Capacidad y condensadores

Capacidad de un conductor aislado

- En un conductor aislado que tiene una carga Q y está a un potencial φ_0 cuando el cero de potencial está en el infinito, la capacidad C se define como:

$$Q = C\ \varphi_0$$

Capacidad de un conductor aislado

- En un conductor aislado que tiene una carga Q y está a un potencial φ_0 cuando el cero de potencial está en el infinito, la capacidad C se define como:

$$Q = C\ \varphi_0$$

- Para una esfera de radio R_0 con carga Q, el potencial es, como vimos $\varphi_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R_0}$ por lo que:

$$C = 4\pi\epsilon_0 R_0.$$

Capacidad de un conductor aislado

- En un conductor aislado que tiene una carga Q y está a un potencial φ_0 cuando el cero de potencial está en el infinito, la capacidad C se define como:

$$Q = C\ \varphi_0$$

- Para una esfera de radio R_0 con carga Q, el potencial es, como vimos $\varphi_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R_0}$ por lo que:

$$C = 4\pi\epsilon_0 R_0.$$

- C se mide en Faradios (Farad=C/V) y sólo depende del **tamaño y la forma del conductor**

Pregunta

- ¿Cómo varía la capacidad de una esfera cuando cambiamos su radio?

Capacidad en más de un conductor: condensadores

- La capacidad se define también para conjuntos dos conductores.

Capacidad en más de un conductor: condensadores

- La capacidad se define también para conjuntos dos conductores.

- **En el caso de dos conductores con cargas opuestas Q y –Q la capacidad se define como la relación entre la carga Q y la diferencia de potencial entre los dos conductores φ_{12}.**

$$Q = C\ \varphi_{12}$$

Capacidad en más de un conductor: condensadores

- La capacidad se define también para conjuntos dos conductores.

- **En el caso de dos conductores con cargas opuestas Q y –Q la capacidad se define como la relación entre la carga Q y la diferencia de potencial entre los dos conductores φ_{12}.**

$$Q = C\ \varphi_{12}$$

- El conjunto de conductores, material aislante entre ambos y terminales se denomina **condensador o capacitor**.

Condensador plano

- Sean dos conductores planos de área A dispuestos como en la figura a una distancia s.

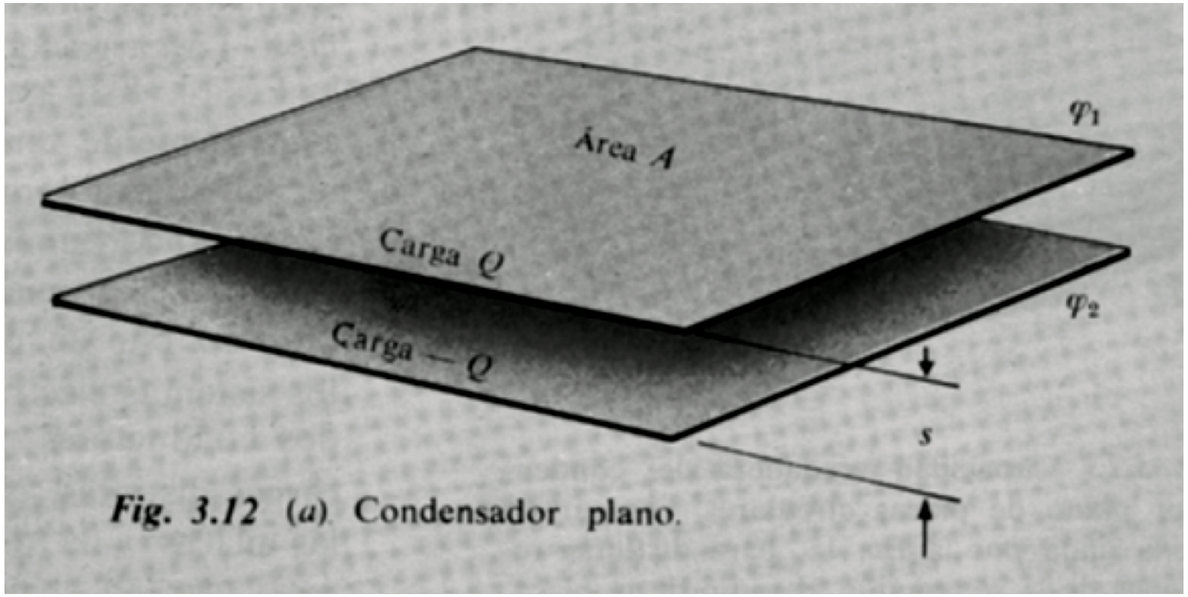


Fig. 3.12 (*a*). Condensador plano.

Condensador plano

- Sean dos conductores planos de área A dispuestos como en la figura a una distancia s.

- La placa de arriba tiene una carga Q y está a un potencial φ_1.

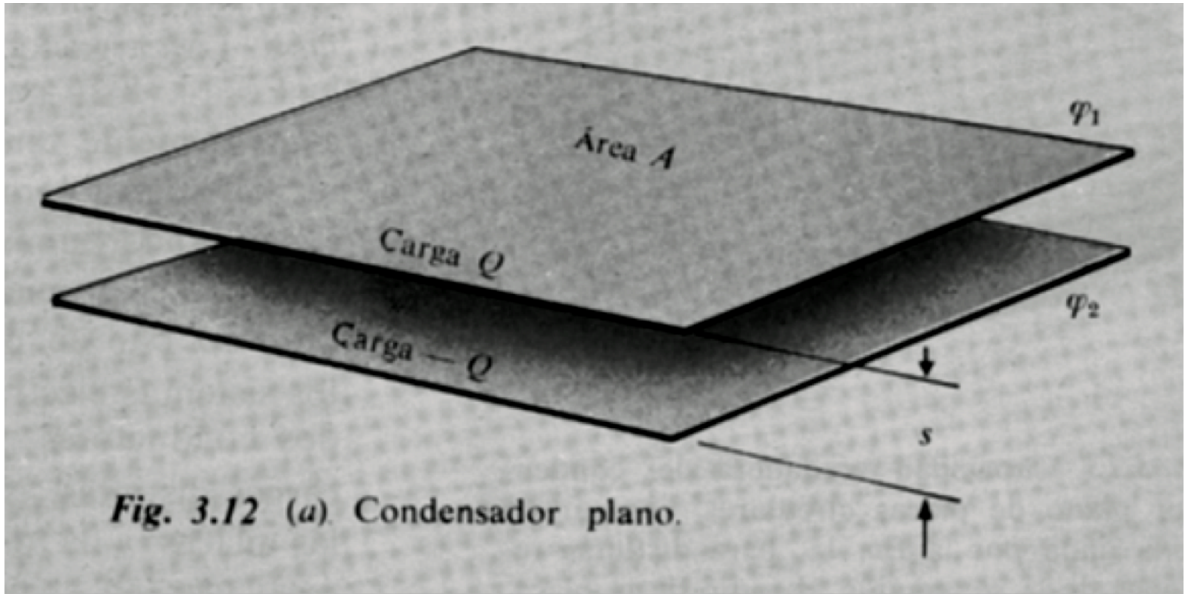


Fig. 3.12 (a) Condensador plano.

Condensador plano

- Sean dos conductores planos de área A dispuestos como en la figura a una distancia s.

