Materiales magnéticos

- Diamagnéticos
- Paramagnéticos
- Ferromagnéticos

Ley de Ampère para materiales magnéticos

- Muchas veces el campo generado por el material $\vec{B}_{mat}$ es proporcional al campo externo $\vec{B}_{ext}$

$$\vec{B}_{mat} = \chi_m \vec{B}_{ext}$$

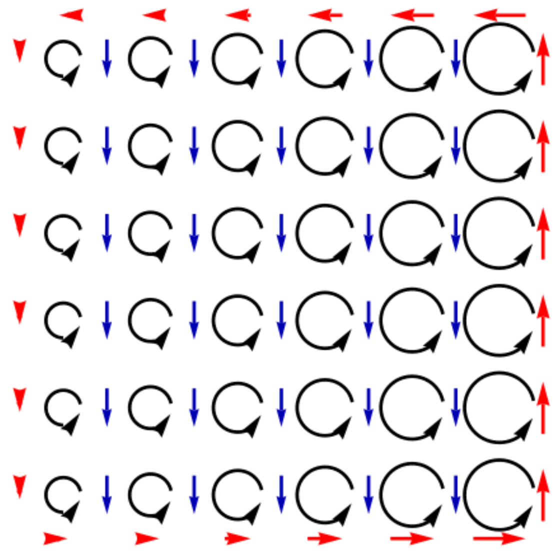
χ_m es la susceptibilidad magnética del material

- Entonces el campo total en el material es la suma del campo generado por el material y el campo externo.

$$\vec{B} = \vec{B}_{ext} + \vec{B}_{mat} = \vec{B}_{ext} + \chi_m \vec{B}_{ext} = (1 + \chi_m)\vec{B}_{ext}$$

Ley de Ampère para materiales magnéticos

- El segundo término del segundo miembro es el campo debido al material. De la misma manera que para dieléctricos se define un vector polarización magnética $\vec{M}$ tal que



$$\vec{M} = \frac{\chi_m}{\mu_0}\vec{B}_{ext} = \frac{\chi_m}{\mu_0(1+\chi_m)}\vec{B}$$

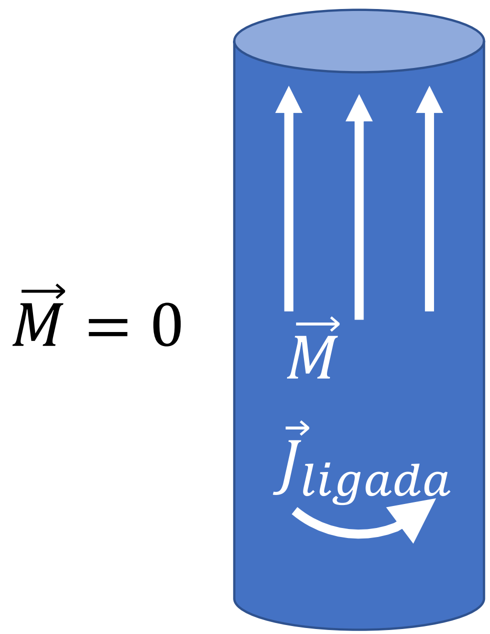
- El vector $\vec{M}$ una densidad volumétrica de momento magnético. Es el producto del número de dipolos orientados por unidad de volumen por el momento magnético $\vec{\mu}$ de cada átomo o molécula (debidos a movimiento orbital y spin).

Ley de Ampère para materiales magnéticos

- A partir de un análisis similar al que realizamos con dieléctricos es posible llegar a la relación entre $\vec{M}$ y la densidad de corriente asociada a los momentos magnéticos del material polarizado, es decir, $\vec{J}_{ligada}$

$$\vec{\nabla}\times\vec{M} = \vec{J}_{ligada}$$

- En el caso de un material con $\vec{M}$ uniforme, $\vec{J}_{ligada}$ corre sobre la superficie del material.



Ley de Ampère para materiales magnéticos

- Usando la definición de $\vec{M}$ tenemos:
$$\vec{B} = \vec{B}_{ext} + \chi_m \vec{B}_{ext} = \vec{B}_{ext} + \mu_0 \vec{M}$$
- Es decir, el campo total en el material es la suma del campo externo más una contribución de los dipolos magnéticos inducidos por el mismo campo externo.
- Ahora definimos el campo $\vec{H}$ tal que considera el campo total menos la contribución del material:
$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \frac{\chi_m \vec{B}}{\mu_0(1+\chi_m)} = \frac{\vec{B}}{(1+\chi_m)\mu_0} = \frac{\vec{B}}{\mu_m}$$
- Se define la permeabilidad magnética del material μ_m.

Ley de Ampère para materiales magnéticos

- Entonces,

$$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \vec{\nabla}\times\left(\vec{B}_{ext} + \mu_0\vec{M}\right) = \vec{\nabla}\times\vec{B}_{ext} + \mu_0\vec{\nabla}\times\vec{M}$$

- Como $\vec{\nabla}\times\vec{B}_{ext} = \mu_0\,\vec{J}_{libre}$, entonces:

$$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0(\vec{J}_{libre} + \vec{J}_{ligada})$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{B} - \mu_0\,\vec{J}_{ligada} = \mu_0\,\vec{J}_{libre}$$

$$\frac{1}{\mu_0}\vec{\nabla}\times\vec{B} - \vec{J}_{ligada} = \vec{J}_{libre}$$

Ley de Ampère para materiales magnéticos

- Entonces:

$$\frac{1}{\mu_0}\vec{\nabla}\times\vec{B} - \vec{\nabla}\times\vec{M} = \vec{\nabla}\times\left[\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}\right] = \vec{J}_{libre}$$

- Y recordando la definición de $\vec{H}$:

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J}_{libre}$$

$$\oint_{C} \vec{H}\cdot\overrightarrow{dl} = \iint_{S} \vec{J}_{libre}\cdot\overrightarrow{da}$$

Ley de Ampère para medios magnéticos.

Ley de Ampère y la divergencia de $\vec{B}$

- Normalmente la ley de Ampère en notación diferencial no alcanza por sí sola para obtener $\vec{B}$ a partir de $\vec{J}$.
- Por eso se necesita otra ecuación. Una relativa a la divergencia de $\vec{B}$.
- Es posible demostrar (no lo haremos aquí) que:
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$
- Esto quiere decir que no hay manantiales ni sumideros de campo magnético (no hay monopolos magnéticos) sea cual fuere la distribución de corrientes representada por $\vec{J}$.
- $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ es otra de las ecuaciones de Maxwell

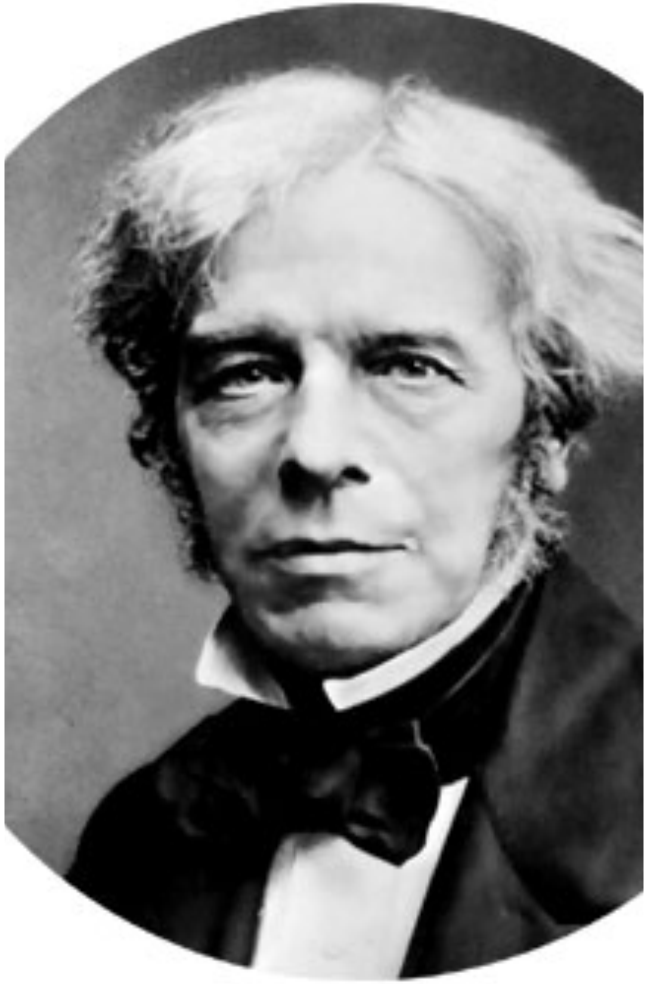
Inducción electromagnética

Conexión entre electricidad y magnetismo

- ✓ Oersted (1819) demuestra que una corriente estacionaria puede generar un campo magnético.

