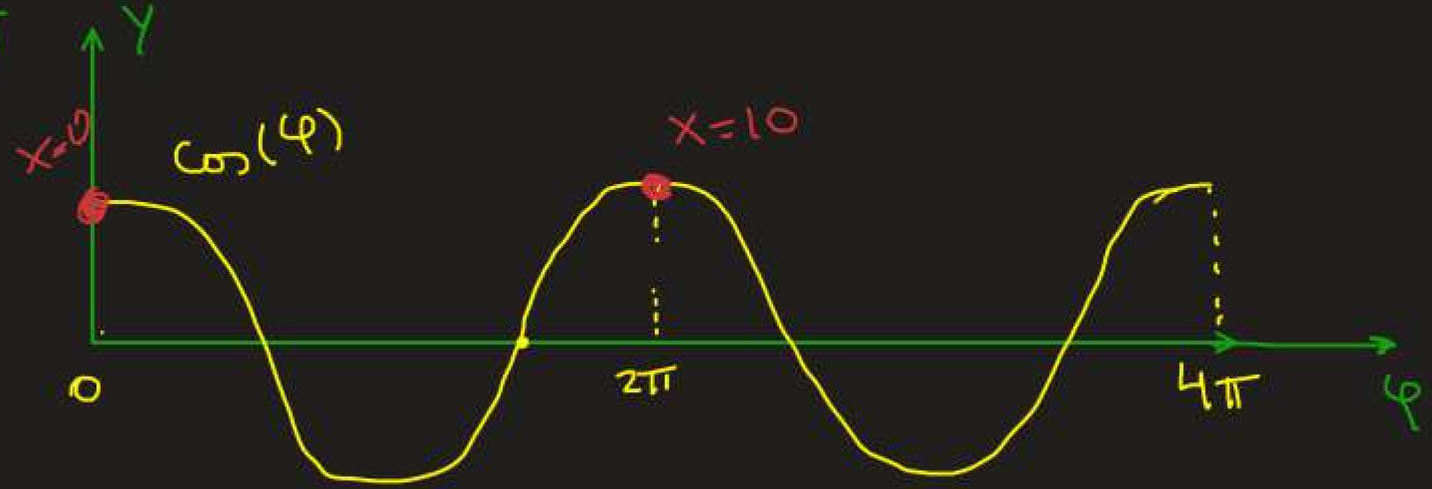
diferencia de fase entre
$x=0$ y $x=10$

$$\varphi = kx = \frac{2\pi}{0{,}25\,cm} \cdot x = 4 \cdot 2\pi\, x = 8\pi x = 80\pi$$

10

$10k$

$$\varphi' = \varphi + m2\pi$$

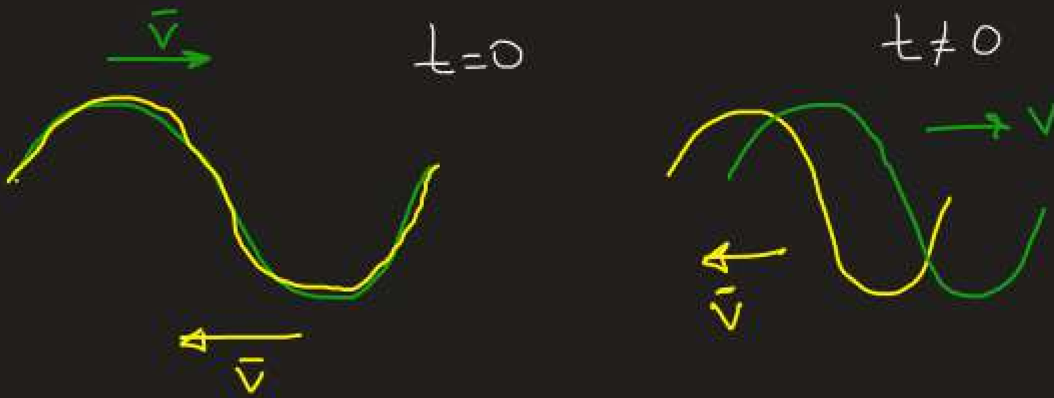


Ejercicio 6

Encuentre la resultante de las siguientes dos ondas: $\psi_1(x,t) = A\cos(kx+\omega t)$ y $\psi_2(x,t) = A\cos(kx-\omega t)$. Describa y grafique la onda resultante. ¿Se obtiene una onda viajera?

