

# Experimento de Young: Irradiancia

- La energía eléctrica por unidad de tiempo que atraviesa una unidad de superficie venía dada por:

$$c\epsilon_0 |\vec{E}|^2$$

- Llamamos irradiancia al promedio temporal de este flujo de energía, es una medida del brillo en la pantalla P.

$$I = c\epsilon_0 \langle |\vec{E}|^2 \rangle$$

donde el promedio se toma en un período  $T \gg \tau = \frac{2\pi}{\omega}$

$$\langle |\vec{E}|^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_t^{T+t} |\vec{E}|^2 dt$$

# Experimento de Young: Irradiancia

- Veamos la expresión de  $I$  cuando  $\vec{E}$  es la suma de dos ondas de igual longitud de onda y por lo tanto de igual frecuencia:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

donde

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \vec{E}_{01} \cos(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t + \varepsilon_1)$$

$$\vec{E}_2(\vec{r}, t) = \vec{E}_{02} \cos(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t + \varepsilon_2)$$

# Experimento de Young: Irradiancia

- Tenemos entonces

$$\vec{E}^2 = \vec{E} \cdot \vec{E}$$

$$\vec{E}^2 = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \cdot (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)$$

$$\vec{E}^2 = \vec{E}_1^2 + \vec{E}_2^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$$

# Experimento de Young: Irradiancia

- Olvidándonos de las constantes multiplicativas vemos que si llamamos

$$I_1 = \langle |\vec{E}_1|^2 \rangle \quad \text{e} \quad I_2 = \langle |\vec{E}_2|^2 \rangle \quad \text{e} \quad I_{12} = 2\langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle$$

- Entonces

$$I = \langle |\vec{E}|^2 \rangle = I_1 + I_2 + I_{12}$$

- El tercer término es el término de *interferencia*.

# Experimento de Young: Irradiancia

- Para calcular el término de interferencia primero debemos escribir

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 &= \vec{\mathbf{E}}_{01} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{02} \cos(\vec{\mathbf{k}}_1 \cdot \vec{\mathbf{r}} - \omega t + \varepsilon_1) \\ &\quad \times \cos(\vec{\mathbf{k}}_2 \cdot \vec{\mathbf{r}} - \omega t + \varepsilon_2)\end{aligned}$$

- Luego separar la parte temporal de los cos(..)

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 &= \\ \vec{\mathbf{E}}_{01} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{02} &[\cos(\vec{\mathbf{k}}_1 \cdot \vec{\mathbf{r}} + \varepsilon_1) \cos \omega t + \sin(\vec{\mathbf{k}}_1 \cdot \vec{\mathbf{r}} + \varepsilon_1) \sin \omega t] \\ &\times [\cos(\vec{\mathbf{k}}_2 \cdot \vec{\mathbf{r}} + \varepsilon_2) \cos \omega t + \sin(\vec{\mathbf{k}}_2 \cdot \vec{\mathbf{r}} + \varepsilon_2) \sin \omega t]\end{aligned}$$

# Experimento de Young: Irradiancia

- Al aplicar propiedad distributiva y promediar en el tiempo, sólo sobreviven los términos que tienen  $(\cos(\omega t))^2$  y  $(\sin(\omega t))^2$  cuyo promedio es  $\frac{1}{2}$ , con lo cual:

$$\langle \vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 \rangle_T = \frac{1}{2} \vec{\mathbf{E}}_{01} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{02} \cos(\vec{\mathbf{k}}_1 \cdot \vec{\mathbf{r}} + \varepsilon_1 - \vec{\mathbf{k}}_2 \cdot \vec{\mathbf{r}} - \varepsilon_2)$$

- Donde

$$(\vec{\mathbf{k}}_1 \cdot \vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{k}}_2 \cdot \vec{\mathbf{r}} + \varepsilon_1 - \varepsilon_2),$$

- Es la diferencia de fase que llamamos  $\delta$

# Experimento de Young: Irradiancia

- Si agregamos la simplificación

$$\vec{E}_{01} = \vec{E}_{02} = \vec{E}_0$$

- Tenemos

$$I_1 = I_2 = I_0 = \frac{E_0^2}{2}$$

y

$$I_{12} = \frac{1}{2} E_0^2 \cos \delta$$

- Entonces

$$I = 2I_0(1 + \cos \delta) = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}$$

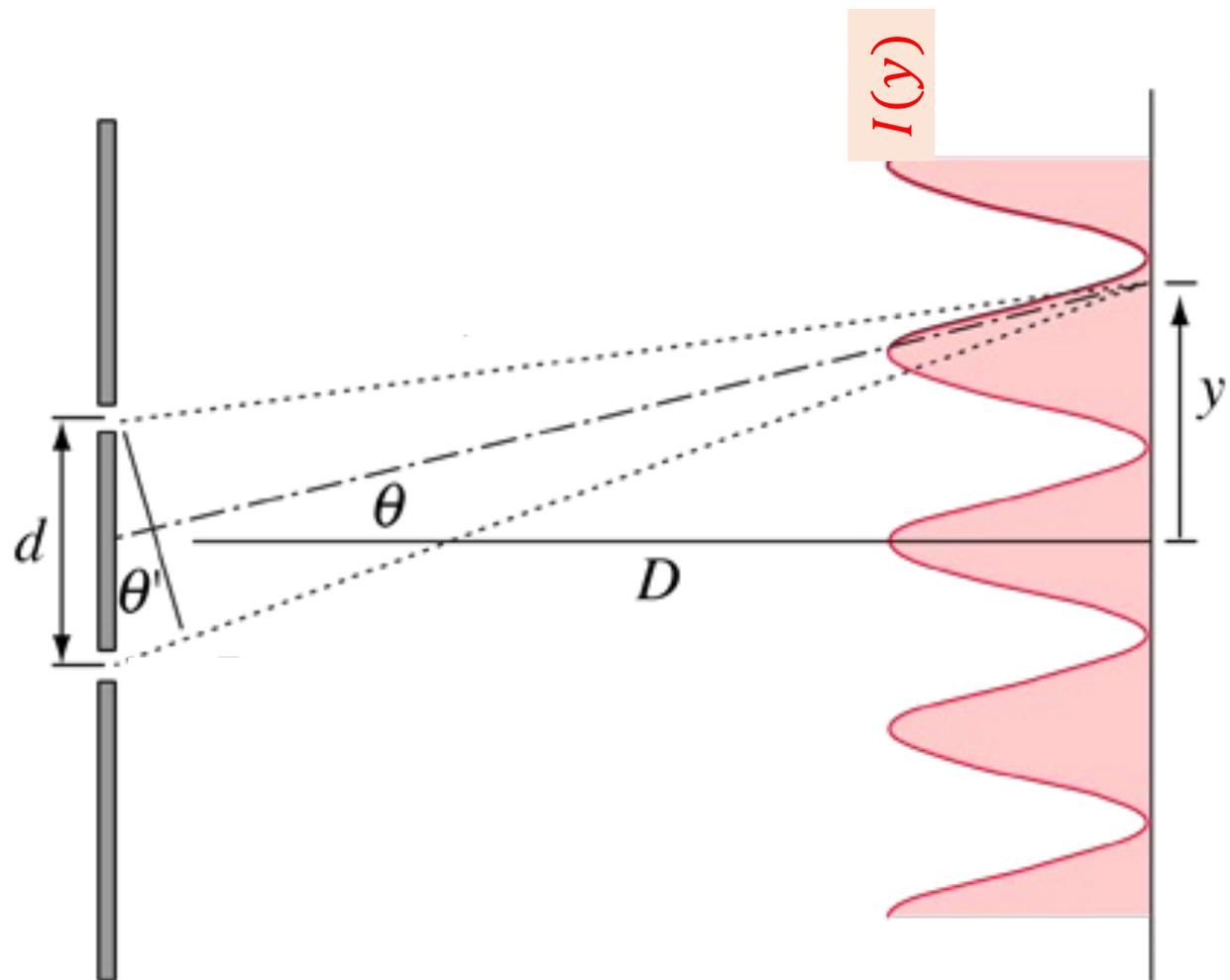
# Experimento de Young: Irradiancia

- En Young, no hay diferencia de fase inicial entre las ondas y  $\vec{k} = \vec{k}_1 = \vec{k}_2$  por lo que la diferencia de fase ocurre por la diferencia de distancia  $r_1 - r_2$
- Entonces para  $\delta_{max} = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi \dots$