- x Faraday sugiere que un campo magnético estacionario podría generar una corriente, pero sus experimentos no tuvieron éxito.

Hans Christian Oersted



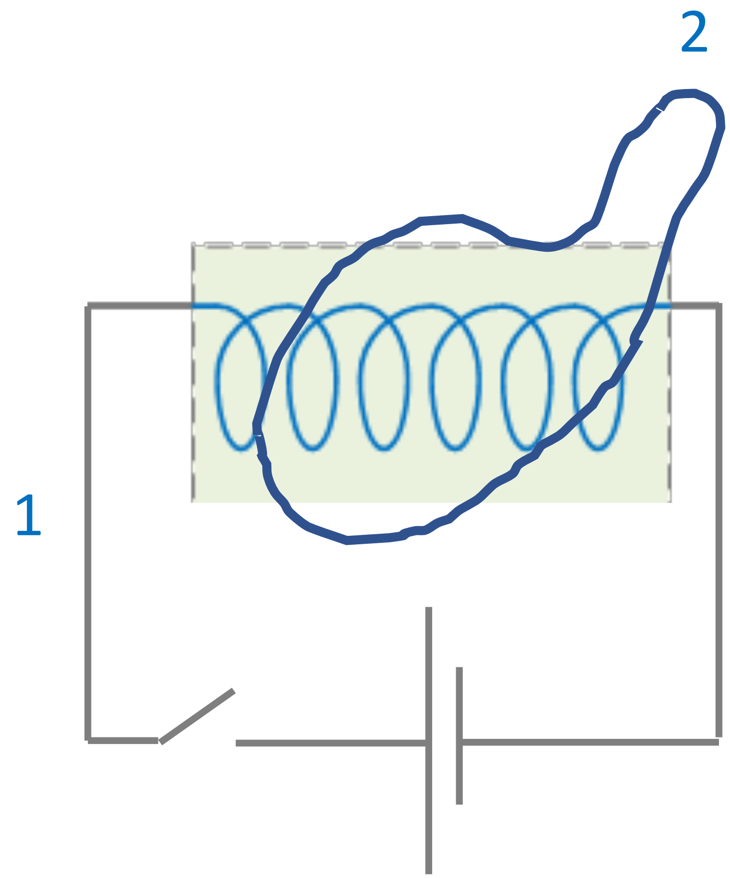
Michael Faraday

Experimento de Faraday

- Conectó una fuente a un solenoide.

- Consideró 2 espiras

1. El circuito
2. Una espira que envuelva al solenoide



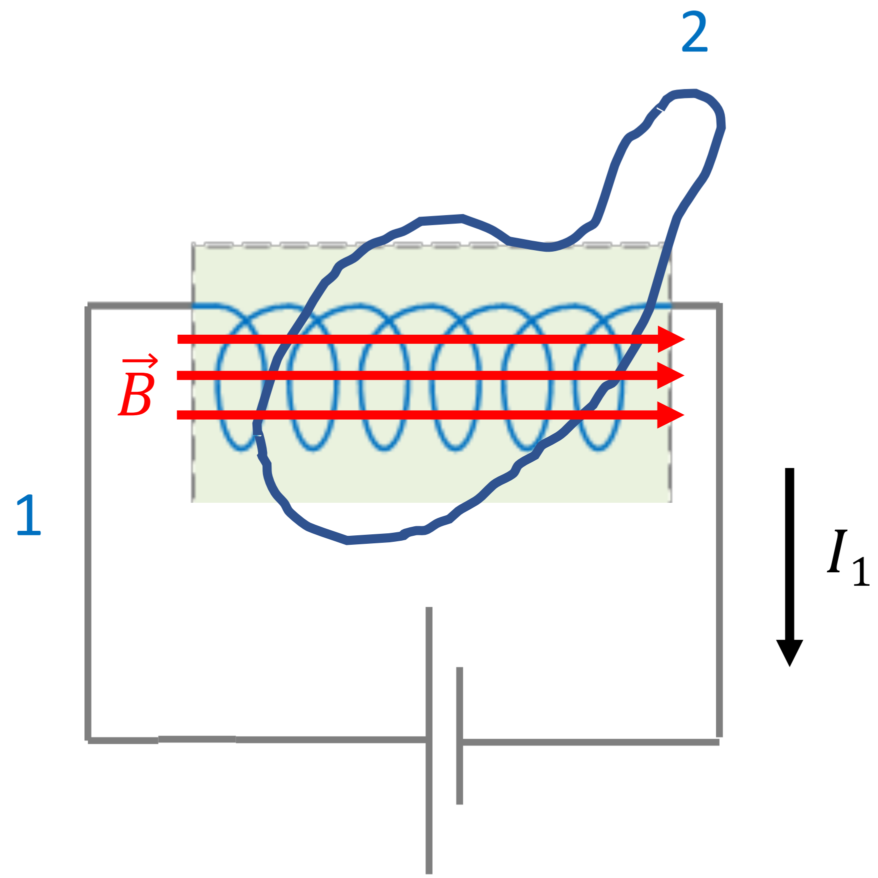
No hay corriente en ninguno

Experimento de Faraday

- Conectó una fuente a un solenoide.

- Consideró 2 espiras

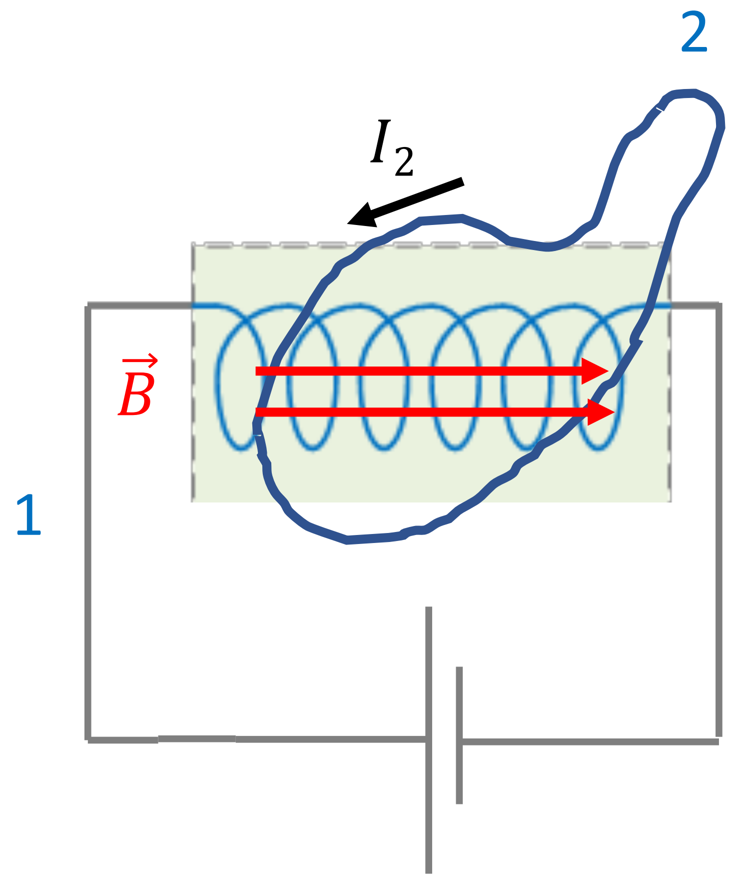
1. El circuito
2. Una espira que envuelva al solenoide