$$\Psi_1(x,t) = A\cos(kx+\omega t)$$

$$\Psi_2(x,t) = A\cos(kx-\omega t)$$



$$\Psi_{RES} = A\left[\cos(kx+\omega t) + \cos(kx-\omega t)\right]$$

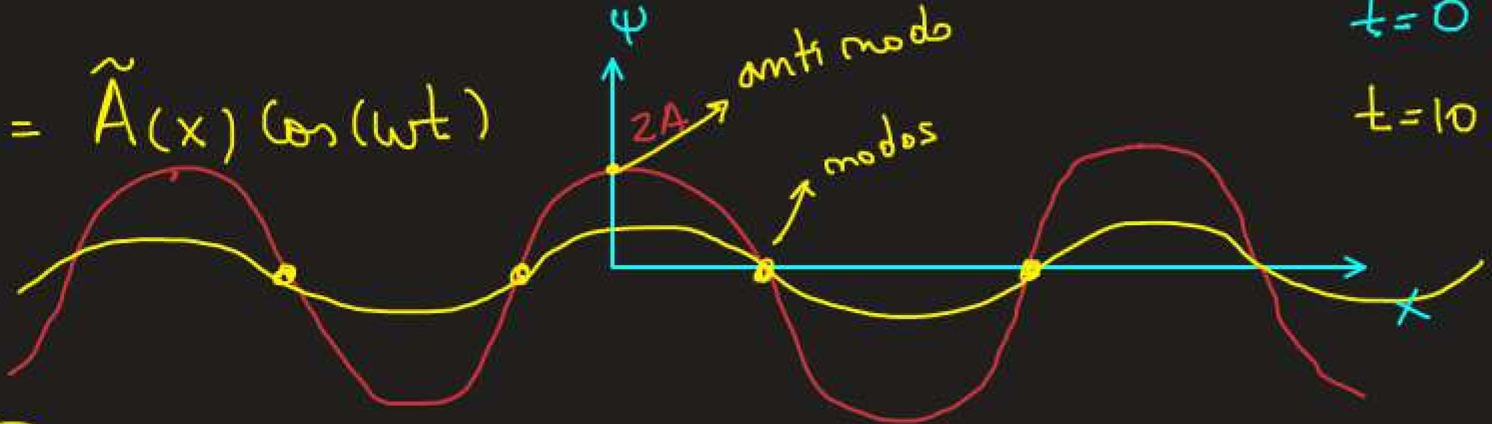
$$= A\left[\cos(kx)\cos(\omega t) - \operatorname{sen}(kx)\operatorname{sen}(\omega t) + \cos(kx)\cos(\omega t) + \operatorname{sen}(kx)\operatorname{sen}(\omega t)\right]$$

$$= A\left[\underbrace{\cos(kx)\cos(\omega t)} - \underbrace{\text{sen}(kx)\,\text{sen}(\omega t)} + \underbrace{\cos(kx)\cos(\omega t)} + \underbrace{\text{sen}(kx)\,\text{sen}(\omega t)}\right]$$

$$= \underbrace{2A\cos(kx)}_{\tilde{A}(x)}\cos(\omega t) = \tilde{A}(x)\cos(\omega t)$$

$t=0$

$t=10$



$$\frac{dy}{dt} = -\tilde{A}(x)\,\omega\,\text{sen}(\omega t) \stackrel{?}{=} 0 \quad \forall t \longrightarrow \tilde{A}(x)=0 = \underbrace{2A}_{\neq 0}\underbrace{\cos(kx)}_{=0}$$

$$kx = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$$

$$= \frac{\pi}{2}(2m+1)$$

$$x = \frac{\pi}{2k}, \frac{3\pi}{2k}, \frac{5\pi}{2k}, \ldots \frac{\pi}{2k}(2m+1)$$

$\neq 0 \quad = 0$

$= \frac{\pi}{2}(2m+1)$

$$X = \frac{\pi}{2k}, \frac{3\pi}{2k}, \frac{5\pi}{2k}, \ldots \frac{\pi}{2k}(2m+1)$$

↳ modos → puntos de la soga que tienen velocidad cero para todo tiempo → son puntos estacionarios

RESUMEN: Dos ondas viajeras opuestas iguales dan como resultado una onda estacionaria

$$\psi(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$$

$$\psi'(x,t) = A\omega\,\mathrm{sen}(kx - \omega t) = 0 \quad \forall t$$

no puedo encontrar valores de X para los cuales $\psi'(x_p) = 0 \ \forall t$