$$I_{max} = 4I_0$$

- Mientras que para  $\delta_{min} = \pm\pi, \pm 3\pi \dots$

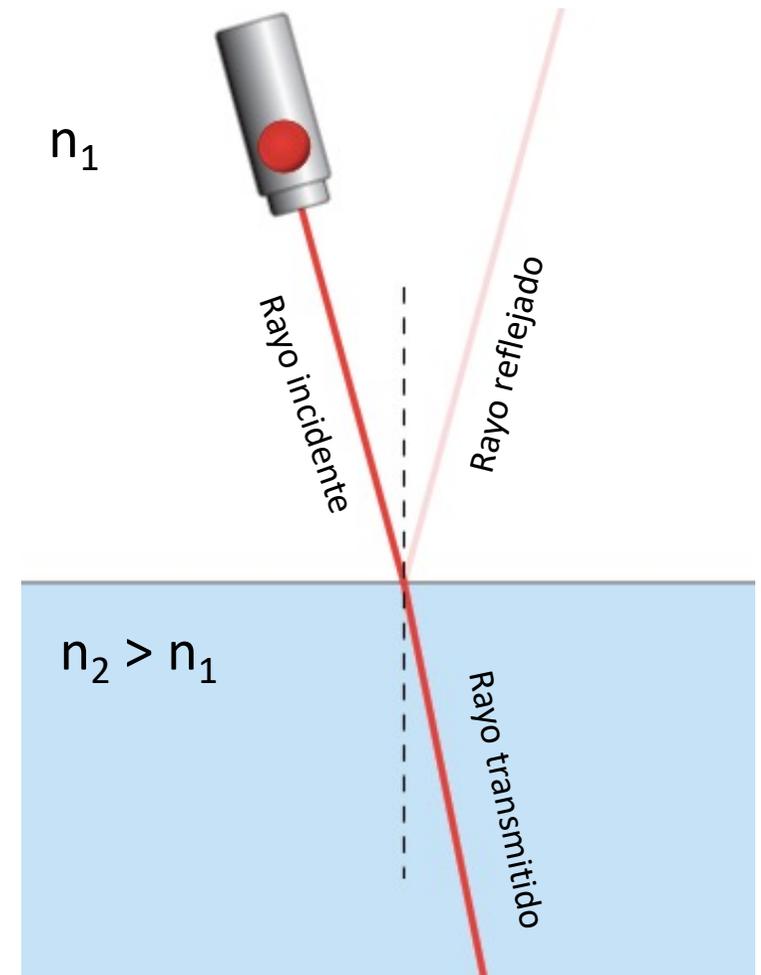
$$I_{min} = 0$$



Interferencia por  
reflexión/refracción

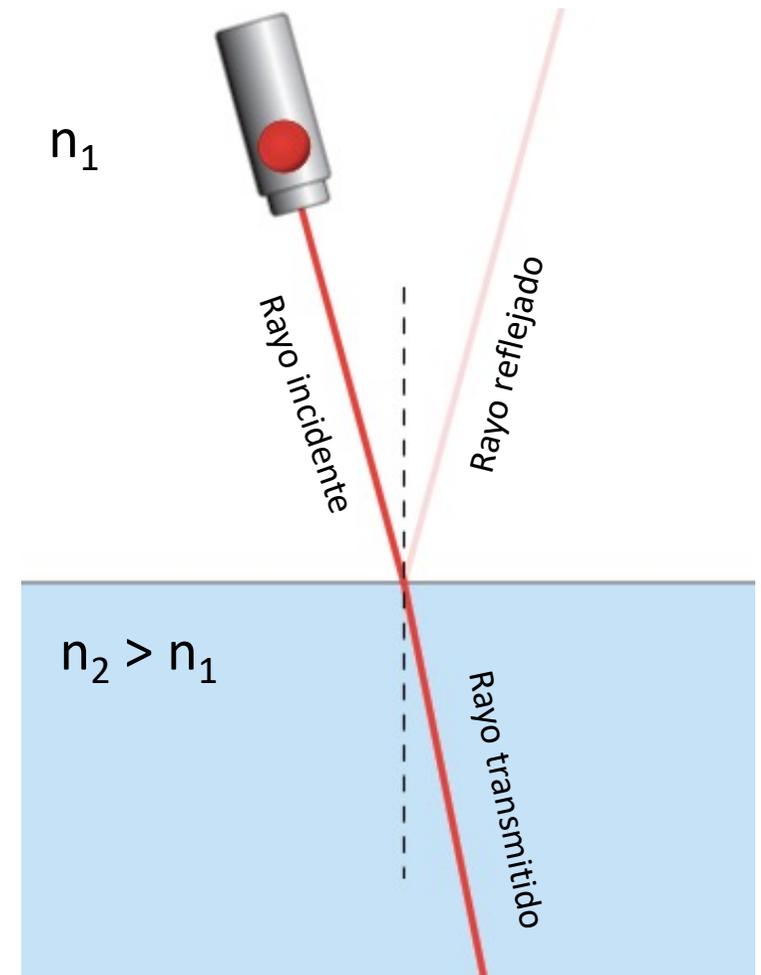
# Reflexión, refracción y fase

- La experiencia muestra que en toda interfase entre dos medios  $n_1$  y  $n_2$ , una onda electromagnética incidente da lugar a una onda transmitida y otra reflejada.



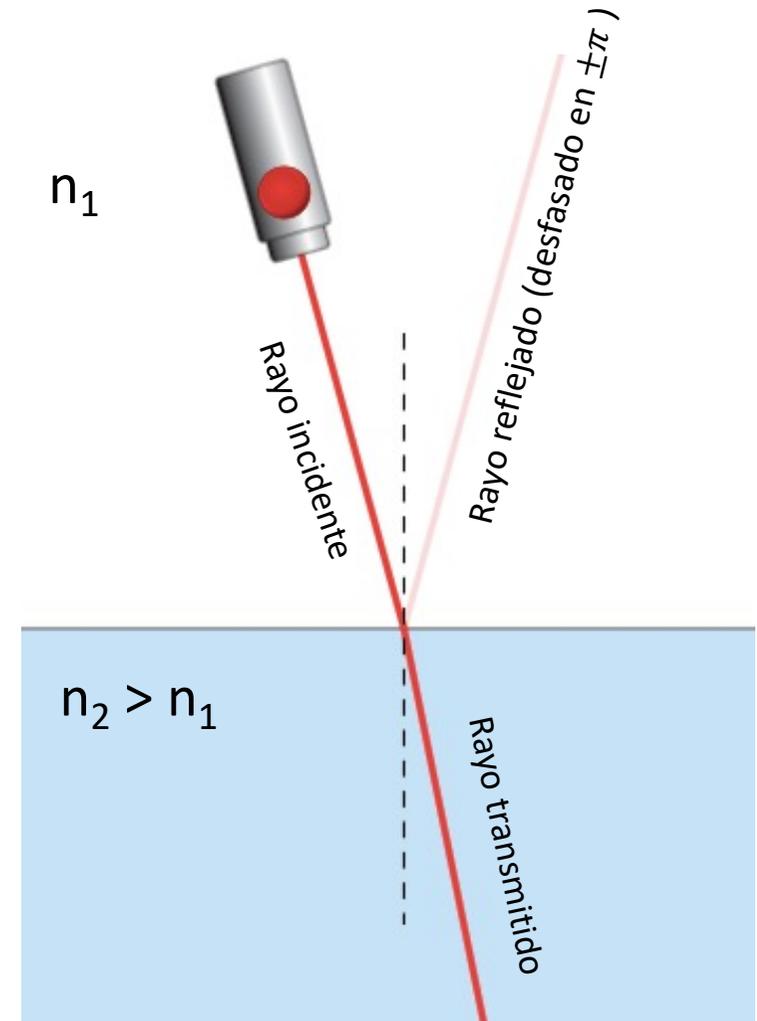
# Reflexión, refracción y fase

- La experiencia muestra que en toda interfase entre dos medios  $n_1$  y  $n_2$ , una onda electromagnética incidente da lugar a una onda transmitida y otra reflejada.
- De la misma manera que en la cuerda con extremo fijo, el campo eléctrico de la onda reflejada se invierte respecto al campo de la incidente si  $n_2 > n_1$ .



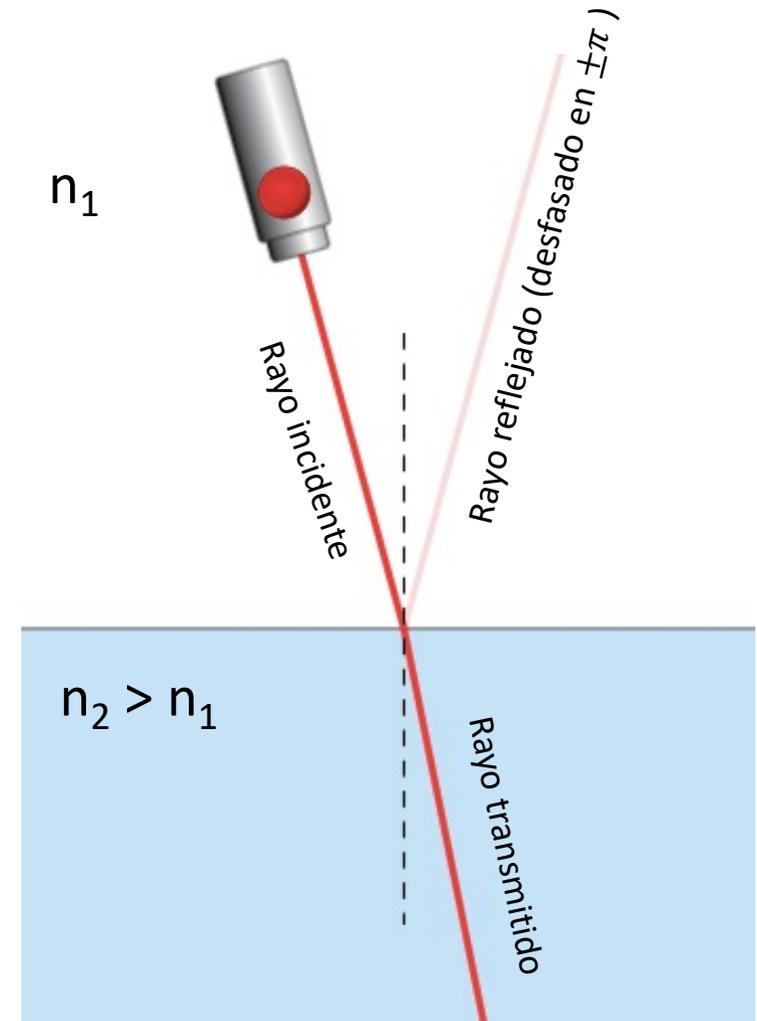
# Reflexión, refracción y fase

- La experiencia muestra que en toda interfase entre dos medios  $n_1$  y  $n_2$ , una onda electromagnética incidente da lugar a una onda transmitida y otra reflejada.
- De la misma manera que en la cuerda con extremo fijo, el campo eléctrico de la onda reflejada se invierte respecto al campo de la incidente si  $n_2 > n_1$ .
- Esto significa un cambio de fase de  $\pm\pi$  en la fase de la onda reflejada respecto a la incidente.



