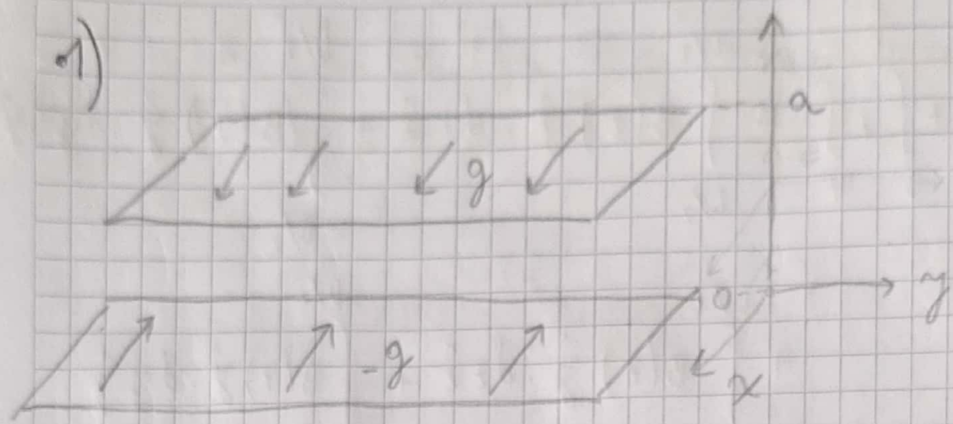
HOJA N° 1

FECHA

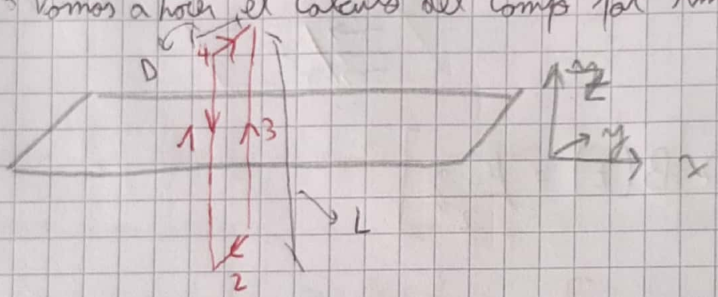
Primer Parcial F_2 (Q)

1)



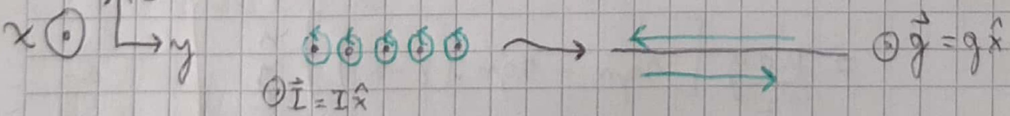
a) Campo magnético de una sola chapa en todo el espacio (lo calculo para una chapa en $z=0$ y densidad de corriente $\vec{g} = g\hat{x}$)

· Vamos a hacer el cálculo del campo por Ampère. Para ello, usaremos una espira de lados "L" y "Δ".



· ∃ simetría de traslación en el plano x-y, por lo q' solo podría haber una dependencia del campo con z.

· Si pensamos a la chapa como un conjunto de cables de corriente I uno al lado del otro, se puede ver que la dirección del campo será en $\hat{y}$ y $(-\hat{y})$ abajo y arriba de la chapa, respectivamente.



$$\Rightarrow \vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}(z) = \begin{cases} -B(z)\,\hat{y} & (z>0) \\ B(z)\,\hat{y} & (z<0) \end{cases}$$

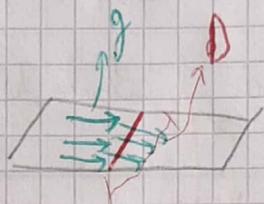
NOTA

· Ampère: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I_{conc}$

·) $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_1 + \int_2 + \int_3 + \int_4 = \cancel{\int_{L/2}^{-L/2} B(z)\,\hat{y} \cdot dz\,\hat{z}}^{\hat{y}\cdot\hat{z}=0} + \int_{-D/2}^{D/2} B(z)\,\hat{y} \cdot dy\,\hat{y} +$