Hay corriente en 1

Experimento de Faraday

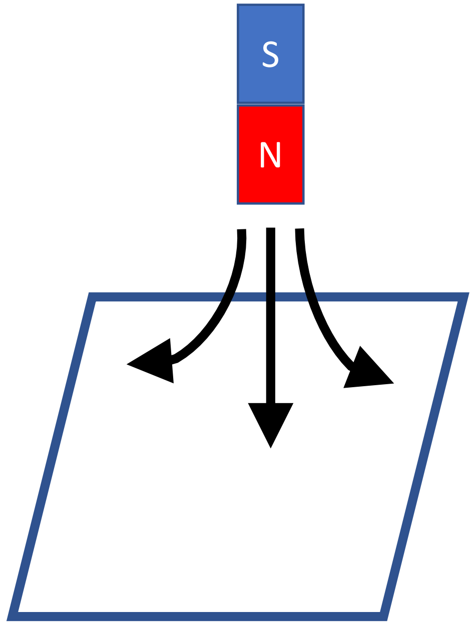
- Pero justo al cerrar el switch o al abrirlo una corriente transitoria circulaba en 2.
- En otras palabras cuando el campo magnético cambiaba (crecia o decrecía), había corriente en 2
- Faraday concluyó que la **variación de $\vec{B}$** crea un campo eléctrico. ✓



Recién cerrado el switch

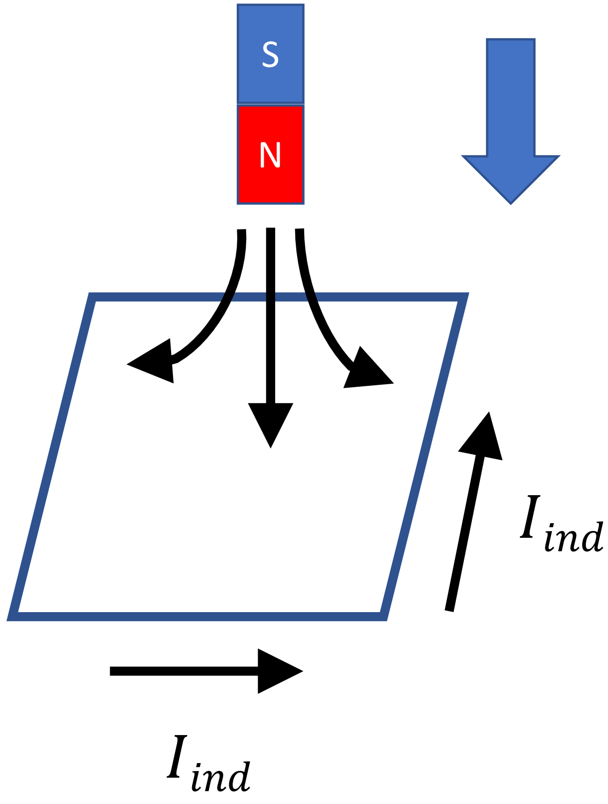
Ley de Lenz

- Otro hecho experimental:
- La corriente inducida fluye en el sentido opuesto al sentido de variación del flujo magnético.



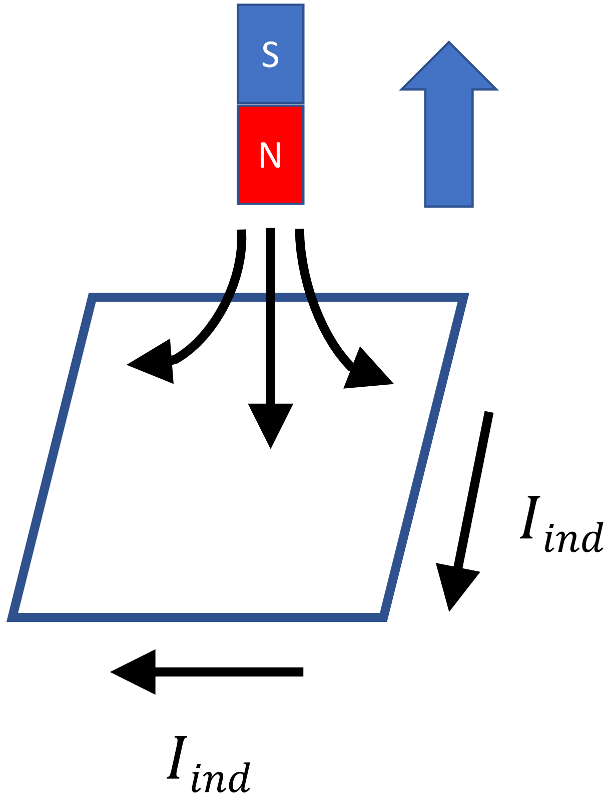
Ley de Lenz

- Otro hecho experimental:
- La corriente inducida fluye en el sentido opuesto al sentido de variación del flujo magnético.
- Al crecer el flujo la corriente I_{ind} fluye para oponerse al cambio (crecimiento).



Ley de Lenz

- Otro hecho experimental:
- La corriente inducida fluye en el sentido opuesto al sentido de variación del flujo magnético.
- Al crecer el flujo la corriente I_{ind} fluye para oponerse al cambio (crecimiento).
- Al decrecer el flujo, la corriente I_{ind} fluye al reves.



FEM Inducida

- La I_{ind} se relaciona con una FEM$_{\text{ind}}$ a través de la resistencia de la espira en donde se induce la corriente.

$$FEM_{ind} = I_{ind}R$$

- Faraday halló que la FEM_{ind} era proporcional al cambio de $\vec{B}$ y al área de la espira en la que se induce la corriente.

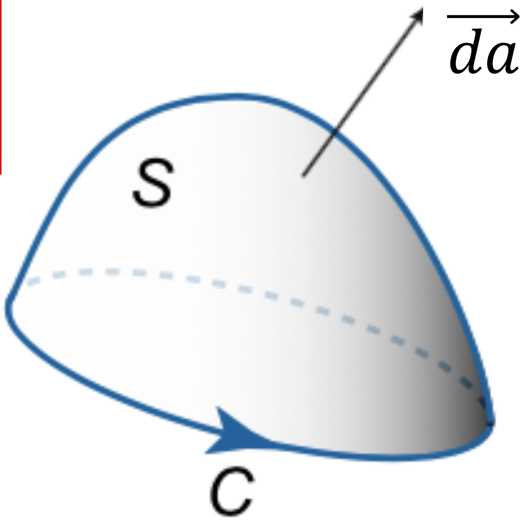
$$FEM_{ind} \propto \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad\qquad FEM_{ind} \propto Area$$

Ley de Faraday

- Concluyó que la FEM_{ind} depende de la variación del flujo magnético

$$FEM_{ind} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}\iint_S \vec{B} \cdot \overrightarrow{da}$$

Ley de Faraday



- El menos viene de la Ley de Lenz.
- S es cualquier superficie limitada por la espira.