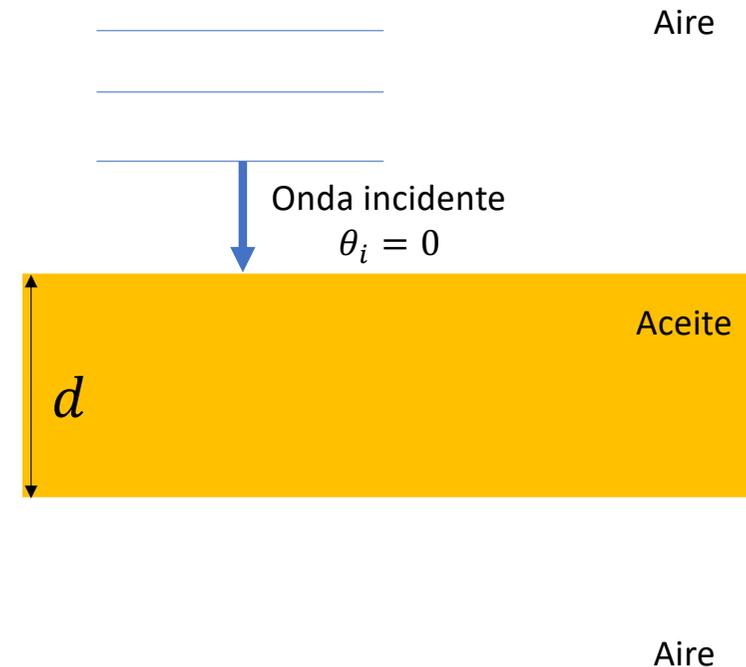
# Reflexión, refracción y fase

- La experiencia muestra que en toda interfase entre dos medios  $n_1$  y  $n_2$ , una onda electromagnética incidente da lugar a una onda transmitida y otra reflejada.
- De la misma manera que en la cuerda con extremo fijo, el campo eléctrico de la onda reflejada se invierte respecto al campo de la incidente si  $n_2 > n_1$ .
- Esto significa un cambio de fase de  $\pm\pi$  en la fase de la onda reflejada respecto a la incidente.
- La onda transmitida no presenta desfasaje ni tampoco hay desfasaje en la reflejada cuando  $n_2 < n_1$ .



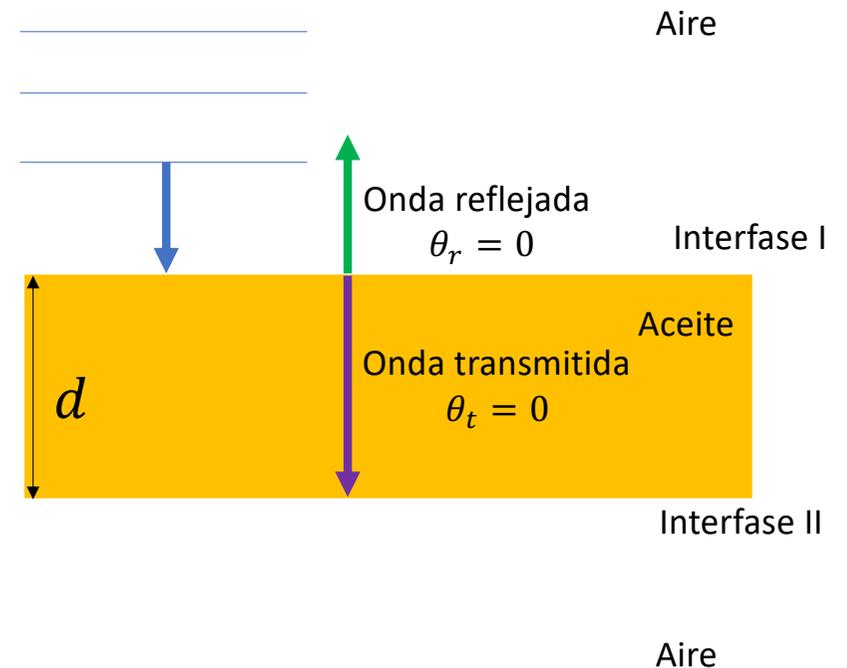
# Interferencia de láminas delgadas

- Imaginemos una lámina fina de aceite ( $n = 1,45$ ) rodeada de aire.
- La lámina es delgada (la onda no debe perder coherencia) de espesor  $d$ .
- Una onda plana, coherente, de longitud de onda  $\lambda$  incide **normalmente** desde el aire.



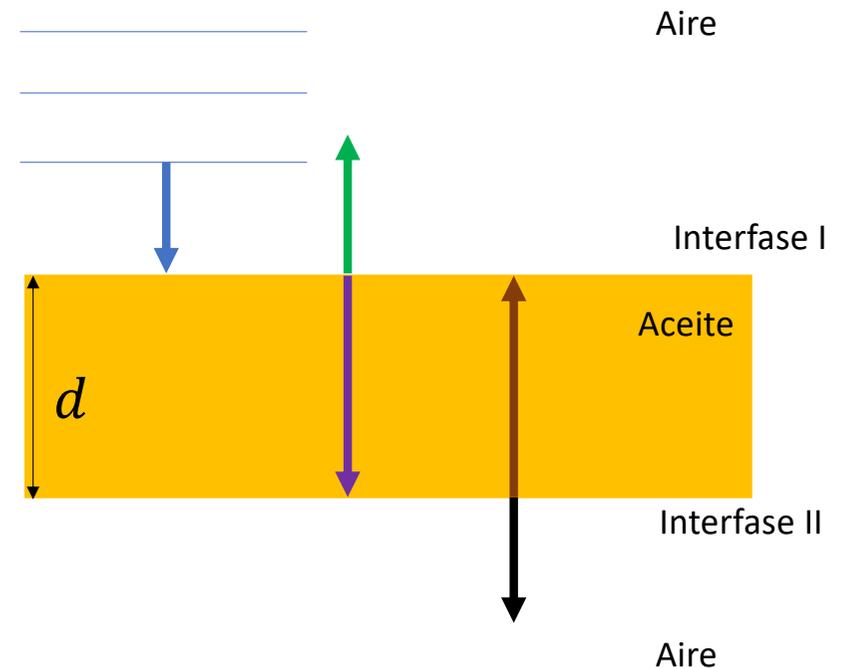
# Interferencia de láminas delgadas

- Producto de la reflexión y la refracción, el rayo incidente en la interfase I se separa en dos partes: Una minoritaria que se refleja (verde) y otra mayoritaria que entra en el aceite (violeta).



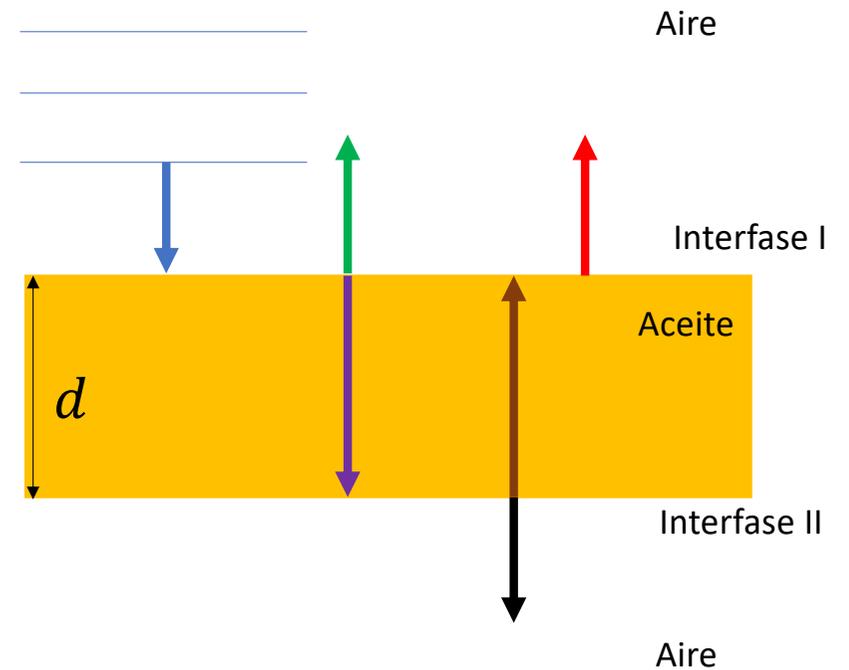
# Interferencia de láminas delgadas

- Producto de la reflexión y la refracción, el rayo incidente en la interfase I se separa en dos partes: Una minoritaria que se refleja (verde) y otra mayoritaria que entra en el aceite (violeta).
- El rayo violeta incide normalmente en la interfase II y da lugar a un rayo reflejado (marrón) y otro (negro) que pasa del otro lado



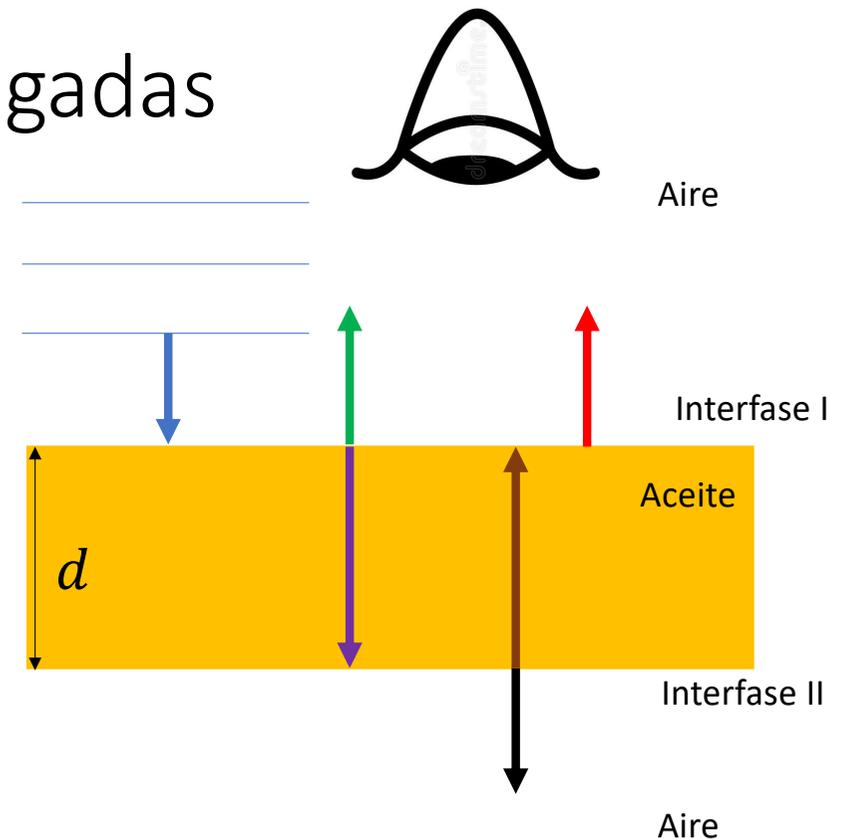
# Interferencia de láminas delgadas

- El rayo marrón, reflejado en la interfase II se refracta volviendo a la capa superior de aire (color rojo).