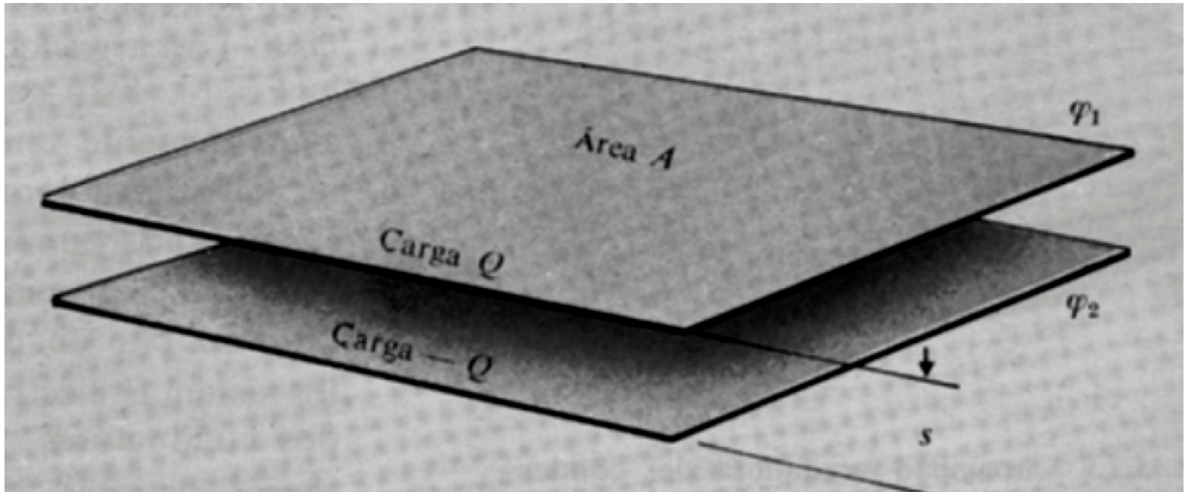


Fig. 3.12 (a) Condensador plano.

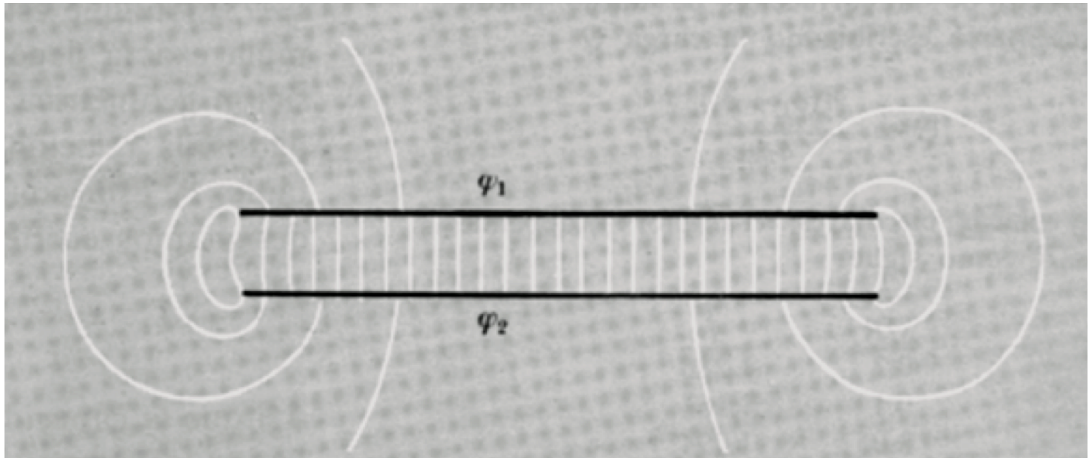
- La placa de arriba tiene una carga Q y está a un potencial φ_1.

- La placa de abajo tiene una carga $-Q$ y está a un potencial φ_2

Condensador plano

- La densidad superficial de carga en la cara interna de un conductor es:

$$\sigma = \epsilon_0 E = \epsilon_0 \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{s}$$



(*b*) Sección recta de (*a*) mostrando las líneas de fuerza.

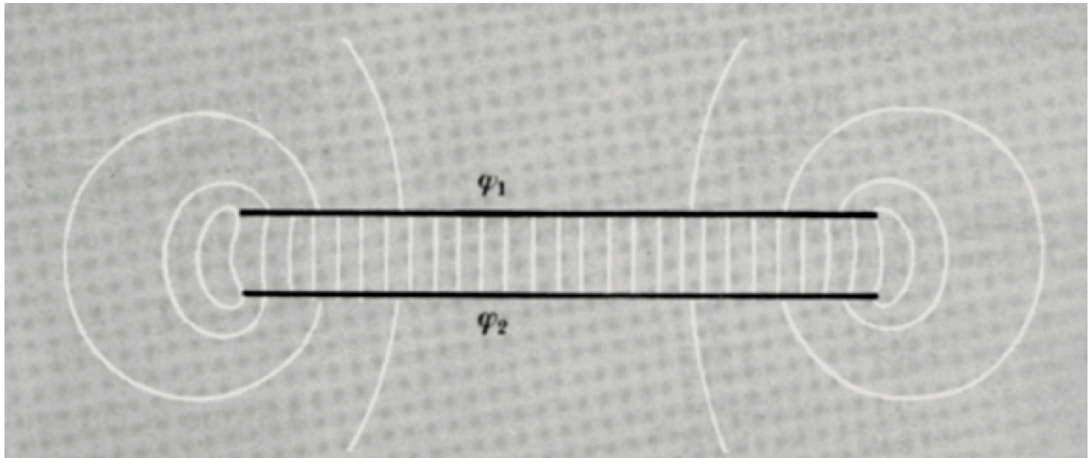
Condensador plano

- La densidad superficial de carga en la cara interna de un conductor es:

$$\sigma = \epsilon_0 E = \epsilon_0 \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{s}$$

- Si despreciamos el efecto de los bordes, σ es constante y

$$Q = \sigma A = \epsilon_0 A \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{s}$$



(*b*) Sección recta de (*a*) mostrando las líneas de fuerza.

Condensador plano

- Por lo tanto la capacidad el condensador plano es

$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{\epsilon_0 A}{s}$$

- $\epsilon_0 = 8.854\ 10^{-12}\ Farad/m$!

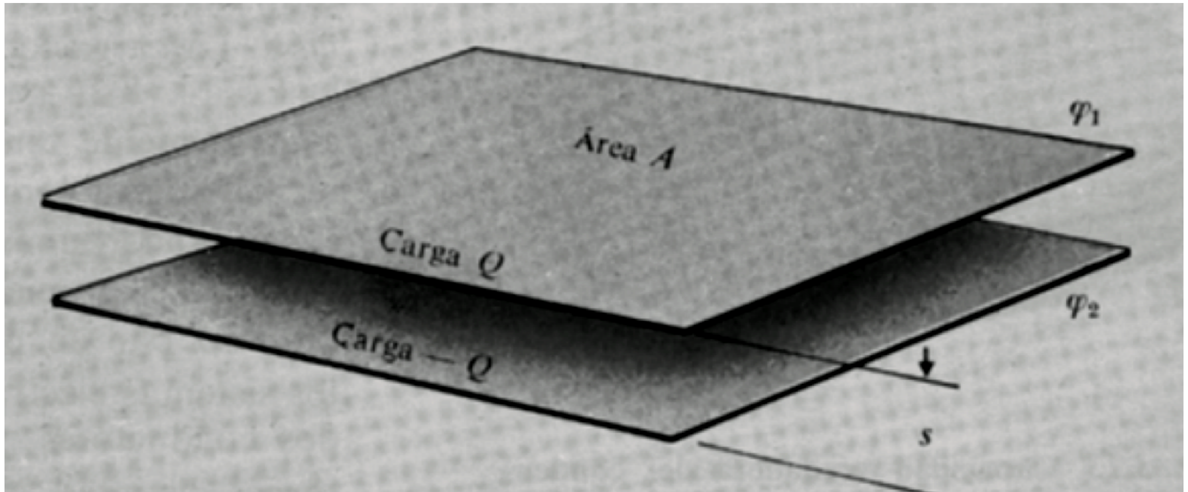


Fig. 3.12 (*a*) Condensador plano.

deci	[d]	10^{-1}	= 0.1
centi	[c]	10^{-2}	= 0.01
milli	[m]	10^{-3}	= 0.001
micro	[μ]	10^{-6}	= 0.000 001
nano	[n]	10^{-9}	= 0.000 000 001
pico	[p]	10^{-12}	= 0.000 000 000 001
femto	[f]	10^{-15}	= 0.000 000 000 000 001
atto	[a]	10^{-18}	= 0.000 000 000 000 000 001
zepto	[z]	10^{-21}	= 0.000 000 000 000 000 000 001
yocto	[y]	10^{-24}	= 0.000 000 000 000 000 000 000 001

Energía almacenada en un capacitor

- Supongamos un condensador de capacidad C con una diferencia de potencialφ_{12}.