$$+ \cancel{\int_{-L/2}^{L/2} B(z)\,\hat{y} \cdot dz\,\hat{z}}^{\hat{y}\cdot\hat{z}=0} + \int_{D/2}^{-D/2} B(z)\,\hat{y} \cdot dy\,\hat{y}$$

$$= 2D\,B(z)$$



$I_{conc} = g \cdot d$

·) $\mu_0 I_{conc} = \mu_0 \cdot g \cdot D$

$\Rightarrow 2\cancel{D}B(z) = \mu_0 g \cdot \cancel{D} \Rightarrow \boxed{B(z) = \frac{\mu_0 g}{2}}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{B}(z) = -\frac{\mu_0 g}{2}\, sgn(z)\,\hat{y}}$$

b) Por superposición, calculamos el campo para toda la configuración

$$\vec{B} = \vec{B}_{UP} + \vec{B}_{Down} = \left[-\frac{\mu_0 g}{2}\, sgn(z-a) - \frac{\mu_0}{2}(-g)\, sgn(z)\right]\hat{y}$$

$\vec{B}_{UP}$: En $z=a$ y $\vec{g} = g\hat{y}$

$\vec{B}_{Down}$: En $z=0$ y $\vec{g} = -g\hat{y}$

$$= \frac{\mu_0 g}{2}\left[sgn - sgn(z-a)\right]\hat{y}$$

· Dentro de los placas: $\begin{cases} sgn(z) = 1 \\ sgn(z-a) = -1 \end{cases} \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 g}{2}\left(1-(-1)\right)\hat{Y}$

$$\boxed{\vec{B} = \mu_0 g\,\hat{Y}}$$

NOTA

c) Se coloca una carga $q>0$ en un campo externo a la carga dado por la expresión del punto anterior. La fuerza está dada por la fuerza magnética de Lorentz:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B}) = q \mu_0 g (\vec{v} \wedge \hat{y})$$

i) $\vec{v} = v_0 \hat{y} \Rightarrow \left[\vec{F} = q \mu_0 g v_0 \underbrace{(\hat{y} \wedge \hat{y})}_{=0} = 0 \right] \Rightarrow$ PARTICULA LIBRE (MRU)

ii) $\vec{v} = v_0 \hat{z} \Rightarrow \left[\vec{F} = q \mu_0 g v_0 \underbrace{(\hat{z} \wedge \hat{y})}_{-\hat{x}} = -q \mu_0 g v_0 \hat{x} \right]$

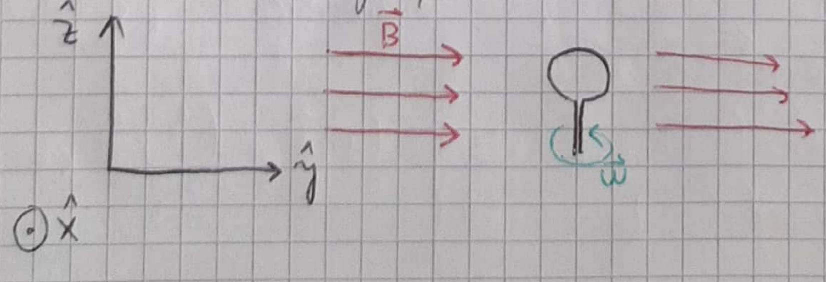
Como la fuerza magnética no hace trabajo, no cambia el módulo de $\vec{v}$, pero sí su dirección. La partícula siempre siente una fuerza $\perp$ a la dir de movimiento $\Rightarrow$ MOV. CIRCULAR UNIF (MCU)

d) Si $q<0$, va a cambiar el signo de la fuerza que calculamos

i) $\vec{F} = 0$

ii) $\vec{F} = \overbrace{-q}^{>0} \mu_0 g v_0 \hat{x} > 0 \rightarrow$ (MCU para el otro lado)

e) Se coloca una espira entre las placas (recordemos q' allí el campo es constante y apunta en $(+\hat{y})$.