Ley de Faraday

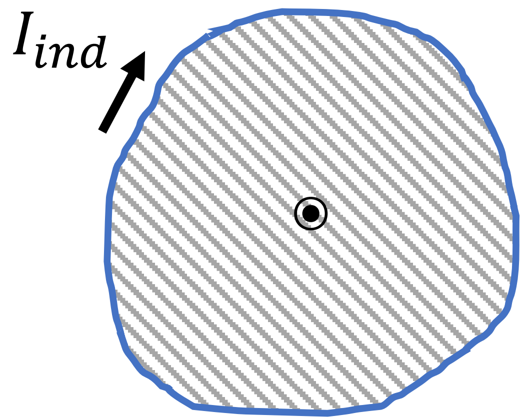
- Retomemos la Ley de Faraday

$$FEM_{ind} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_{S} \vec{B} \cdot \overrightarrow{da}$$

- La integral es sobre una superficie S abierta limitada por el circuito C.

- La corriente inducida I_{ind} se opone la dirección asociada al crecimiento del flujo magnético Φ_B

Circuito C



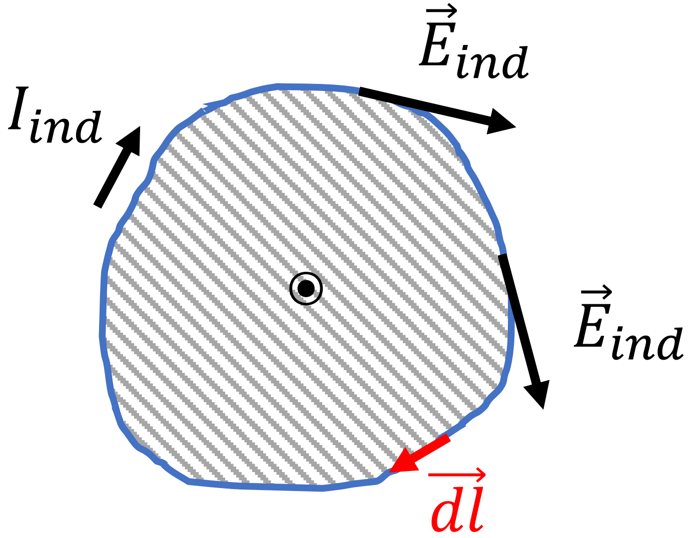
$\odot$ Dirección de Incremento del flujo magnético Φ_B

Ley de Faraday

- La corriente I_{ind} es impulsada por un campo eléctrico $\vec{E}_{ind}$ inducido.
- Entonces, la integral de camino cerrado de $\vec{E}_{ind}$ sobre C debe ser igual a la FEM_{ind}
- Entonces

$$FEM_{ind} = \oint_{C} \vec{E}_{ind} \cdot \overrightarrow{dl} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_{S} \vec{B} \cdot \overrightarrow{da}$$

Circuito C



⊙ Dirección de Incremento del flujo magnético Φ_B

Ley de Faraday

- Recordemos el teorema de Stokes aplicado a $\vec{E}_{ind}$ que reemplazamos por $\vec{E}$:

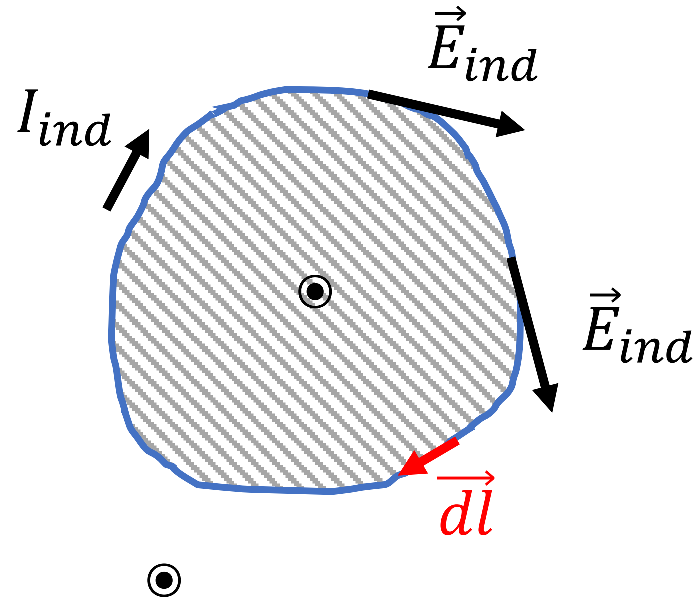
$$\oint_{C} \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} = \iint_{S} \left(\vec{\nabla}\times\vec{E}\right) \cdot \overrightarrow{da}$$

- Entonces:

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Ley de Faraday en forma diferencial

Circuito C



Dirección de Incremento del flujo magnético Φ_B

Otra manera de ver la Ley de Kirchhoff

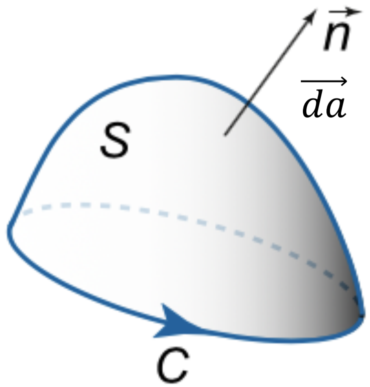
- La **ley de Kirchhoff de los voltajes para corrientes estacionarias** equivale a decir que la integral de camino cerrado C en un lazo del campo eléctrico es cero:

$$\sum V_i = \oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} = 0$$

lazo cerrado

- Según el teorema de Stokes la expresión anterior es igual al flujo del rotor de $\vec{E}$ a través de cualquier superficie abierta S cuyo borde sea la curva cerrada C:

$$\oint_C \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} = \iint_S \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot \overrightarrow{da} = 0$$



Leyes de Kirchhoff y Faraday

- Entonces, esto dice que el rotor del campo **eléctrico electrostático** es cero:

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = 0$$

- La Ley de Faraday es más general, y nos dice que $\boldsymbol{\vec{\nabla}\times\vec{E}}$ **ya no es cero cuando hay una variación temporal del flujo magnético**, es decir, cuando hay corrientes variables.

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

Campos no conservativos

- En otras palabras, la Ley de Faraday nos dice que el campo eléctrico inducido no es más conservativo, por que ya no es más verdad que su integral de línea en un camino cerrado sea cero.

- Tampoco que la integral de línea entre dos puntos no dependa del camino.

- Es más, se puede acumular FEM dando muchas vueltas (solenoides).

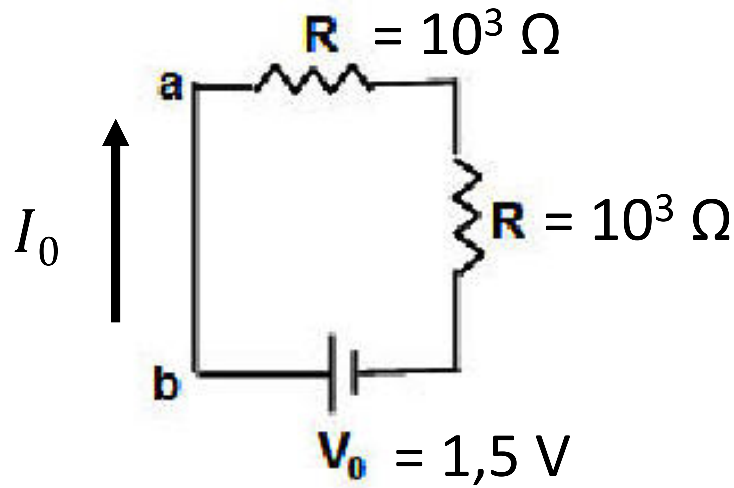
Campos no conservativos: Ejemplo

- Imaginemos un circuito cuadrado como el de la figura donde cada lado mide 0,5 m

- Encontremos la corriente I_0 .