- En un conductor hay una carga Q mientras que en el otro, $-Q$.

- Quitemos una carga dQ del conductor con carga $-Q$ y llevémosla al conductor que tiene carga Q a lo largo de la diferencia de potencial φ_{12}.

Energía almacenada en un capacitor

- El diferencial de trabajo dW que realizamos viene dado por:

$$dW = \varphi_{12} dQ = \mathrm{Q}\,\frac{dQ}{C}$$

- Entonces, para cargar un conductor descargado inicialmente hasta alcanzar una carga final Q_f el trabajo será:

$$W = \int_0^{Q_f} \varphi_{12}\, dQ = \frac{1}{C}\int_0^{Q_f} Q\, dQ = \frac{Q_f^2}{2C}$$

- Esta es la energía almacenada en el capacitor U

Energía almacenada en un capacitor

- La energía almacenada también se puede escribir como :

$$U = \frac{1}{2} C\varphi_{12}^2$$

- Para un **condensador plano** $C = \epsilon_0 \frac{A}{s}$ y $Es = \varphi_{12}$. Entonces:

$$U = \frac{1}{2}\epsilon_0 \frac{A}{s}(Es)^2 = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}(As)$$

- Es decir: $\frac{\epsilon_0 E^2}{2}$ es la energía almacenada en el capacitor por unidad de volumen

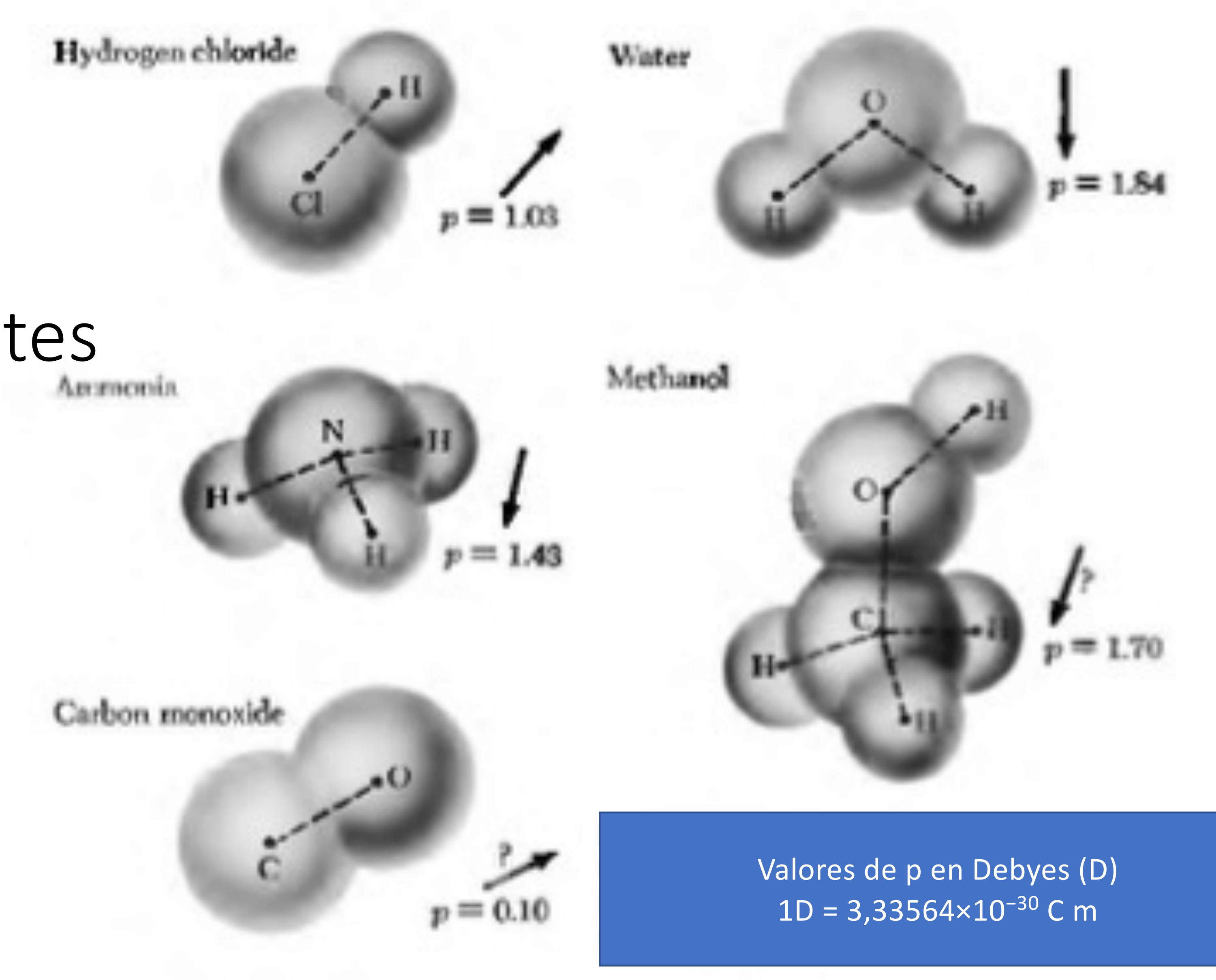
Dieléctricos o aislantes

Dipolos moleculares / atómicos

- Permanentes (moleculares): elementos de distintas electronegatividades.

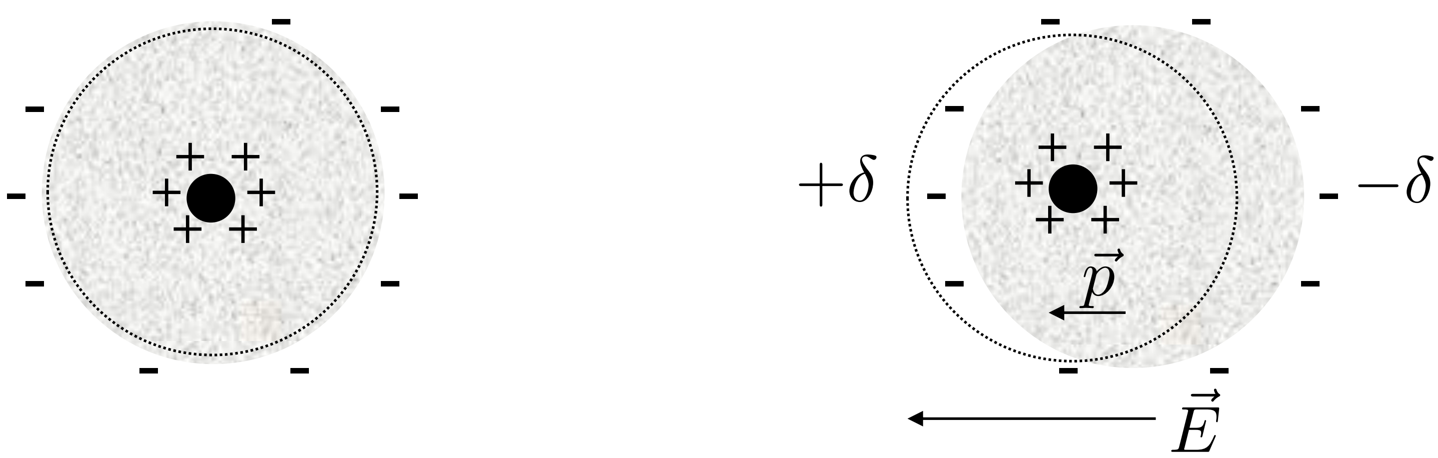
- Inducidos: Deformaciones del atomo o molecula debido a un campo externo