• La fem se vincula con el flujo de campo ϕ de la forma

$$\left[\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} \right]$$

Podemos parametrizar ~~la espira~~ el flujo a través de la espira como:

$$\phi = \vec{B}.\vec{A} = \vec{B}.A\left(\cos(wt), \text{sen}(wt), 0\right)$$

$$\begin{cases} \cdot\ \phi(0) = A.B \\ \cdot\ \phi(t = \pi/w) = 0 \end{cases}$$

Area de la espira orientada

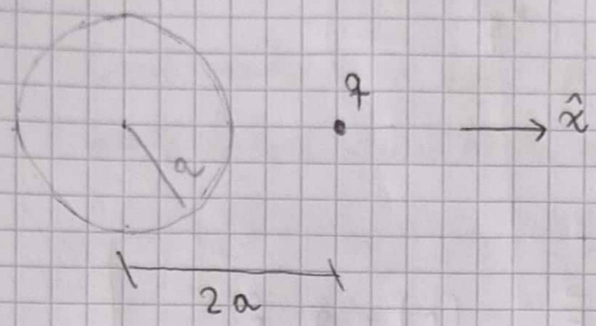
$$\left[\phi = B.A.\text{sen}(wt)\right]$$

$\vec{B} = B\hat{y}$

$$\left[\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -B.A.w\left[\cos(wt)\right] = -\mu_0\, g\, A^{w}\cos(wt)\right]$$

NOTA

2)

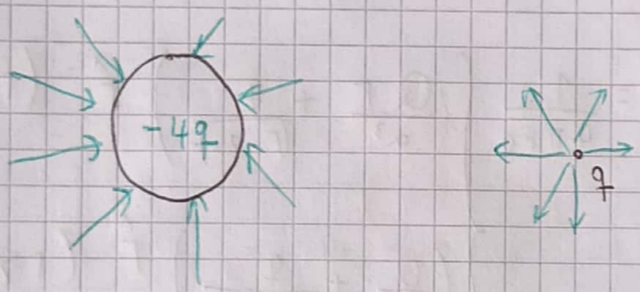


$Q = -16 \times 10^{-3}\ C = -4q$

$q = 4 \times 10^{-3}\ C$

$a = 0{,}1\ m$

a) En ambos casos, el campo es radial. Dado que $Q<0$, las líneas de campo mueren en la esfera. Por otro lado, para la carga $q>0$ por lo que las líneas de campo nacen en la carga.



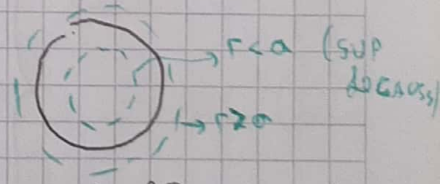
La densidad (de la esfera) la calculo como: $\left[\underset{Q\ \text{uniforme}}{\rho} = \frac{Q}{\text{Vol. esf.}} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3} \right]$

Por Gauss, puedo encontrar el campo de la esfera: $\exists$ simetría angular $\Rightarrow \vec{E} = E(r)\hat{r}$

•) $\iint \vec{E} \cdot \underbrace{d\vec{S}}_{ds\hat{r}} = E(r) \cdot 4\pi r^2$

•) $\frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} \rightarrow \frac{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0} = \frac{Q\,(r/a)^3}{\varepsilon_0}\ (r<a)$

$\rightarrow \frac{\rho \cdot 4/3\,\pi R^3}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0}\ (r>a)$



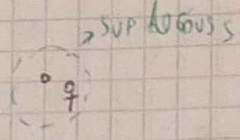
$\overset{\text{Gauss}}{\Longrightarrow} E(r) = \begin{cases} \frac{Q\,r}{4\pi\varepsilon_0 a^3} & (r<a) \\ \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & (r>a) \end{cases}$

$\overset{\text{Gauss}}{\Longrightarrow} \vec{E}_{esfera}(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \begin{cases} r/a^3\ \hat{r}\ (r<a) \\ 1/r^2\ \hat{r}\ (r>a) \end{cases}$