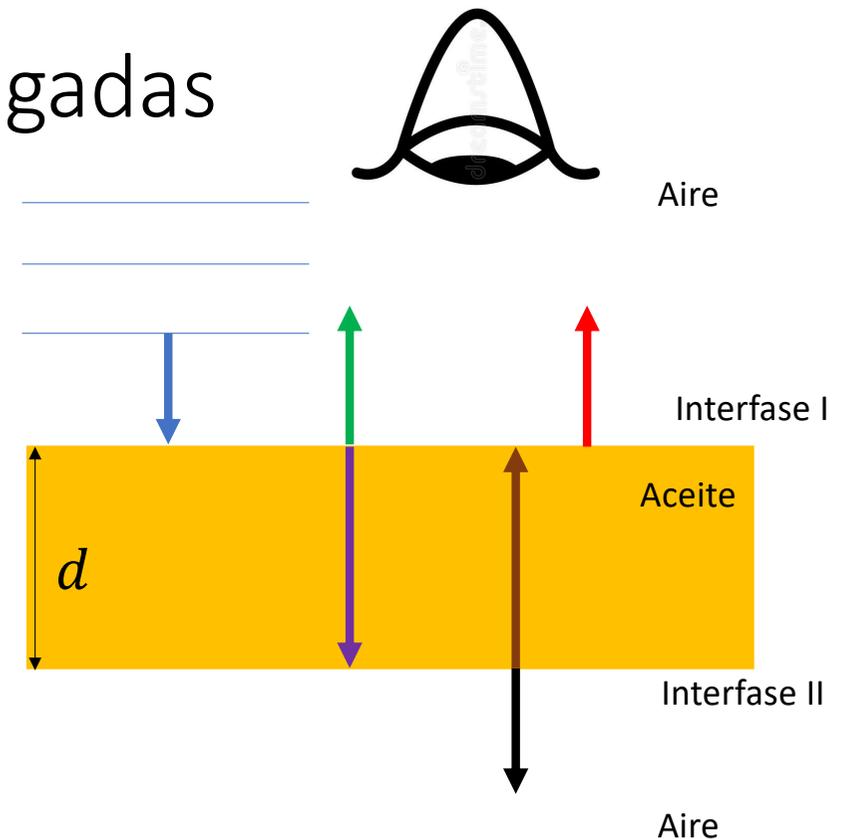
# Interferencia de láminas delgadas

- El rayo marrón, reflejado en la interfase II se refracta volviendo a la capa superior de aire (color rojo).
- Una persona que ve desde arriba (por reflexión) va a ver una interferencia entre los rayos verde y rojo.



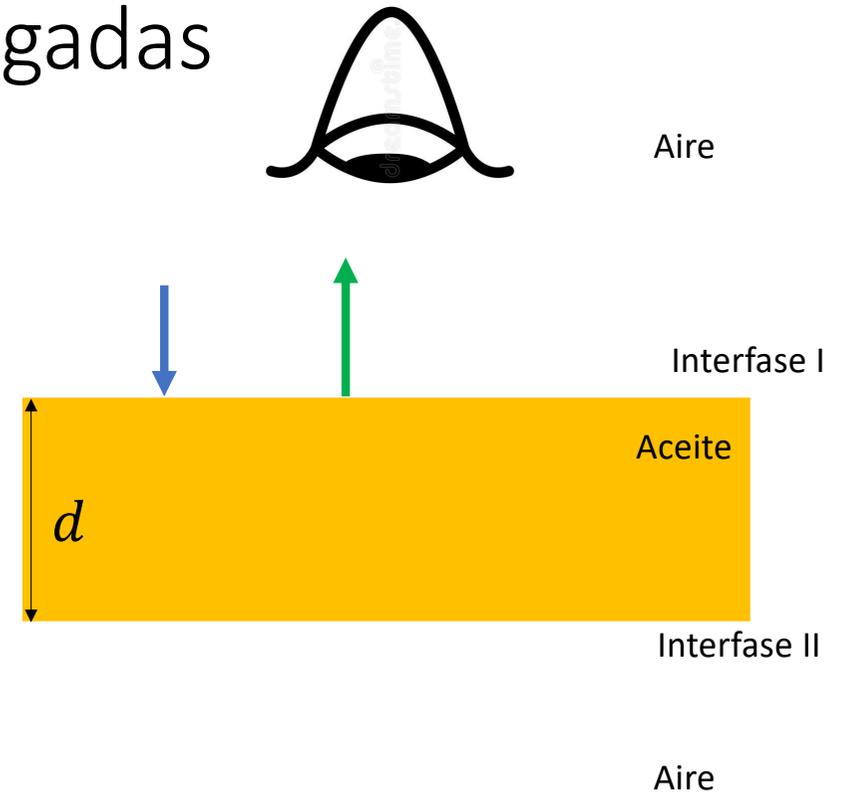
# Interferencia de láminas delgadas

- El rayo marrón, reflejado en la interfase II se refracta volviendo a la capa superior de aire (color rojo).
- Una persona que ve desde arriba (por reflexión) va a ver una interferencia entre los rayos verde y rojo.
- ¿Cómo será la interferencia entre estos dos rayos?



# Interferencia de láminas delgadas

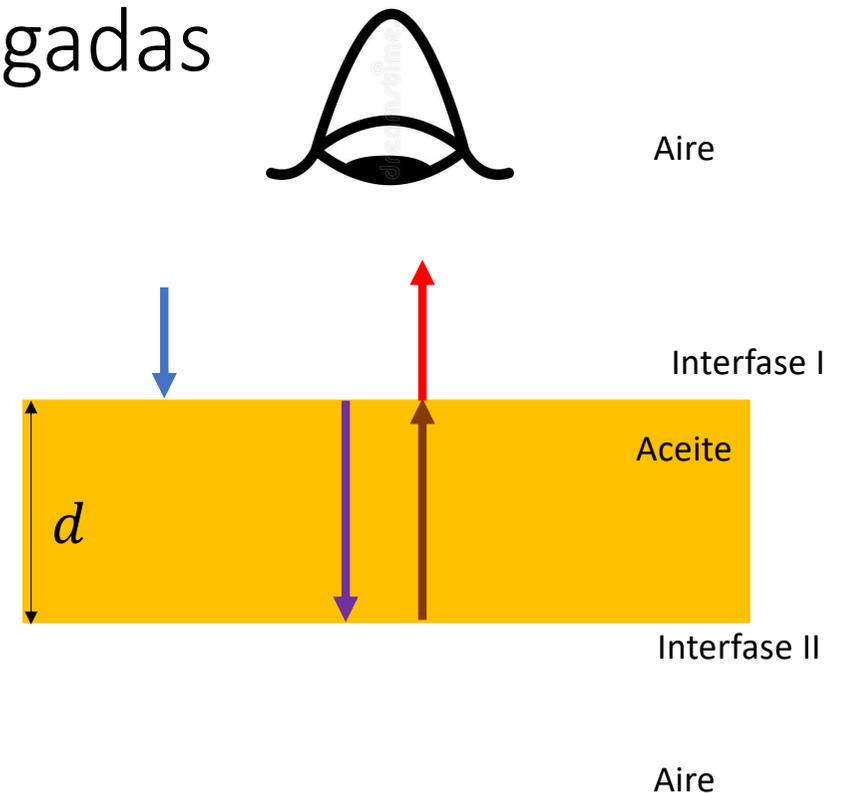
- Veamos la diferencia de fase entre ambos cuando emergen del aceite
- Por **reflejarse** en una interfase desde un  $n$  mayor (aceite) de vuelta a un  $n$  menor (aire) el rayo verde se desfasa  $\pi$  respecto al incidente.
- El rayo verde no acumula diferencia de fase adicional pues no viaja dentro del aceite.



Diferencia de fase total  
del rayo verde:  $\pi$

# Interferencia de láminas delgadas

- El rayo rojo tiene origen en la refracción del rayo azul en la interfase I, la reflexión en la interfase II y por último la refracción en la interfase I.
- En la reflexión en la interfase II no suma diferencia de fase como el rayo verde pues lo hace desde un  $n$  menor (aire) de vuelta a un  $n$  menor (aceite).
- Por viajar una distancia igual a  $2d$  dentro del aceite, la diferencia de fase respecto al rayo azul es:  $k_{ac}2d$



Diferencia de fase total  
del rayo rojo:  $2k_{ac}d = \frac{4\pi d}{\lambda_{ac}}$

# Interferencia de láminas delgadas

- Recordemos que la cantidad crucial en la interferencia de dos ondas es la diferencia de sus fases

$\delta$

$$= (\textit{fase acumulada por rayo verde} - \textit{fase acumulada por rayo rojo})$$

- Fase acumulada por rayo verde

0 por camino recorrido ;  $\pi$  por reflexión

- Fase acumulada por el rayo rojo

$\frac{4\pi d}{\lambda_{ac}}$  por camino recorrido + 0 de reflexiones

# Interferencia de láminas delgadas

- La diferencia de fase entre los rayos verde y rojo es entonces

$$\delta = \pi - \frac{4\pi d}{\lambda_{ac}} = \pi - \frac{4\pi d n_{ac}}{\lambda_{vacio}}$$

- Para que haya **interferencia constructiva**:

$$\delta = \delta_{max} = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \pm 6\pi \dots$$

- Para que haya **interferencia destructiva**:

$$\delta = \delta_{min} = \pm\pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi \dots$$

# Valores de $d$ para interferencia constructiva

- Si fijo  $\lambda$  modificando  $d$  vamos a tener aumento en la intensidad en los rayos reflejados si

$$d = d_{max} = -\frac{(\delta_{max} - \pi)\lambda}{4\pi n_{ac}}$$

- Recordar que  $d_{max}$  debe ser positivo. Probemos valores de  $\delta_{max}$ .