Dipolos permanentes



Valores de p en Debyes (D)
1D = 3,33564×10^{-30} C m

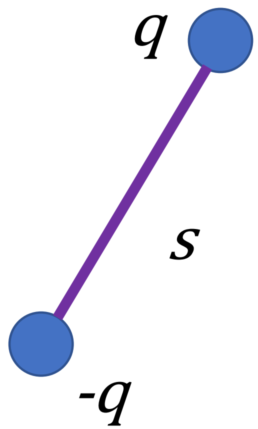
Dipolos inducidos



En ausencia de campo externo, el átomo/molécula no se distorsiona. En presencia de un campo externo las cargas atómicas /moleculares se desplazan creando una distribución dipolar δ

Torque sobre un dipolo en un campo externo

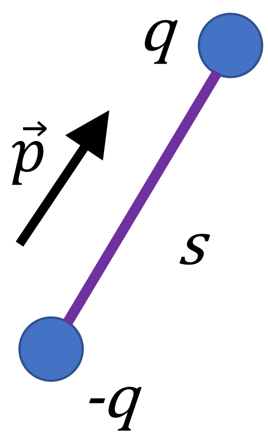
- Supongamos un dipolo de dos cargas opuestas de módulo q separadas por una varilla rígida no conductora de largo s.



Torque sobre un dipolo en un campo externo

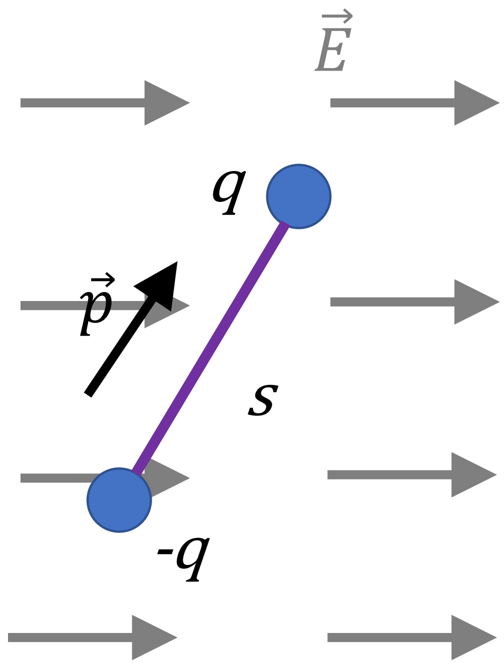
- Supongamos un dipolo de dos cargas opuestas de módulo q separadas por una varilla rígida no conductora de largo s.

- El momento dipolar es simplemente $\vec{p} = qs\,\hat{p}$.



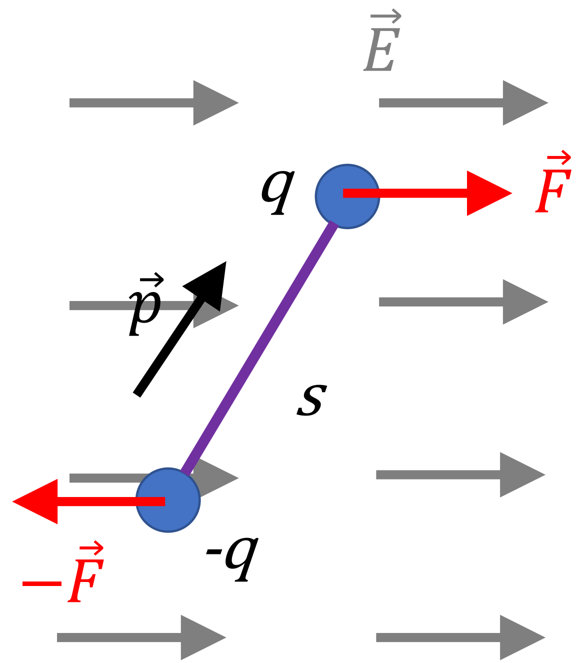
Torque sobre un dipolo en un campo externo

- Supongamos un dipolo de dos cargas opuestas de módulo q separadas por una varilla rígida no conductora de largo s.
- El momento dipolar es simplemente $\vec{p} = qs\,\hat{p}$.
- Nos interesa saber qué pasa cuando el dipolo se encuentra en un campo unifome $\vec{E}$ (no nos interesa el campo del dipolo).



Torque sobre un dipolo en un campo externo

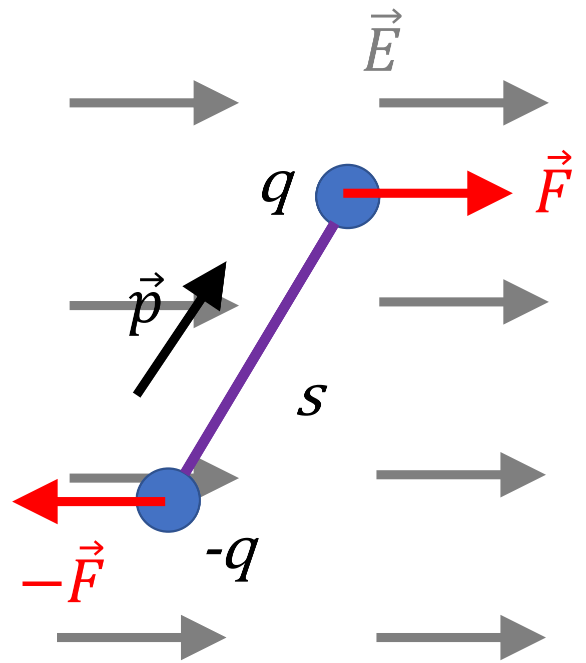
- Las cargas del dipolo sentirán fuerzas opuestas de módulo $F = qE$



Torque sobre un dipolo en un campo externo

- Las cargas del dipolo sentirán fuerzas opuestas de módulo $F = qE$

- La fuerza resultante será nula, con lo cual el dipolo entero no se va a acelerar.

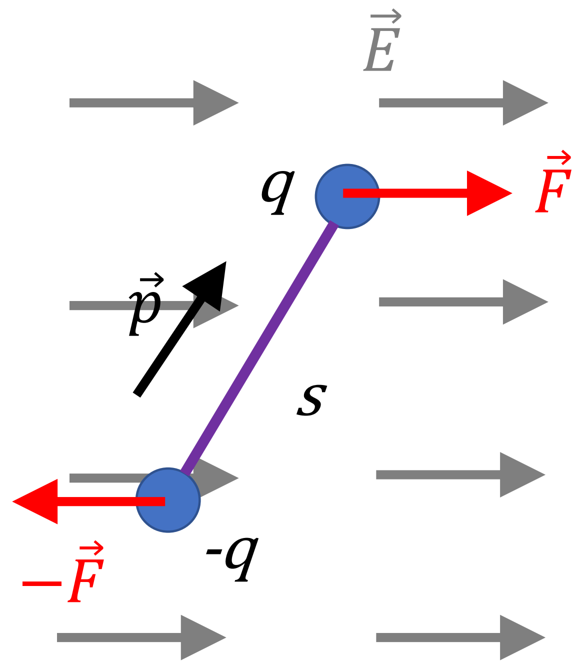


Torque sobre un dipolo en un campo externo

- Las cargas del dipolo sentirán fuerzas opuestas de módulo $F = qE$

- La fuerza resultante será nula, con lo cual el dipolo entero no se va a acelerar.