- El campo de una carga puntual también lo podemos sacar x Gauss:

$$\cdot)\ \iint \vec{E}(\vec{r})\, d\vec{S} = \vec{E} \cdot 4\pi r^2$$

centrado en el origen



$$\cdot)\ \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

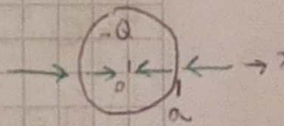
$$\left[\vec{E}_{CARGA}(r) = \frac{q\,\hat{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right] \xrightarrow[\text{en } x=2a]{\text{si la centramos}} \left[\vec{E}_{CARGA}(r) = \frac{q\,\hat{r}}{4\pi\varepsilon_0 (r-2a)^2}\right]$$

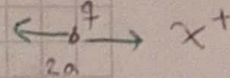
b) Por superposición, el campo total es:

$$\vec{E} = \vec{E}_{esfera} + \vec{E}_{carga} \Rightarrow \vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\begin{cases}\left(\dfrac{Qr}{a^3} + \dfrac{q}{(r-2a)^2}\right)\hat{r} & (r<a)\\[2ex] \left(\dfrac{Q}{r^2} + \dfrac{q}{(r-2a)^2}\right)\hat{r} & (r>a)\end{cases}$$

- Para el semieje $x>0$: (uso que $Q=-4q$)

$$\vec{E}(x) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\begin{cases}\left(\dfrac{-4x}{a^3} - \dfrac{1}{(x-2a)^2}\right)\hat{x} & (0<x<a)\\[2ex] \left(\dfrac{-4}{x^2} - \dfrac{1}{(x-2a)^2}\right)\hat{x} & (a<x<2a)\\[2ex] \left(\dfrac{-4}{x^2} + \dfrac{1}{(x-2a)^2}\right)\hat{x} & (x>2a)\end{cases}$$





(*)

NOTA

c) $\tilde{x} / E(\tilde{x}) = 0$?

~~[illegible]~~
~~[illegible]~~

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{-4}{\tilde{x}^2} + \frac{1}{(\tilde{x}-2a)^2}\right] = 0 \rightarrow$$ Solo puede anularse cuando $(x>2a)$

$$\frac{4}{\tilde{x}^2} = \frac{1}{(\tilde{x}-2a)^2}$$

$$4(\tilde{x}-2a)^2 = \tilde{x}^2$$

$$4(\tilde{x}^2 - 4a\tilde{x} + 4a^2) = \tilde{x}^2$$

$$3\tilde{x}^2 - 16a\tilde{x} + 16a^2 = 0$$

$$\tilde{x}_{1,2} = \frac{16a \pm \sqrt{(16a)^2 - 16a^2\cdot 3\cdot 4}}{2\cdot 3} = \frac{16a \pm a\overbrace{\sqrt{256-192}}^{=\sqrt{64}=8}}{6}$$

$$= \left(\frac{16\pm 8}{6}\right)a \Rightarrow \begin{cases} \tilde{x}_{1} = \cancel{8}^{4}\, a \\ \tilde{x}_2 = \frac{\cancel{8}^{4}}{\cancel{6}_{3}}\, a \end{cases}$$

· La esfera no es conductora ya q' el camp no se anula en su interior (vimos que crece con x) y ∃ dist de cargas dentro de ella.

(*)

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{4\times10^{-3}\,C}{4\pi\left(8{,}854\times10^{-12}\,C^2/N\cdot m^2\right)} \simeq \frac{10^9\,(N\,m^2/C)}{27{,}8157}$$

$$\cong 0{,}036\times10^9\left(\frac{N\,m^2}{C}\right) = 3{,}6\times10^7\left(\frac{m^2\,N}{C}\right)$$

- $x = 0{,}03\,m\ (x<a)$

$$\frac{-4\cdot 0{,}03\,m}{(0{,}1\,m)^3} - \frac{1}{(0{,}03\,m-0{,}2\,m)^2} = -\frac{120}{m^2} - \frac{34{,}6}{m^2} = -\frac{154{,}6}{m^2}$$

- $x = 0{,}15\,m\ (x>a)$

$$\frac{-4}{(0{,}15\,m)^2} - \frac{1}{(0{,}15\,m-0{,}2\,m)^2} = -\frac{177{,}\hat{7}}{m^2} - \frac{400}{m^2} \cong -\frac{577{,}\hat{7}}{m^2}$$