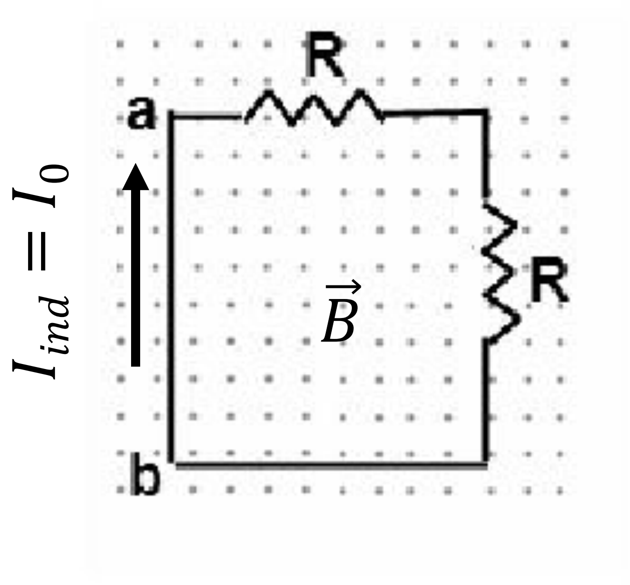
$$I_0 \; = \; \frac{1.5 \; V}{2 \; 10^3 \; \Omega} = \;\; 0{,}75 \; 10^{-3} A$$

- Cuanto vale la diferencia de potencial entre los puntos a y b?
- Depende $\int_a^b \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl}$ del camino elegido a lo largo del circuito?



Campos no conservativos: Ejemplo

- Ahora consideremos el mismo circuito, pero sin la batería.
- Un campo magnético uniforme $\vec{B}_0$ apunta hacia afuera de la pantalla.
- A qué tasa tiene que variar $\vec{B}$ (magnitud y dirección) para producir, por inducción ahora, la misma corriente I_0 ?



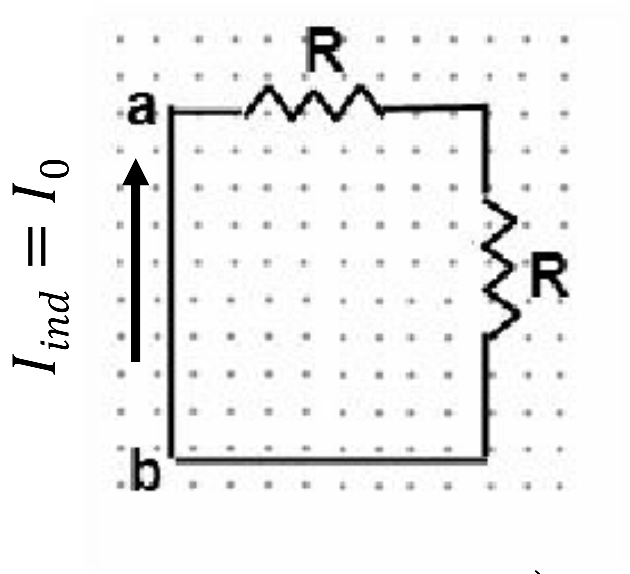
Campos no conservativos: Ejemplo

- Por la Ley de Lenz, para que la corriente inducida circule en sentido horario, $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ debe apuntar hacia afuera de la pantalla.
- Es decir, el campo debe crecer.
- El valor será

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\iint \vec{B}\cdot\overrightarrow{da}\right] = \frac{\partial B}{\partial t}A = \frac{\partial B}{\partial t}\,0{,}25\ m^2$$

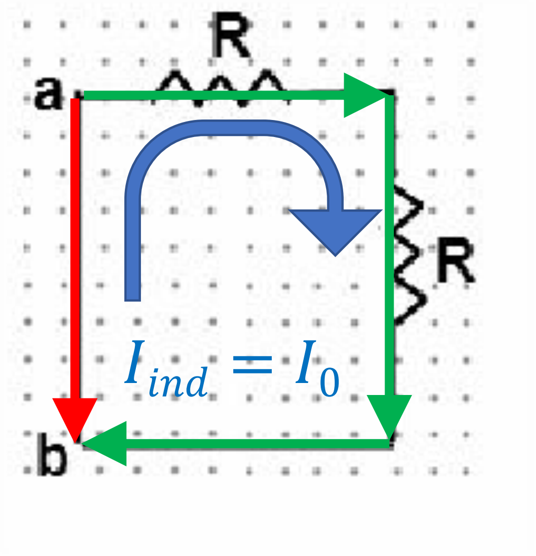
$$\frac{\partial B}{\partial t}\,0{,}25\ m^2 = 1{,}5\ V$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = 6\ \frac{T}{s}$$



$\odot\ \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Campos no conservativos: Ejemplo



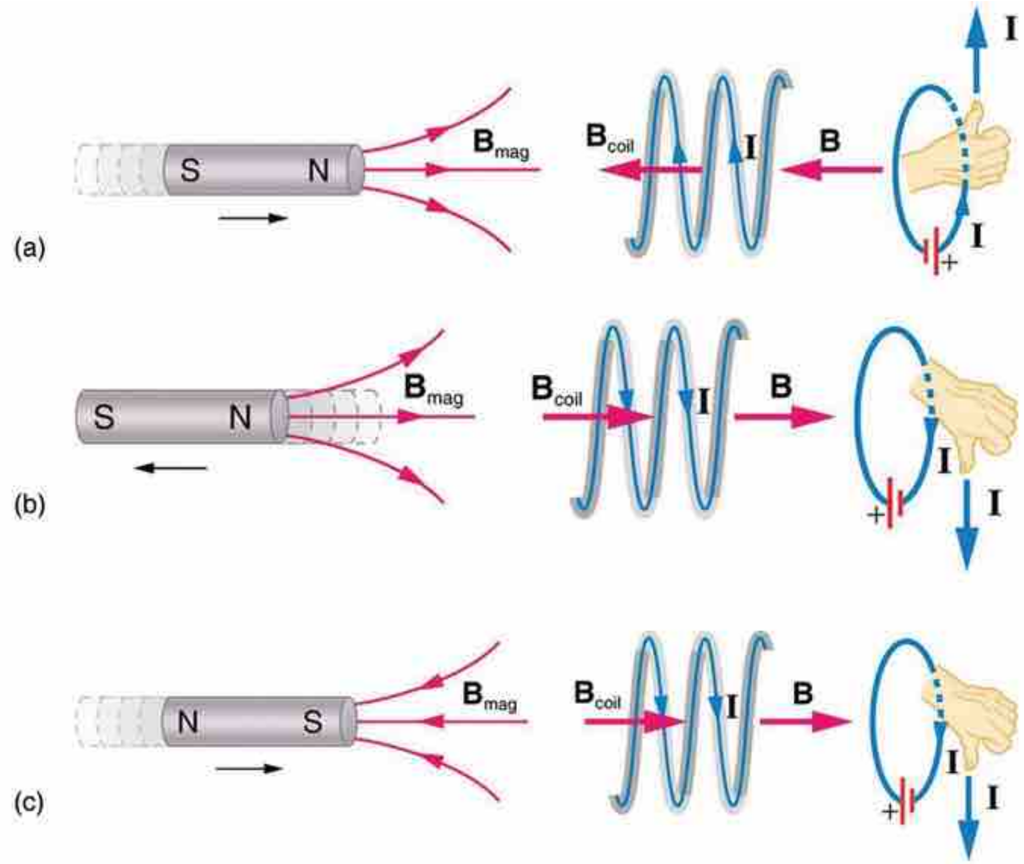
- En esta nueva situación la diferencia de potencial entre a y b depende del camino elegido?
  - Camino 1: $\int_a^b \vec{E}_{ind} \cdot \overrightarrow{dl} = 0$
  - Camino 2: $\int_a^b \vec{E}_{ind} \cdot \overrightarrow{dl} = I_{ind}(2R) = \ 1{,}5\ V$!