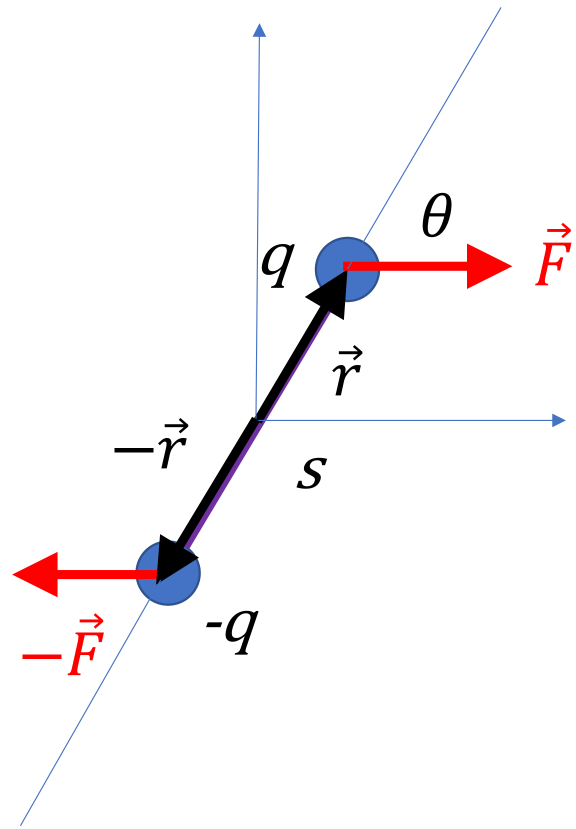
- Sin embargo, si el dipolo no está alineado con el campo habrá un torque



Torque sobre un dipolo en un campo externo

- El torque es

$$\vec{N} = \vec{r}\times\vec{F} + \left(-\vec{r}\times\left(-\vec{F}\right)\right) = 2\,\vec{r}\times\vec{F}$$

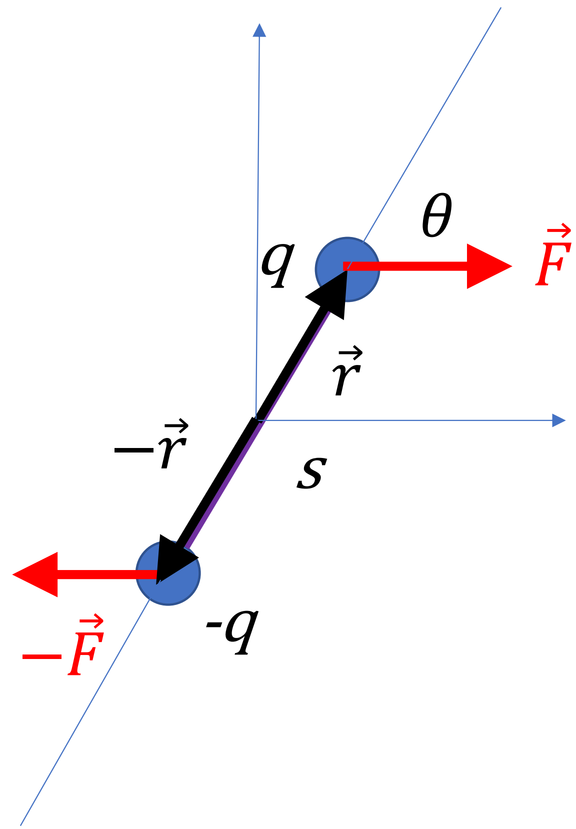


Torque sobre un dipolo en un campo externo

- El torque es

$$\vec{N} = \vec{r}\times\vec{F} + \left(-\vec{r}\times\left(-\vec{F}\right)\right) = 2\,\vec{r}\times\vec{F}$$

- Como $|\vec{r}| = \frac{s}{2}$, $\vec{N}$ apunta hacia adentro de la pantalla y tiene módulo $\left|\vec{N}\right| = sqE\,|\sin\theta\,|$.

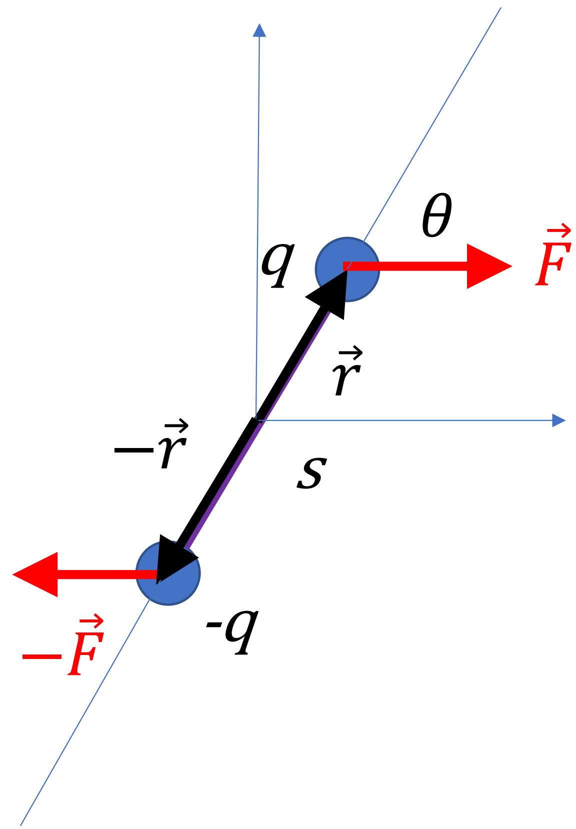


Torque sobre un dipolo en un campo externo

- El torque es
$$\vec{N} = \vec{r}\times\vec{F} + \left(-\vec{r}\times\left(-\vec{F}\right)\right) = 2\,\vec{r}\times\vec{F}$$

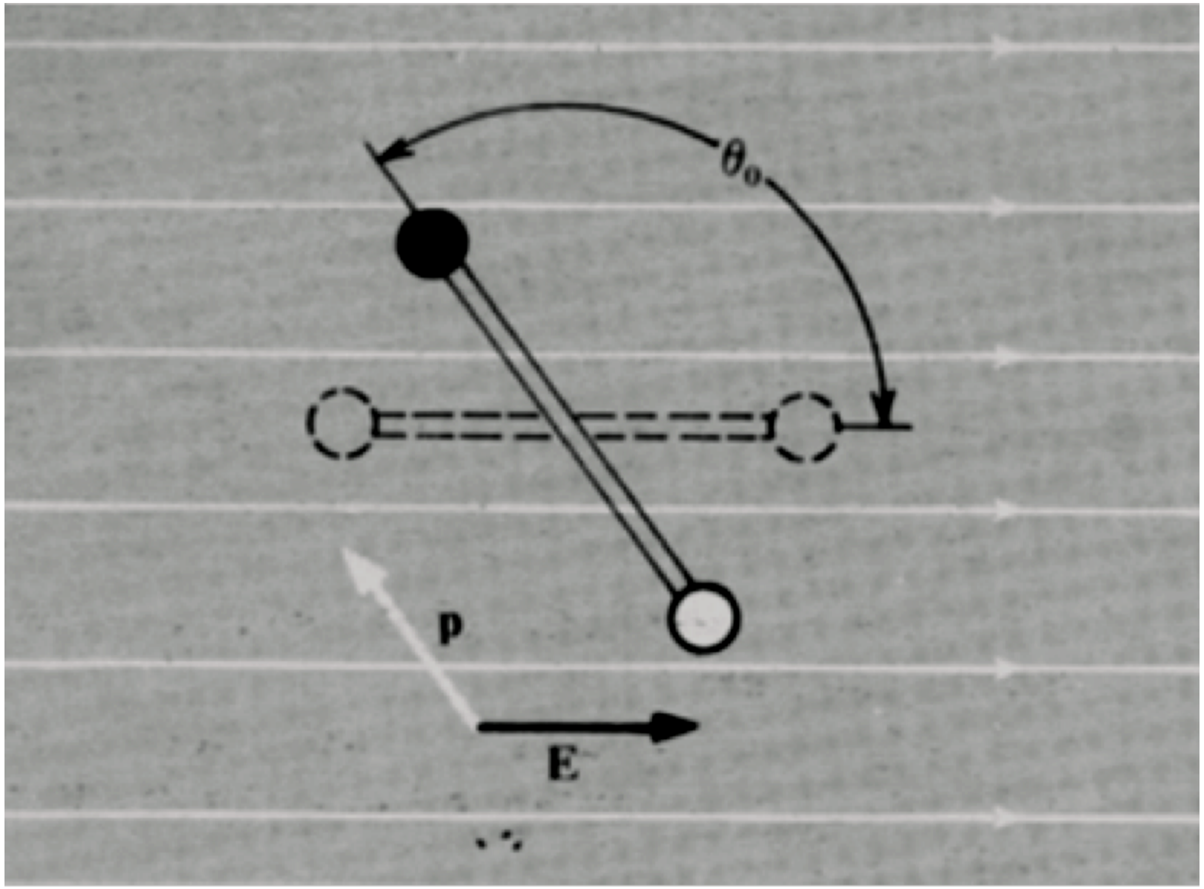
- Como $|\vec{r}| = \frac{s}{2}$, $\vec{N}$ apunta hacia afuera de la pantalla y tiene módulo $\left|\vec{N}\right| = sqE\,|\sin\theta\,|$.