$\delta_{max}$	$d_{max}$
$2\pi, 4\pi, 6\pi\dots$	Negativo (no sirve)
0	$\frac{\lambda}{4n_{ac}}$
$-2\pi$	$\frac{3\lambda}{4n_{ac}}$
$-4\pi$	$\frac{5\lambda}{4n_{ac}}$

## Valores de $d$ para interferencia constructiva

- El valor más pequeño de  $d_{max}$  para tener interferencia constructiva es 
$$\frac{\lambda}{4n_{ac}}$$

- Supongamos  $\lambda = 550 \text{ nm}$  (amarillo verdoso) entonces, el espesor mínimo vale:

$$\frac{\lambda}{4n_{ac}} = 94,8 \text{ nm}$$

- Otros espesores válidos serán

$$3 \times 94,8 \text{ nm}, 5 \times 94,8 \text{ nm}, 7 \times 9,8 \text{ nm} \text{ etc}$$

## Valores de $d$ para interferencia destructiva

- Si fijo  $\lambda$  modificando  $d$  voy a poder tener disminución en la intensidad en los rayos reflejados si

$$d = d_{min} = -\frac{(\delta_{min} - \pi)\lambda}{4\pi n_{ac}}$$

- Nuevamente,  $d_{min}$  debe ser positivo. Probemos valores de  $\delta_{min}$ .

$\delta_{min}$	$d_{min}$
$3\pi, 5\pi\dots$	Negativo (no sirve)
$\pi$	0 (lámina hiperdelgada)
$-\pi$	$\frac{\lambda}{2n_{ac}}$
$-3\pi$	$\frac{\lambda}{n_{ac}}$

## Valores de $d$ para interferencia destructiva

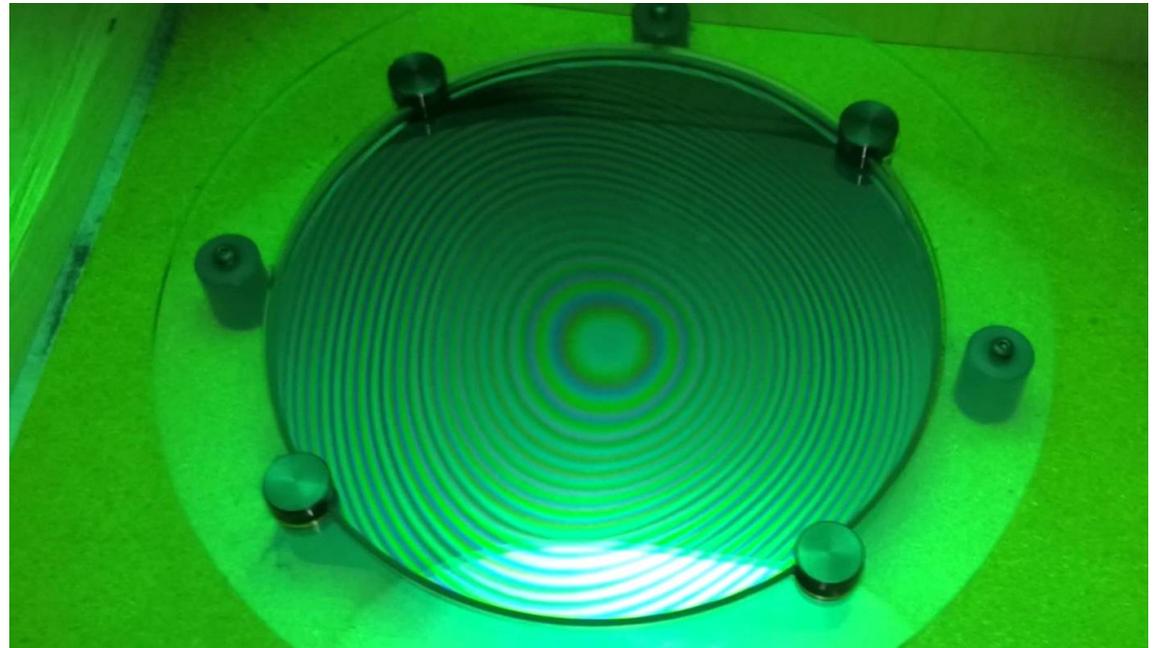
- El valor más pequeño de  $d_{min}$  para tener interferencia destructiva es

$$0$$

- Esto vale para todo  $\lambda$
- Otros espesores válidos serán dependientes de  $\lambda$ . Para  $\lambda = 400 \text{ nm}$  (azul)  
 $137,9 \text{ nm}, 2 \times 137,9 \text{ nm}, 3 \times 137,9,7 \text{ nm}$  etc

# Anillos de Newton

- Patrones de interferencia generados por rayos que viajan entre dos superficies de simetría axial extremadamente próximas que se tocan en un punto central.
- Efecto investigado por Newton en 1704 en su libro *Opticks*

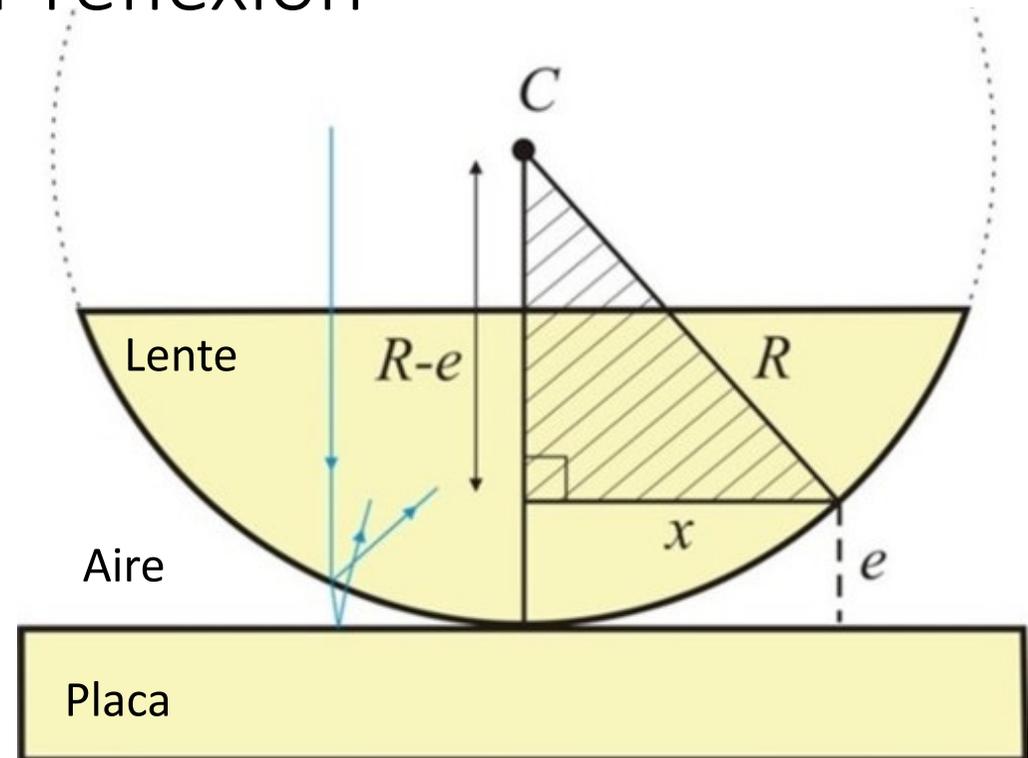




# Anillos de Newton por reflexión

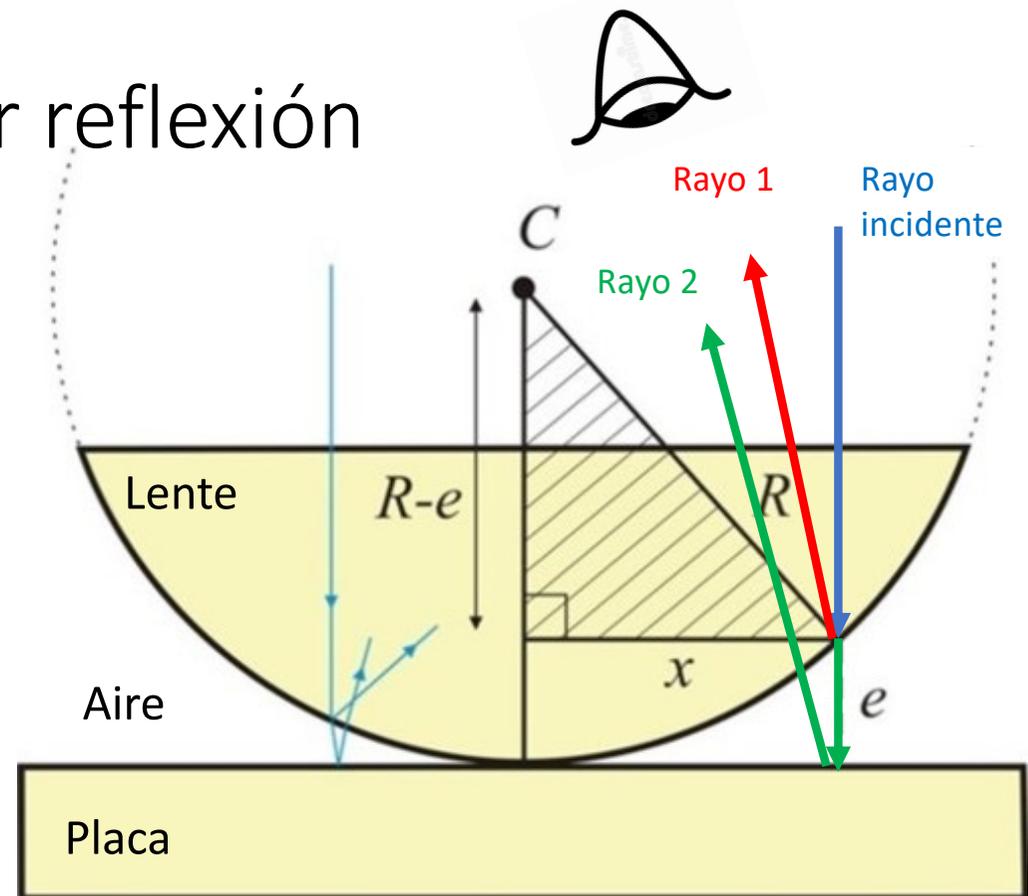
- Se hace incidir un haz de luz monocromática de manera normal a la placa.
- Se estudia la interferencia por reflexión en una región próxima al punto de contacto donde el espesor de la capa de aire