- Sí depende !!

- Conclusión: Un campo inducido no es conservativo

Flujos en solenoides

- Los solenoides permiten multiplicar el flujo de campo magnético y acumular FEM

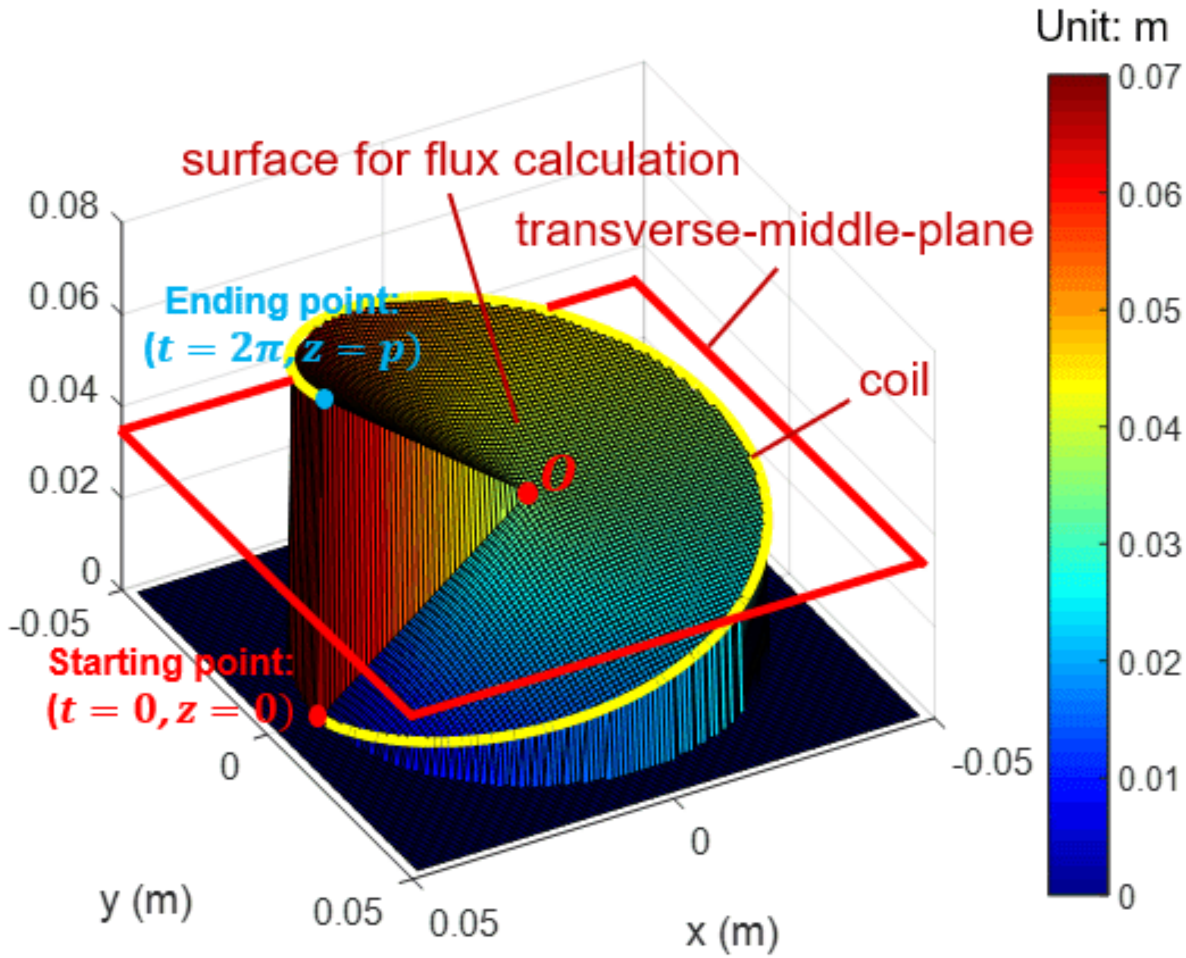


Flujos en solenoides

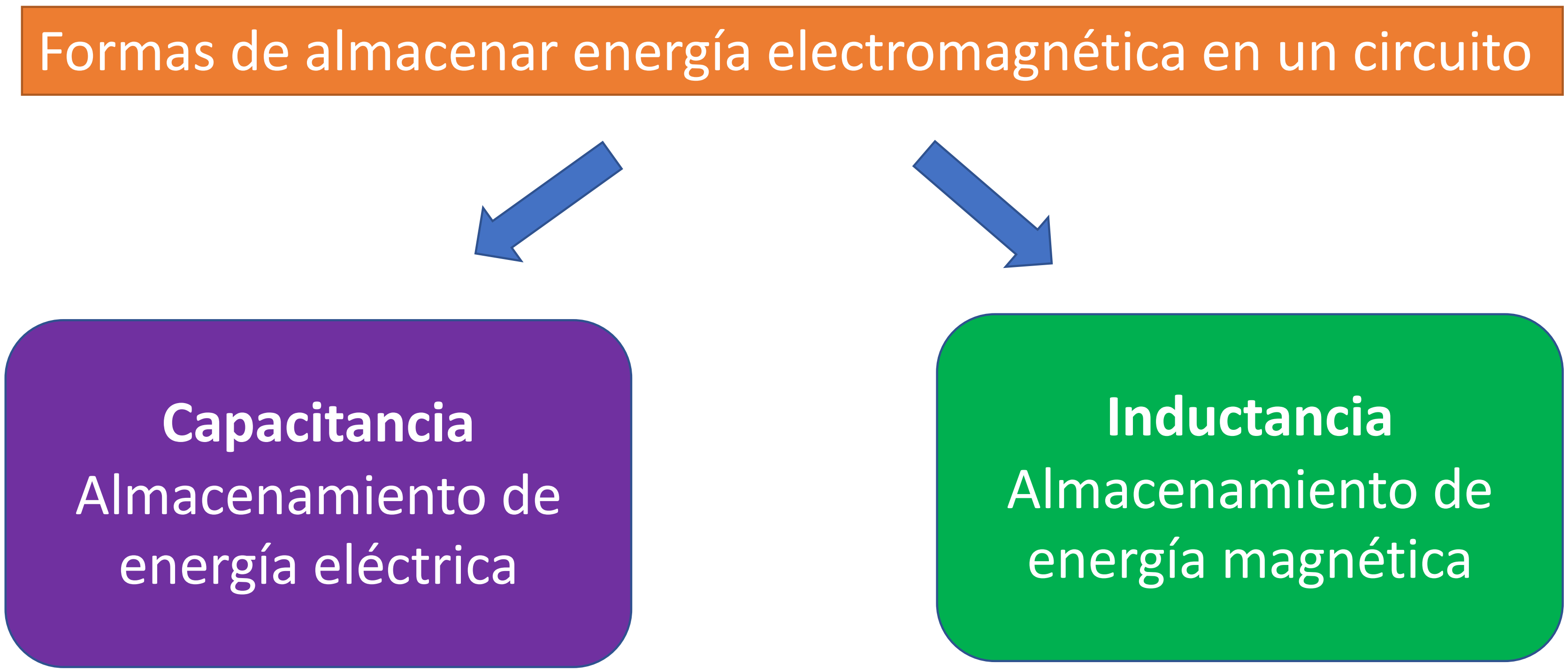
- Los solenoides permiten multiplicar el flujo de campo magnético y acumular FEM
- La superficie sobre la que se calcula el flujo se asemeja al de la figura y es casi la misma que la de las espiras individuales sumadas si están bien apretadas.