- Pero eso simplemente es
$$\vec{N} = \vec{p}\times\vec{E}$$



Torque sobre un dipolo en un campo externo

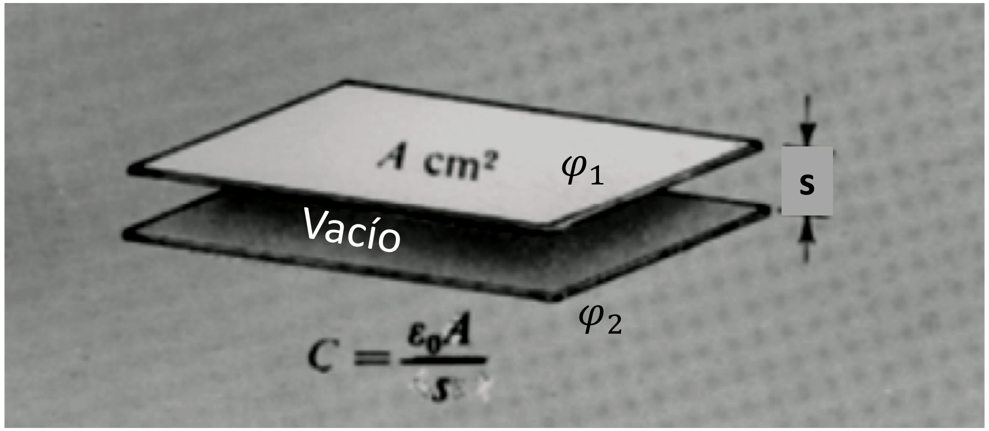
Esto quiere decir que un dipolo en medio de un campo eléctrico uniforme va a tender a alinearse con él a fin de adoptar la configuración de mínima energía

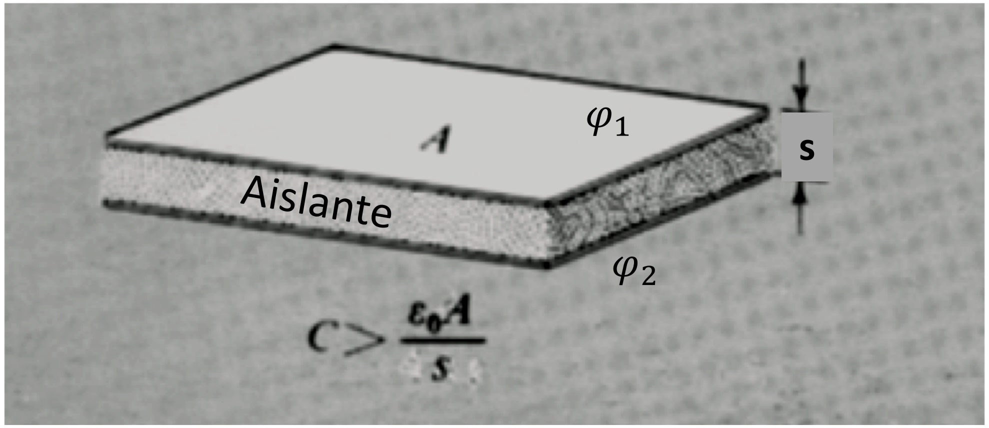


Dieléctricos:

- Propiedades:
  - Son básicamente aislantes
  - Se polarizan en presencia de un campo eléctrico externo
- Usos:
  - Colocados entre conductores aumentan la capacidad por acumulación de carga polarizada.
  - Como aislantes para impedir descargas eléctricas.
  - Colocados entre placas permite achicar distancia entre ellas para aumentar la capacidad.

Experiencia con condensadores en vacío y con dieléctricos



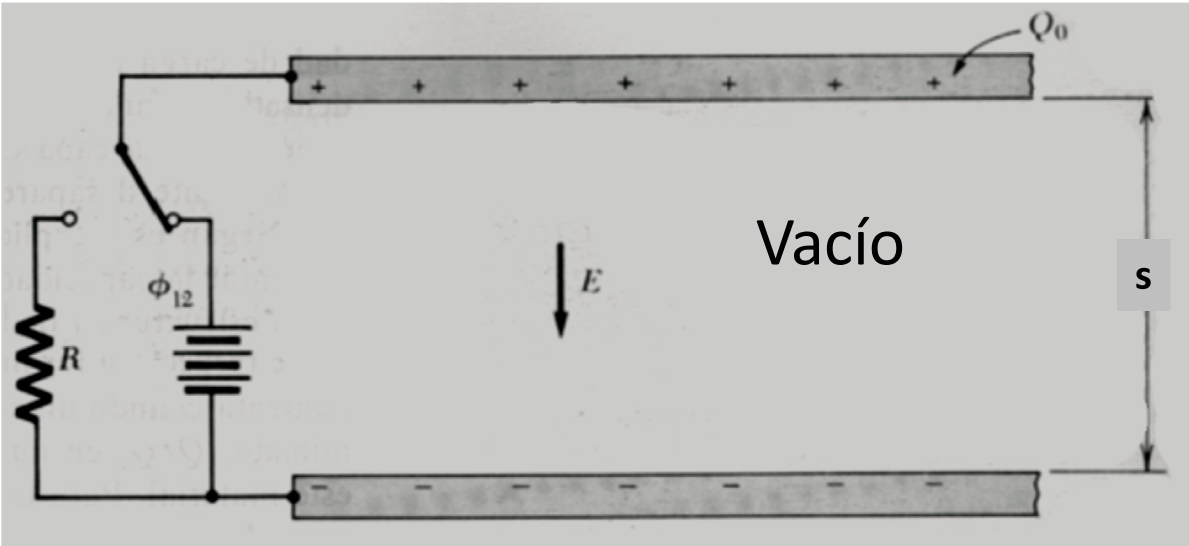


- En el vacío: dos conductores aislados uno del otro. Para uno plano:

$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{\epsilon_0 A}{s}$$

- Cuando metemos un material aislante entre las placas, manteniendo la diferencia de potencial, tenemos una capacidad mayor.