- $x = 0{,}5\,m\ (x>a)$

$$\frac{-4}{(0{,}5\,m)^2} + \frac{1}{(0{,}5\,m-0{,}2\,m)^2} = -\frac{32}{m^2} + \frac{11{,}\hat{1}}{m^2} = \frac{-20{,}\hat{8}}{m^2}$$

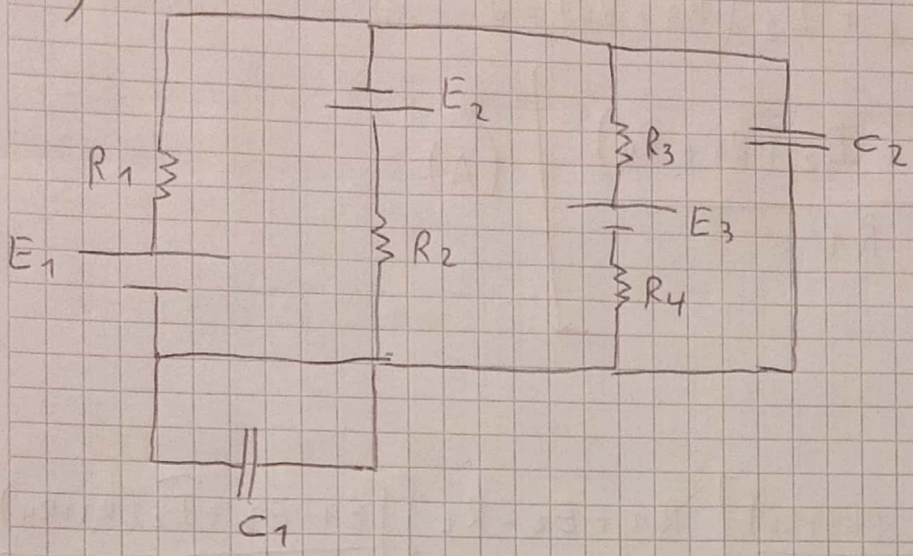
$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{E}(x=0{,}03\,m) = 3{,}6\cdot(-154{,}6)\times10^7\,\frac{N}{C}\,\hat{x} = -563{,}76\times10^7\,\frac{N}{C}\,\hat{x} \\ \vec{E}(x=0{,}15\,m) = 3{,}6\cdot(-577{,}\hat{7})\times10^7\,\frac{N}{C}\,\hat{x} \cong -2080\times10^7\,\frac{N}{C}\,\hat{x} \\ \vec{E}(x=0{,}5\,m) = 3{,}6\cdot(-20{,}\hat{8})\times10^7\,\frac{N}{C}\,\hat{x} \cong -75{,}2\,\frac{N}{C}\,\hat{x} \end{cases}$$

NOTA

HOJA N° 5

FECHA

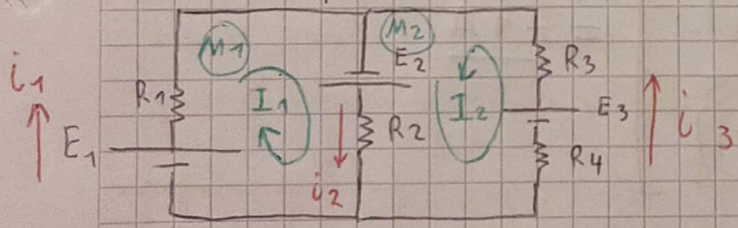
3)



· Cuando pasa el transitorio, no pasa corriente por los ramos de los capacitores ⊛

⊛ Por C_2 nunca pasa corriente ya q' está en paralelo con un cable q' tiene $\Delta V = 0$.