$$FEM_{ind} = -N\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}$$

N: número de vueltas



Inductancias


Formas de almacenar energía electromagnética en un circuito
Capacitancia
Almacenamiento de energía eléctrica
Inductancia
Almacenamiento de energía magnética

Inductancia mutua

- Se fijan dos circuitos o espiras C_1 y C_2 en una posición determinada, fijas.
- Se hace circular por C_1 una corriente I_1 controlable
- Suponiendo I_1 constante, el flujo magnético a través de C_2 vale:

$$\Phi_{21} = \int_{S_2} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a}_2$$

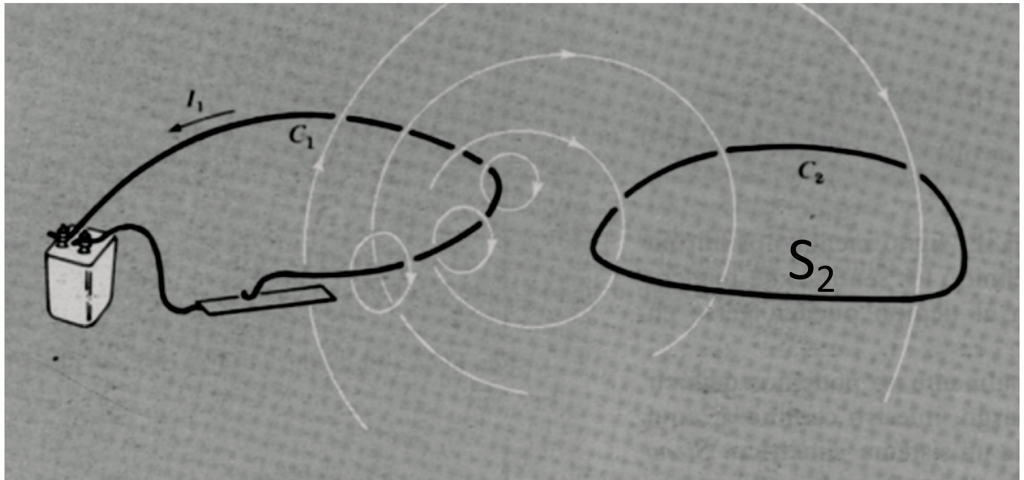


Fig. 7.19 La corriente I_1 en la espira C_1 origina cierto flujo Φ_{21} a través de la espira C_2.

Inductancia mutua

- Este flujo es constante mientras I_1 lo sea tambien y no cambie la posición ni la forma de las espiras:

$$\frac{\Phi_{21}}{I_1} = \text{const}$$

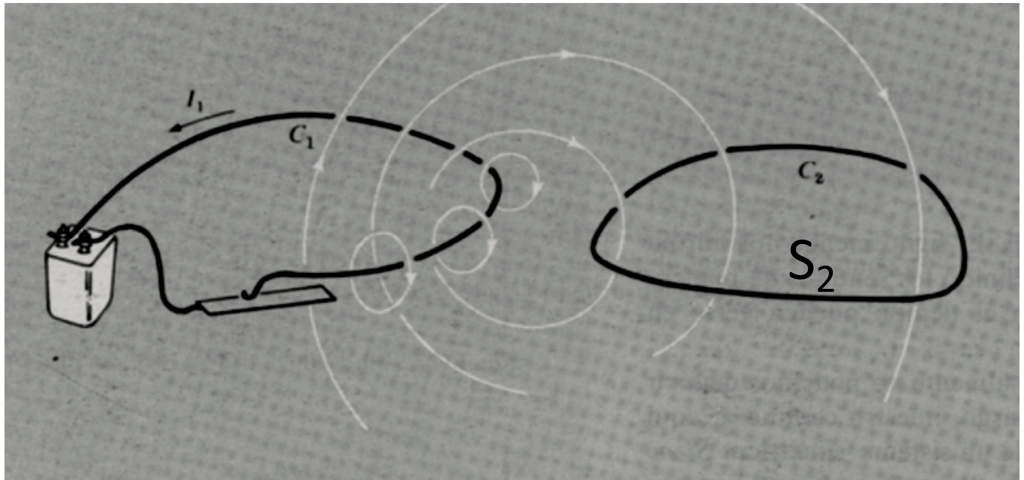


Fig. 7.19 La corriente I_1 en la espira C_1 origina cierto flujo Φ_{21} a través de la espira C_2.

Inductancia mutua

- Supongamos ahora que I_1 empieza a cambiar lo suficientemente lento como para que la relación entre I_1 y el campo sobre S_2 sea la que se aplica para corrientes estacionarias.
- En estas condiciones, Φ_{21}variará proporcionalmente a I_1

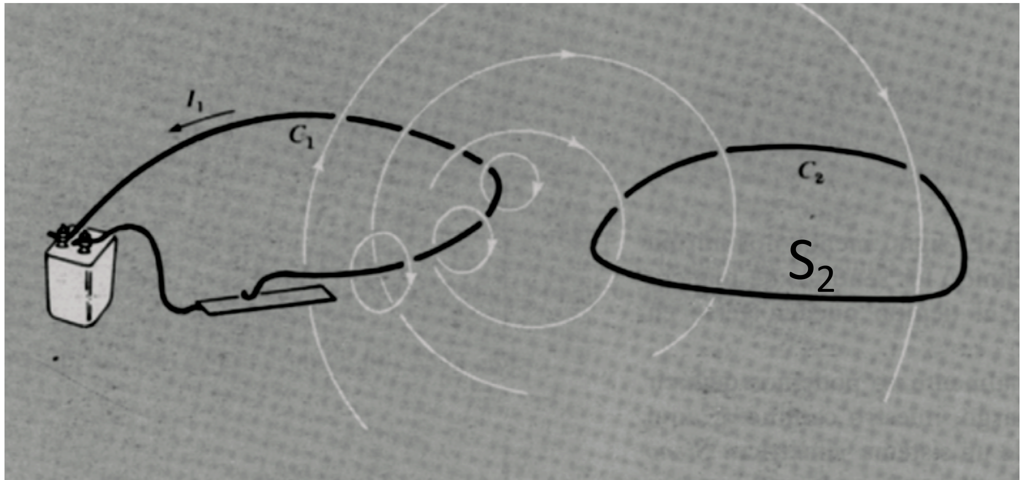


Fig. 7.19 La corriente I_1 en la espira C_1 origina cierto flujo Φ_{21} a través de la espira C_2.

Inductancia mutua

- Por la variación de I_1 se genera una FEM inducida $\mathcal{E}_{21}$:

$$\mathcal{E}_{21} = -\ \text{const}\ \frac{dI_1}{dt}$$

- A la constante, la llamamos M_{21}

$$\mathcal{E}_{21} = -M_{21}\frac{dI_1}{dt}$$

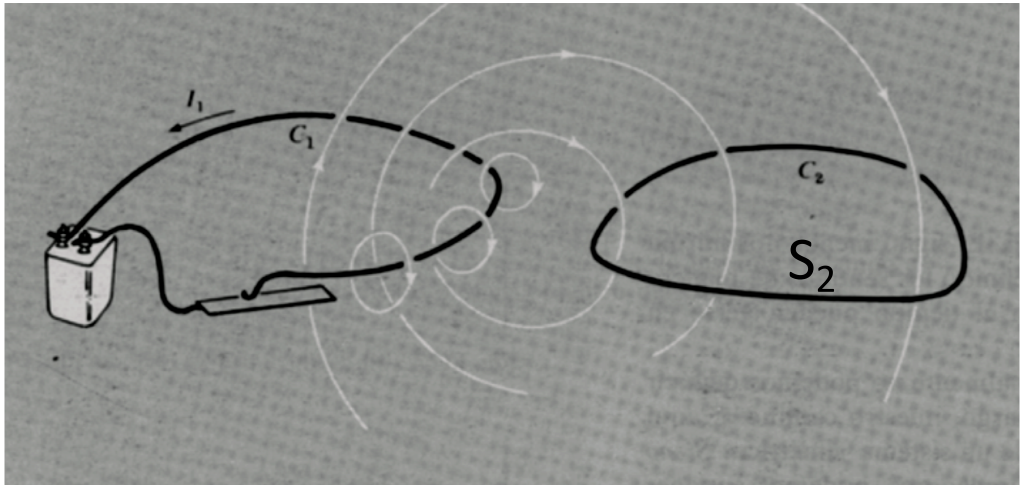


Fig. 7.19 La corriente I_1 en la espira C_1 origina cierto flujo Φ_{21} a través de la espira C_2.