- **Esto se debe a una mayor cantidad de carga en las placas.**



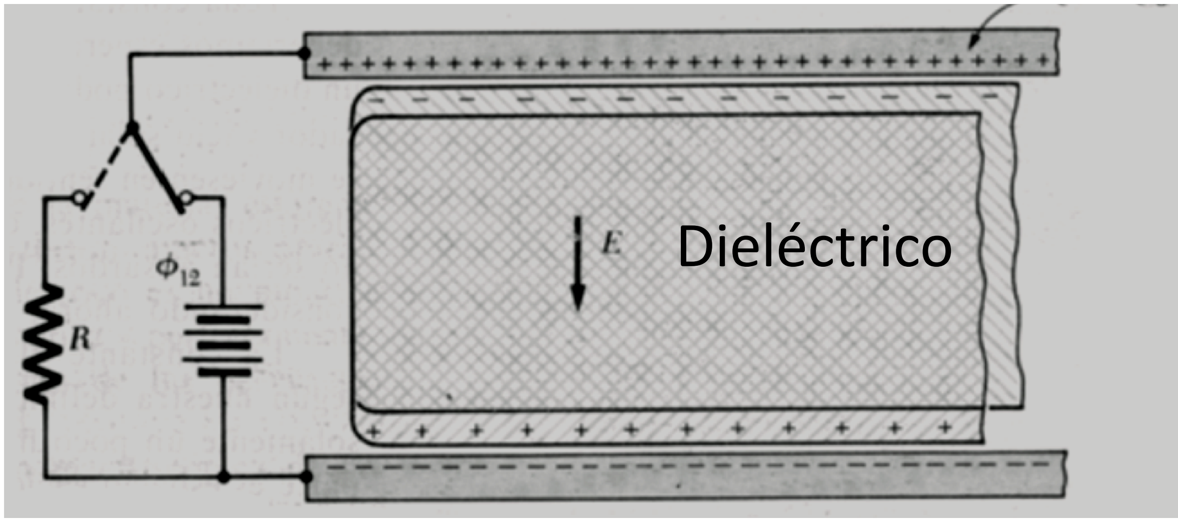
La batería mantiene la diferencia de potencial φ_{12}. Con una carga Q_0, tenemos:

$$Q_0 = C_0 \varphi_{12}$$

El campo eléctrico desplaza en el aislante las cargas positivas hacia abajo y las negativas hacia arriba. Capas no compensadas se ubican junto a las placas. En las placas hay ahora una carga mayor

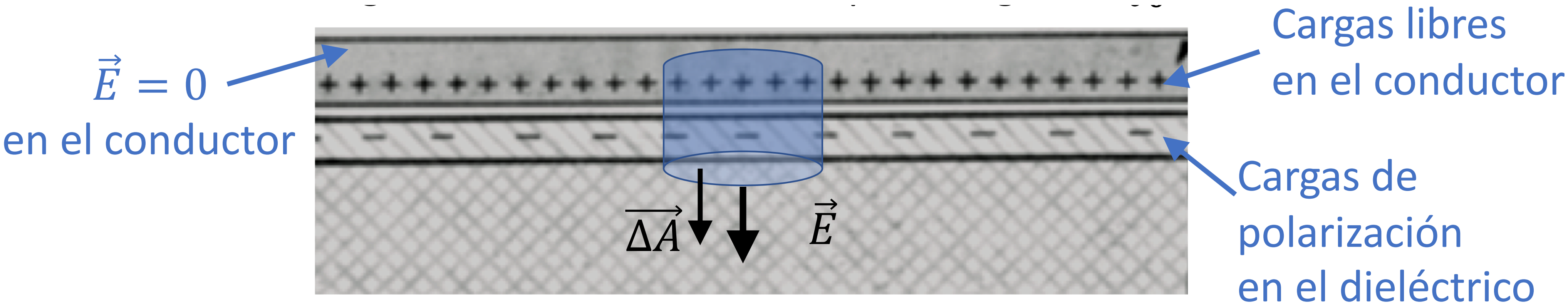
$$Q = \kappa Q_0 \quad \kappa > 1$$

$Q = \kappa Q_0$



Cargas libres y de polarización

- En el vacío, el campo es $E = \frac{\varphi_{12}}{s}$
- Cuando metemos el dieléctrico, en todo el espacio, la diferencia de potencial es la misma (por acción de la batería) y la distancia es la misma con lo cual E no cambia.
- Esto quiere decir que la carga en el conductor Q, más la carga en el borde contiguo del dieléctrico tiene que ser igual a Q_0.



Cargas libres y de polarización

- Entonces definiendo $\kappa > 1$ tal que $Q = \kappa Q_0$, la carga en el borde contíguo del dieléctrico es

$$Q' = -(\kappa Q_0 - Q_0) = (1 - \kappa)Q_0$$

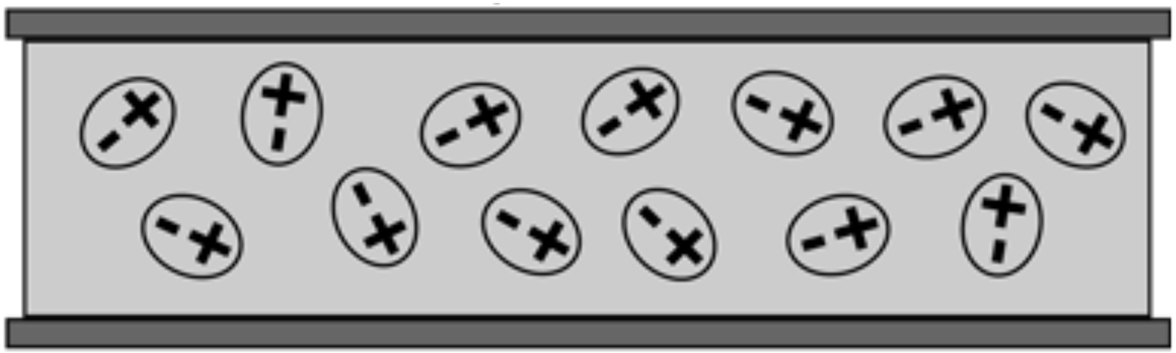
- κ es la **constante dieléctrica**

Tabla 10.1 Constantes dieléctricas de varias substancias κ

Substancia	*Condiciones*	*Constante dieléctrica*
Aire	Gas, 0° C, 1 atm	1,00059
Metano	Gas, 0° C, 1 atm	1,00088
Ácido clorhídrico, HCl	Gas, 0° C, 1 atm	1,0046
Agua H_2O	Gas, 110° C, 1 atm	1,0126
	Líquido, 20° C	80
Benceno, C_6H_6	Líquido, 20° C	2,28
Metanol CH_3OH	Líquido, 20° C	33,6
Amoníaco, NH_3	Líquido, — 34° C	22
Aceite de transformador	Líquido, 20° C	2,24
Cloruro sódico, NaCl	Cristal, 20° C	6,12
Azufre, S	Sólido, 20° C	4,0
Silicio, Si	Sólido, 20° C	11.7
Polietileno	Sólido, 20° C	2,25-2 3
Porcelana	Sólido, 20° C	6,0-8,0
Cera de parafina	Sólido, 20° C	2,1-2,5
Vidrio pyrex 7070	Sólido, 20° C	4,00