Redibujamos el circuito sin los capacitores:



$$\begin{cases} i_1 = I_1 \\ i_2 = I_1 + I_2 \\ i_3 = I_2 \end{cases}$$

$$M_1)\quad E_1 - I_1 \cdot R_1 + E_2 - (I_1 + I_2) \cdot R_2 = 0$$

$$M_2)\quad E_2 - (I_1 + I_2) \cdot R_2 + E_3 - I_2 (R_3 + R_4) = 0$$

Resto las ecs. de M_1 y M_2:

$$E_1 - I_1 . R_1 - E_3 + I_2 (R_3 + R_4) = 0$$

$$\boxed{I_1 = \frac{E_1 - E_3 + I_2 (R_3 + R_4)}{R_1}} \quad (A)$$

(A) en $\underline{M_1}$:

$$E_1 - \left[\frac{E_1 - E_3 + \overset{\frown}{I_2} . (R_3 + R_4)}{\cancel{R_1}}\right] . \cancel{R_1} + E_2 - R_2 \left\{\left[\frac{E_1 - E_3 + \overset{\frown}{I_2} (R_3 + R_4)}{R_1}\right] + \overset{\frown}{I_2}\right\} = 0$$

$$\cancel{E_1} - (\cancel{E_1} - E_3) + E_2 - \frac{R_2}{R_1} (E_1 - E_3) - \overset{\frown}{I_2} (R_3 + R_4) - \frac{R_2 (R_3 + R_4)}{R_1} \overset{\frown}{I_2} - R_2 . \overset{\frown}{I_2} = 0$$

$$E_3 + E_2 - \frac{R_2}{R_1} (E_1 - E_3) = I_2 \left[\underbrace{R_3 + R_4 + \frac{R_2 (R_3 + R_4)}{R_1}}_{= (R_3 + R_4) \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} + R_2\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{I_2 = \frac{\overbrace{E_2 + E_3}^{16V} - \overbrace{(R_2/R_1)}^{=2} \overbrace{(E_1 - E_3)}^{12V}}{\underbrace{R_2}_{=2\Omega} + \underbrace{(R_3 + R_4)}_{=2\Omega} \underbrace{(1 + R_2/R_1)}_{=2}}} = \underline{-1 A}$$

$$(A): I_1 = \frac{12V + \overbrace{I_2}^{= -1A} . 2\Omega}{1\Omega} = 12 A - 2 A = \underline{10 A}$$

$$\begin{cases} i_1 = I_1 = 10 A \\ i_2 = I_1 + I_2 = 9 A \\ i_3 = I_2 = -1 A \end{cases}$$

NOTA

Potencia disipada por cada pila:

$P_{E_1} = E_1 \cdot i_1 = 200W$

$P_{E_2} = E_2 \cdot i_2 = 72W$

$P_{E_3} = E_3 \cdot i_3 = -8W$

Pot. disipada por cada resistencia:

$P_{R_1} = i_1^2 \cdot R_1 = 100W$

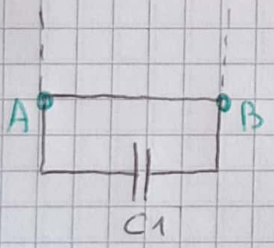
$P_{R_2} = i_2^2 \cdot R_2 = 162W$

$P_{R_3} = i_3^2 \cdot R_3 = 1W$

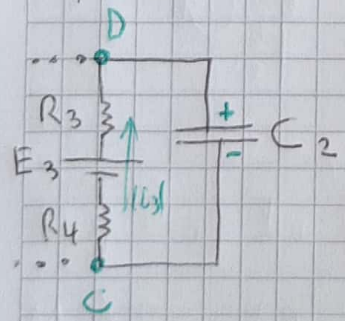
$P_{R_4} = i_4^2 \cdot R_4 = 1W$

· Se cumple que $\sum_i P_{E_i} = \sum_i P_{R_i}$ ✓

c) Para el capacitor C1, la diferencia de potencial entre A y B es cero, ya que están unidos por un cable: $\Delta V_{C_1} = 0V \Rightarrow \boxed{Q_1 = C_1 \cdot \Delta V_{C_1} = 0C}$



Para el capacitor C_2, la diferencia de potencial será la misma q' la de la rama q' se encuentra en paralelo y su polaridad será la de los bornes de la pila de su izquierda:



$V_C - |i_3|(R_3 + R_4) + E_3 = V_D$

$\Delta V_{C_2} = V_D - V_C = E_3 - |i_3|(R_3 + R_4)$

$= 8V - 1A \cdot (1\Omega + 1\Omega)$

$\Delta V_{C_2} = 6V \rightarrow \boxed{Q_2 = C_2 \cdot \Delta V_{C_2} = 12\,C}$