Inductancia mutua

- Llamamos a M_{21} la inductancia mutua
- Depende exclusivamente de la dimensión forma y disposición de las dos espiras
- La unidad de M_{21} en SI es el *Henry*

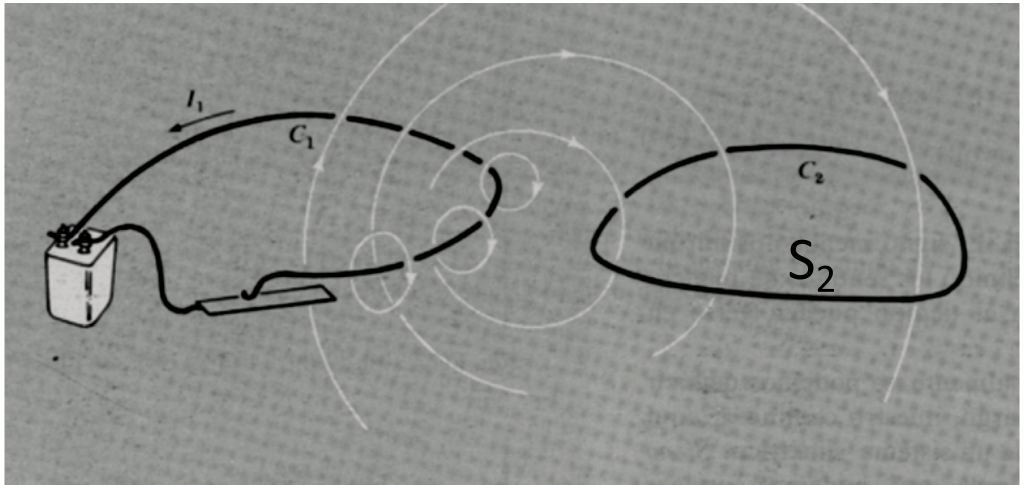
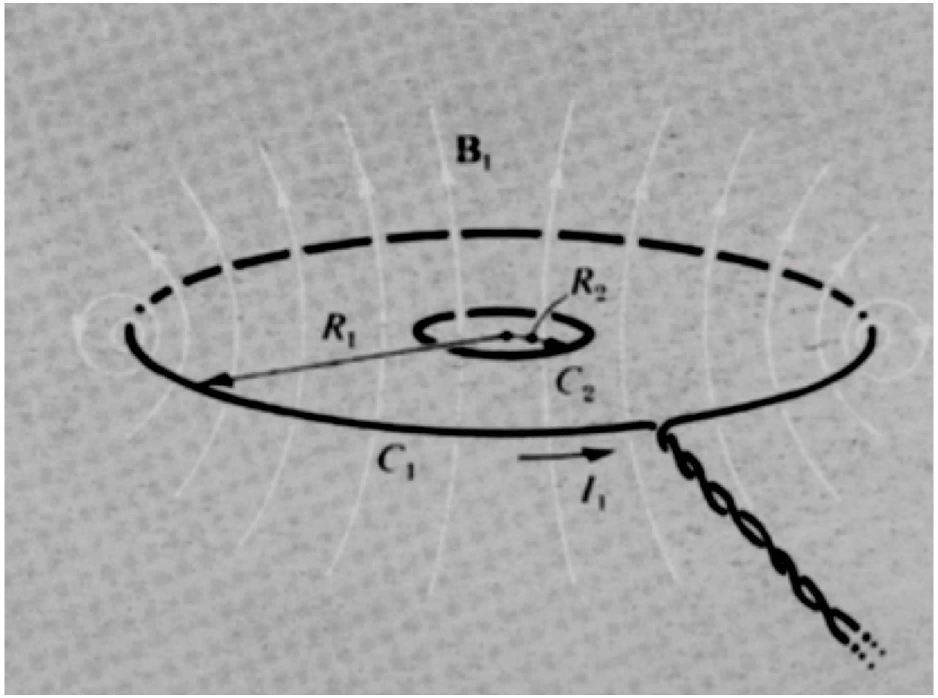


Fig. 7.19 La corriente I_1 en la espira C_1 origina cierto flujo Φ_{21} a través de la espira C_2.

Ejemplo: espiras concéntricas

$$B_1 = \frac{2\pi I_1}{R_1}$$

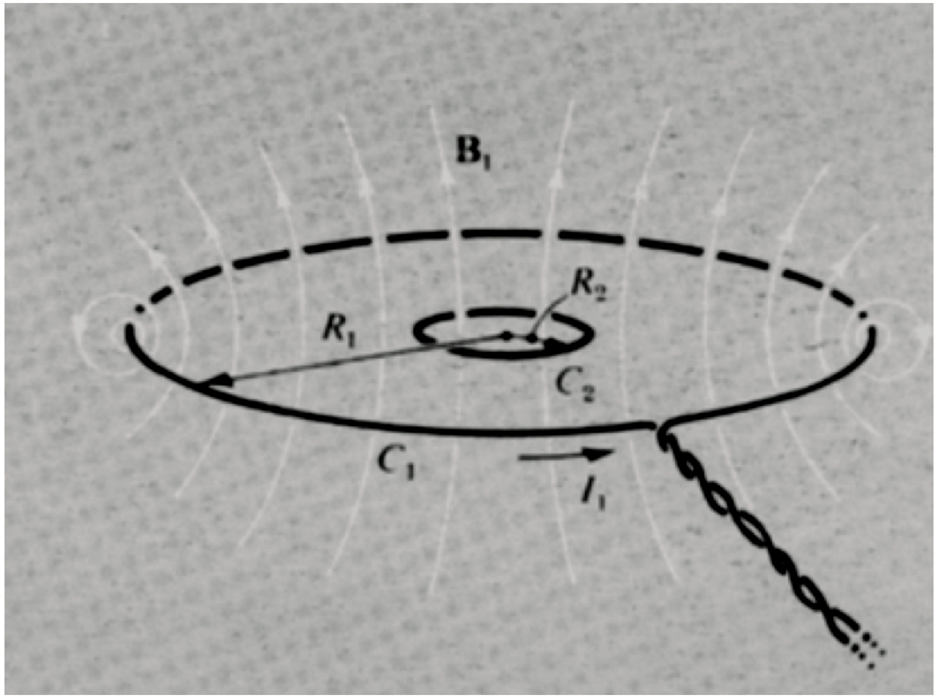
$$\Phi_{21} = (\pi R_2{}^2)\frac{2\pi I_1}{R_1} = \frac{2\pi^2 I_1 R_2{}^2}{R_1}$$



Ejemplo: espiras concéntricas

$$\mathcal{E}_{21} = -\frac{2\pi^2 R_2{}^2}{R_1}\cdot\frac{dI_1}{dt}$$

$$M_{21} = \frac{2\pi^2 R_2^2}{R_1}$$



Ejemplo: espiras concéntricas

- Para solenoides concéntricos

$$M_{21} = \frac{2\pi^2 N_1 N_2 R_2^2}{R_1}$$