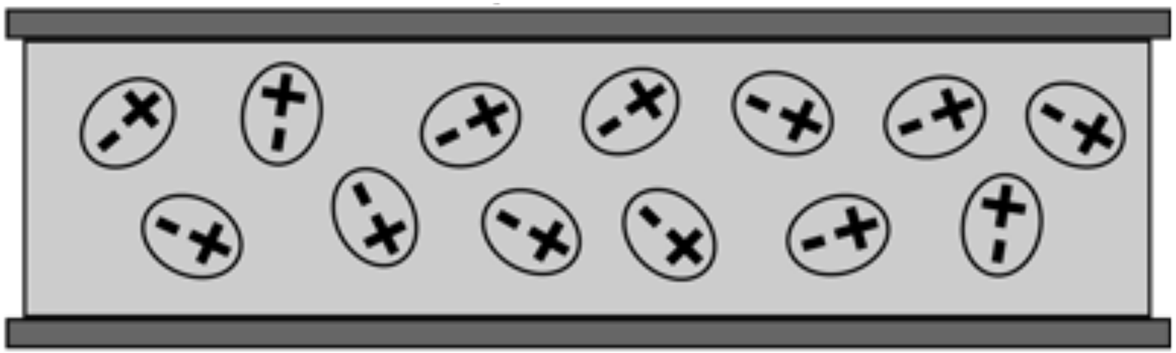
Origen de la respuesta dieléctrica

Moléculas
dipolares permanentes o
inducidas orientadas
desordenadamente

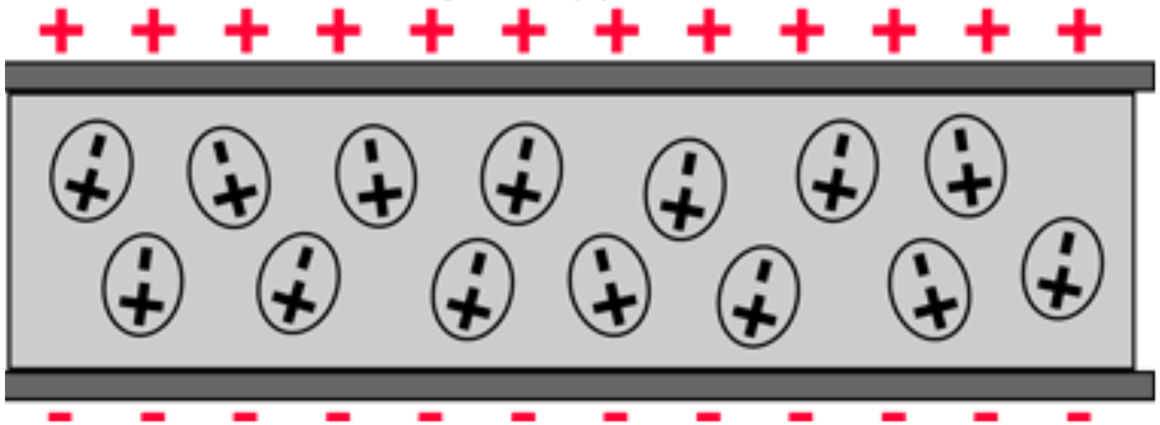


Origen de la respuesta dieléctrica

Moléculas dipolares permanentes o inducidas orientadas desordenadamente



La presencia de un campo externo orienta los dipolos



Polarización

- Definamos la **polarización** $\vec{P}$ como la densidad volumétrica de momentos dipolares eléctricos en un dieléctrico. Si N es el número de dipolos por unidad de volumen dentro de un dieléctrico y $\vec{p}$ es el momento dipolar promedio:

$$\vec{P} = N\vec{p}$$

- Para dieléctricos lineales $\vec{P}$ es proporcional al campo externo $\vec{E}$:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$$

- Donde χ_e es la susceptibilidad eléctrica (cuan fácilmente un dieléctrico se polariza en presencia de un campo externo).

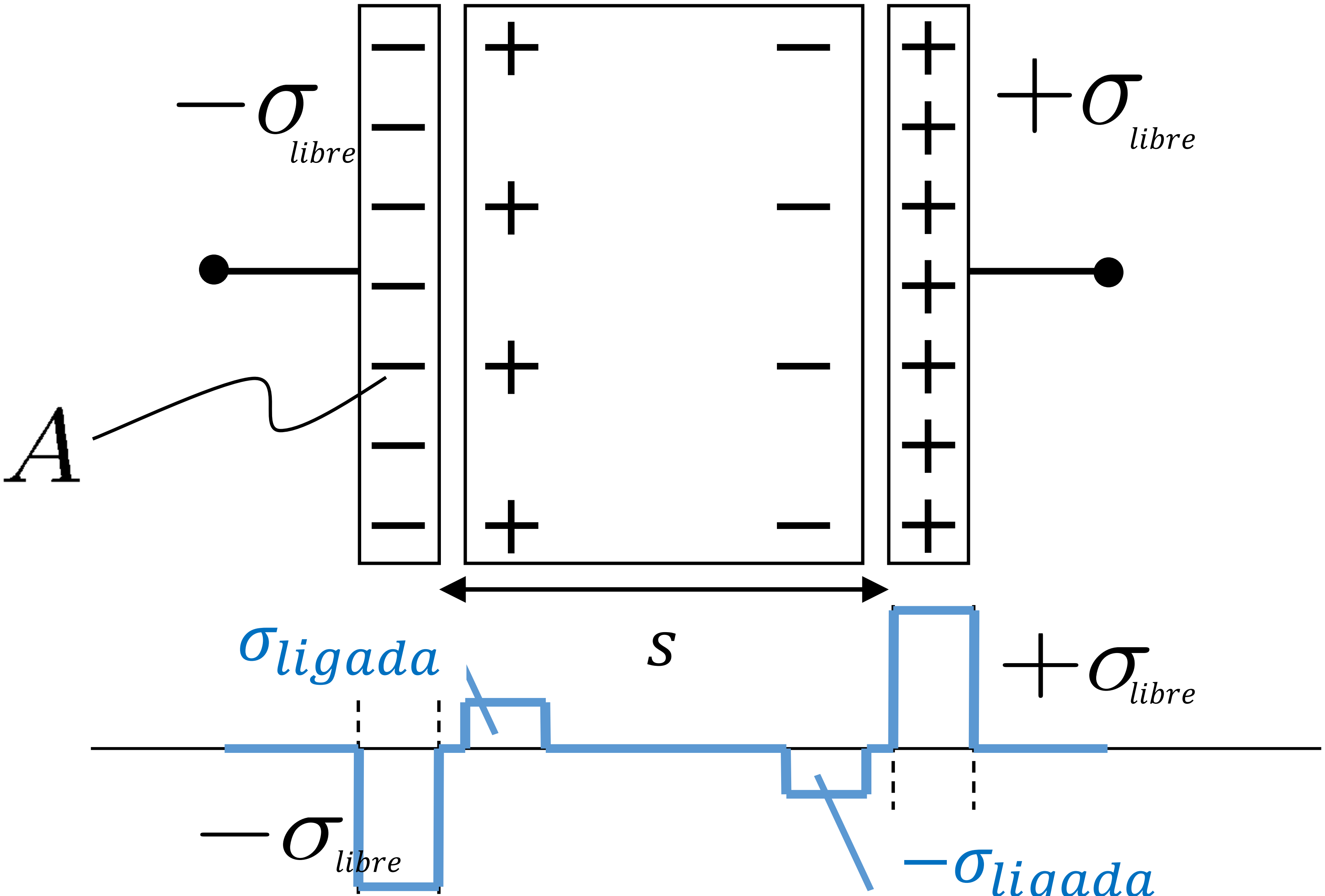
$$\frac{P}{\epsilon_0 E} = \chi_e$$

Cargas ligadas

- Por oposición a la carga libre en los conductores, se denomina carga ligada a la carga asociada a la polarización.

- Su distribución volumétrica ρ_{ligada} se define como:
$$\rho_{ligada} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

- Definida así, en el caso del capacitor plano tenemos, σ_{ligada} es un exceso de carga superficial negativa de polarización frente a la placa conductora cargada positivamente y viceversa.



$-\sigma_{libre}$
$+\sigma_{libre}$
A
s
σ_{ligada}
$+\sigma_{libre}$
$-\sigma_{libre}$
$-\sigma_{ligada}$