$$e \ll R$$



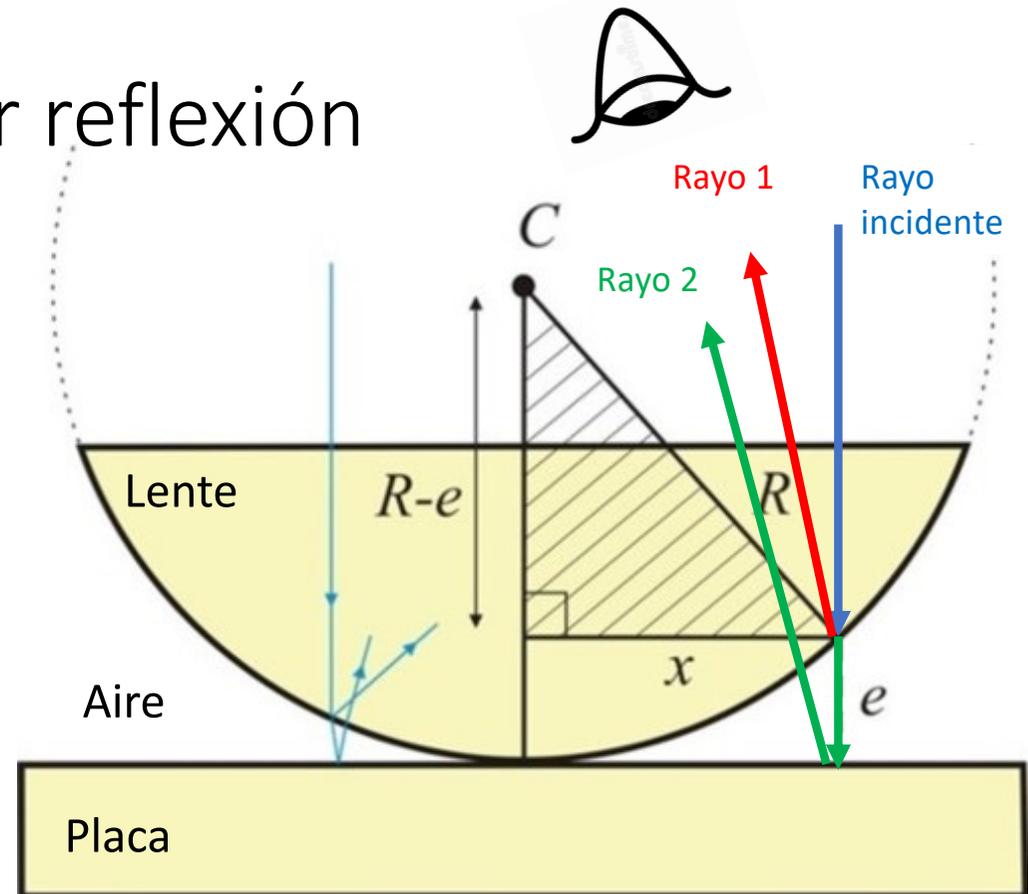
# Anillos de Newton por reflexión

- En virtud de la aproximación anterior, la incidencia de todos los rayos del experimento pueden asumirse normal a las interfaces.
- El rayo 1 surge de la reflexión en la interfase lente/aire
- El rayo 2 es producto de la refracción en la interfase lente/aire, reflexión en la interfase aire/placa y refracción en la interfase lente/aire



# Anillos de Newton por reflexión

- Expresemos la distancia  $e$  en términos del radio  $x$  en la aproximación  $e \ll R$ .
- Apliquemos Pitágoras al triángulo rectángulo sombreado:  
$$R^2 = x^2 + (R - e)^2$$
$$R^2 = x^2 + R^2 - 2Re + e^2$$
- Consideramos que el término  $e^2$  es muy pequeño en comparación a los otros



# Anillos de Newton por reflexión

- Entonces

$$R^2 \cong x^2 + R^2 - 2Re$$

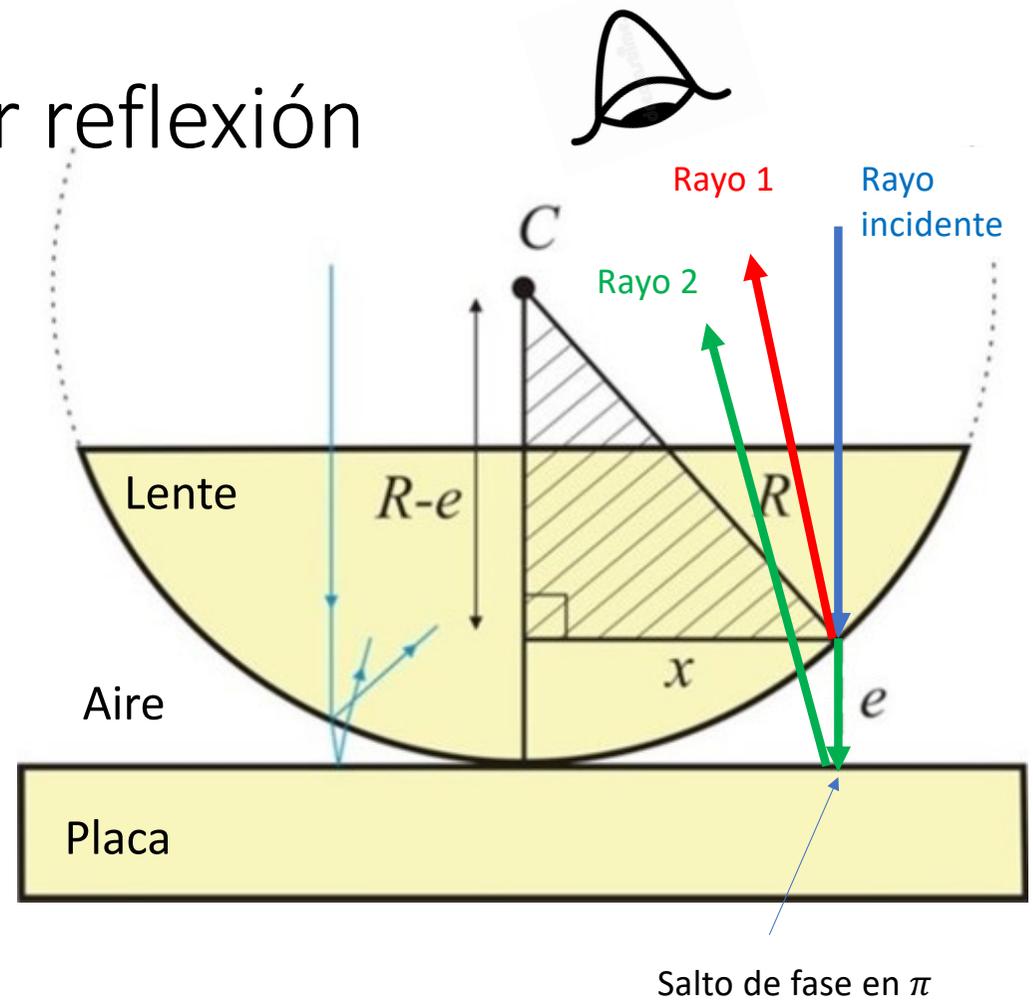
$$2Re \cong x^2$$

$$e \cong \frac{x^2}{2R}$$

- La diferencia de fase entre el rayo 1 y el 2 es:

$$\delta = 2ke + \pi$$

$$\delta = k \frac{x^2}{R} + \pi$$



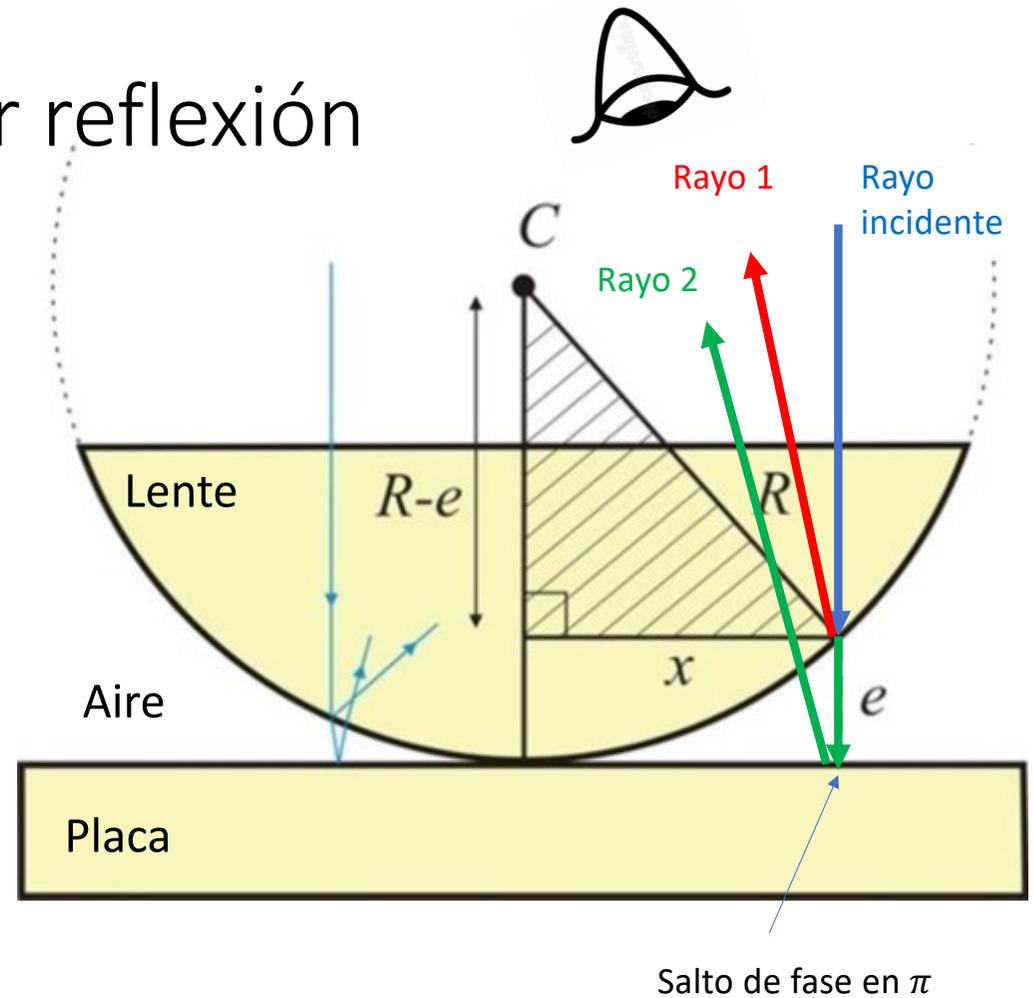
# Anillos de Newton por reflexión

- Los rayos interferirán constructivamente cuando:

$$\delta_{max} = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$$

- Esto implica determinados valores de  $x_{max}$  tales que:

$$k \frac{x_{max}^2}{R} + \pi = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$$

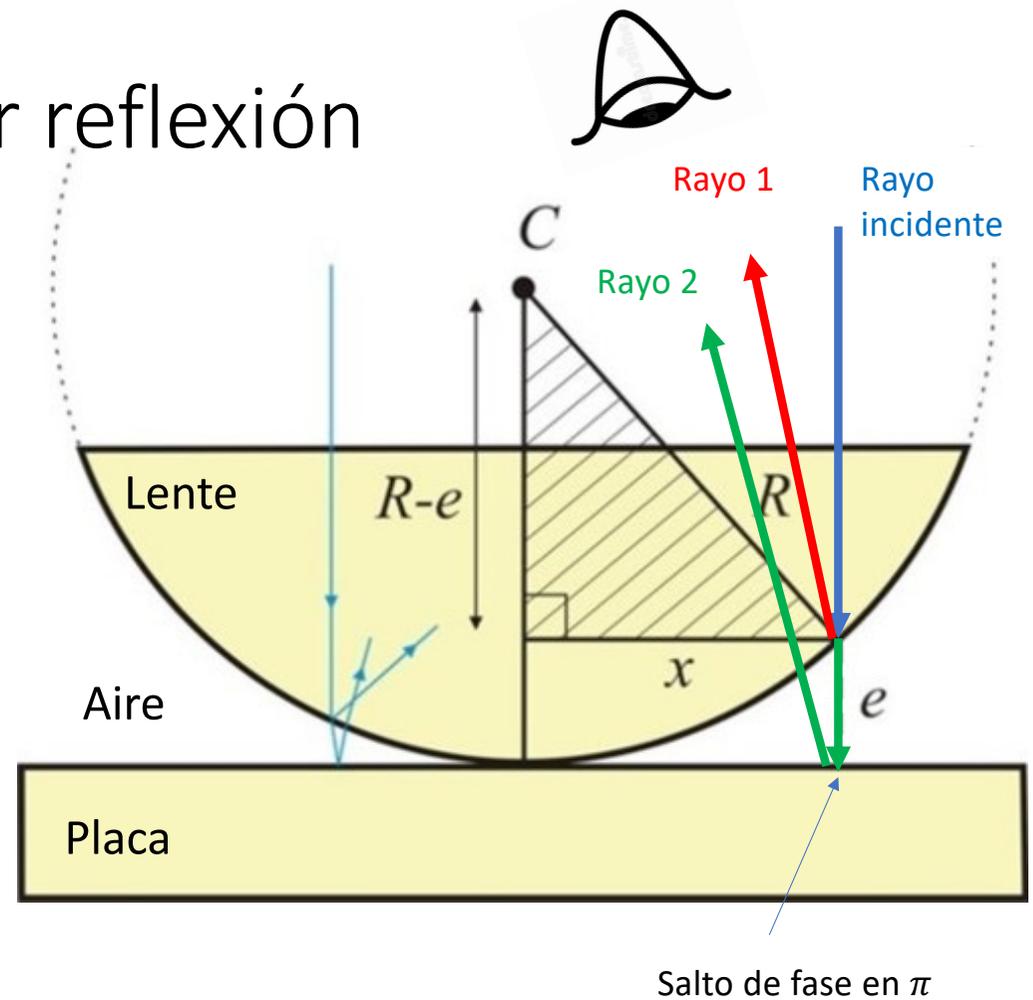


# Anillos de Newton por reflexión

- Estos valores corresponden a ANILLOS brillantes del color de  $\lambda$ .
- Como  $x_{max}$  es real nos quedamos con los valores de  $\delta_{max}$  que cumplen con ese requerimiento.

$$\frac{2\pi x_{max}^2}{\lambda R} = \pi, 3\pi, 5\pi \dots$$

$$x_{max}^2 = \frac{\lambda R}{2} \times (1, 3, 5 \dots)$$



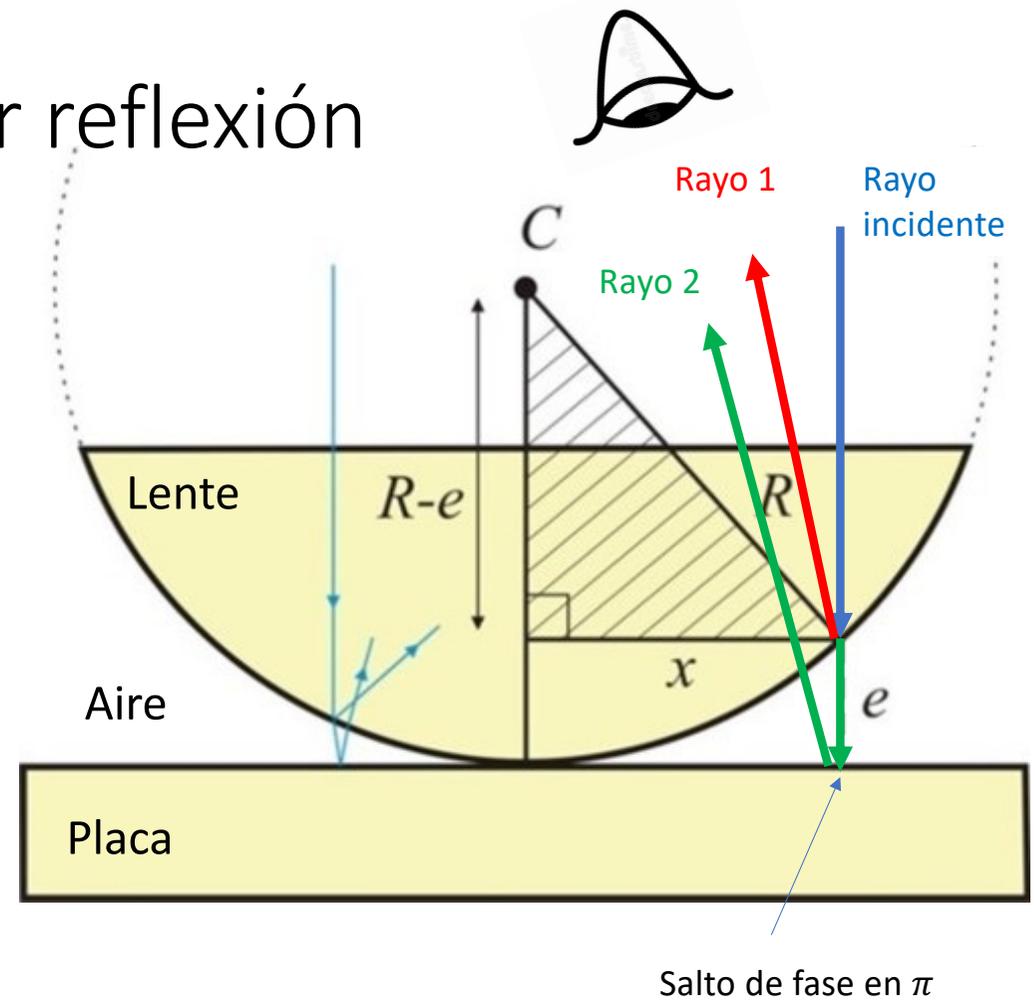
# Anillos de Newton por reflexión

- Los rayos interferirán destructivamente cuando:

$$\delta_{min} = \pm\pi, \pm3\pi, \dots$$

- Esto implica determinados valores de  $x_{min}$  tales que:

$$k \frac{x_{min}^2}{R} + \pi = \pm\pi, \pm3\pi, \dots$$

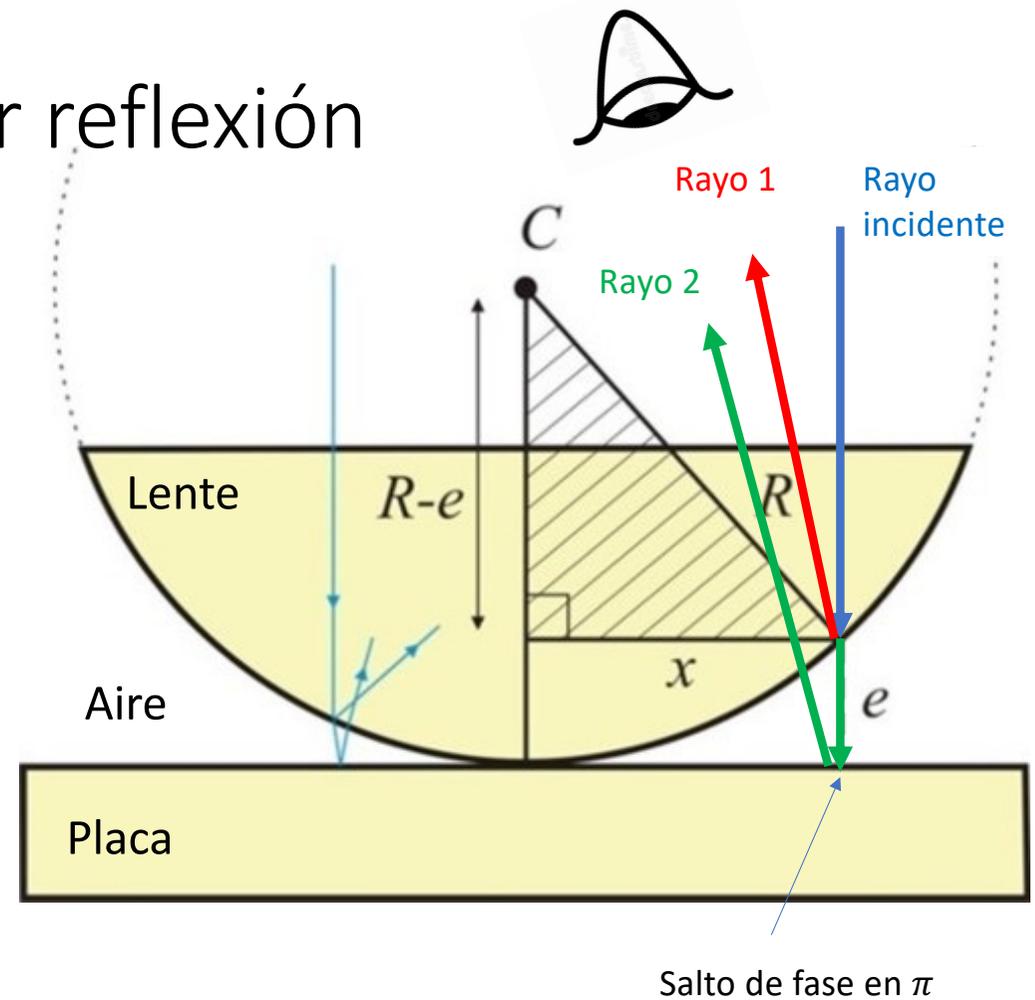


# Anillos de Newton por reflexión

- Estos valores corresponden a ANILLOS oscuros.
- Como  $x_{min}$  es real nos quedamos con los valores de  $\delta_{min}$  que cumplen con ese requerimiento.

$$\frac{2\pi x_{min}^2}{\lambda R} = 0, 2\pi, 4\pi \dots$$

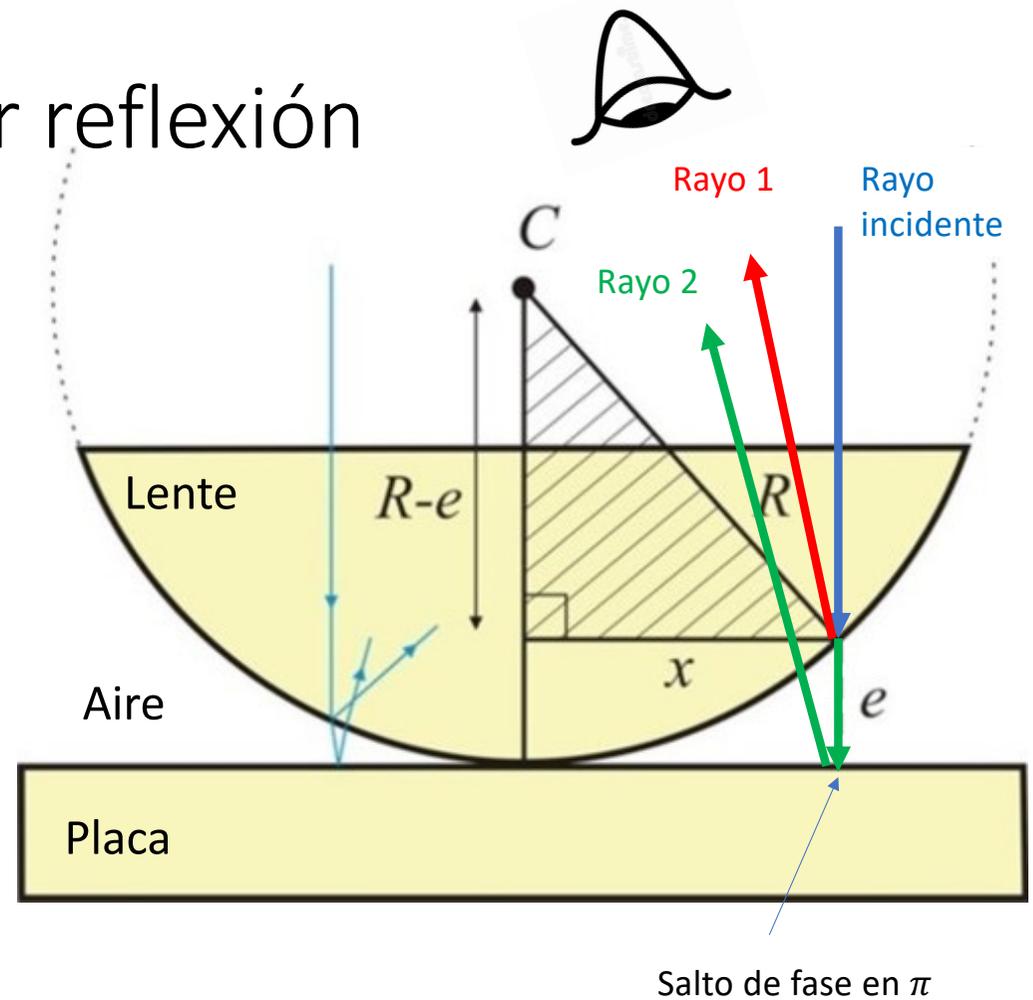
- En el punto de contacto hay un mínimo !



# Anillos de Newton por reflexión

- Los mínimos ocurrirán para los radios.

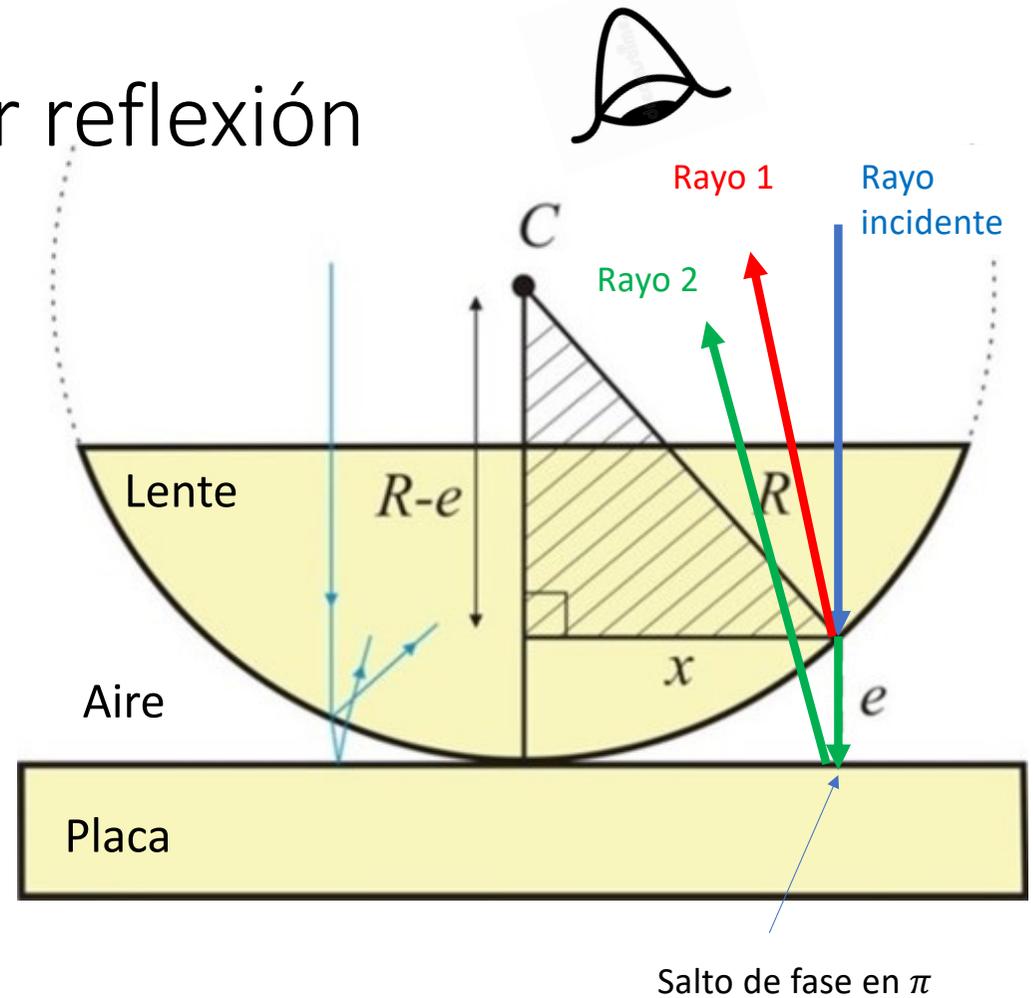
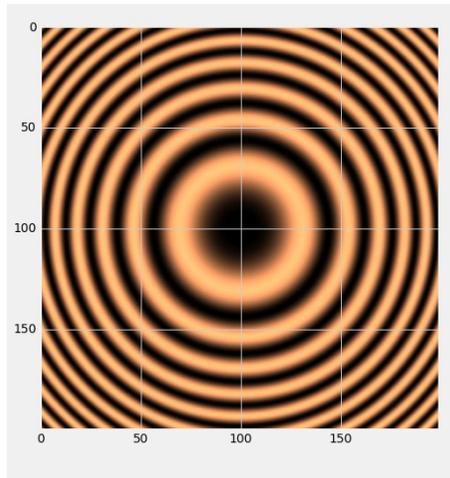
$$x_{min}^2 = 0, \lambda R, 2\lambda R, 3\lambda R \dots$$



# Anillos de Newton por reflexión

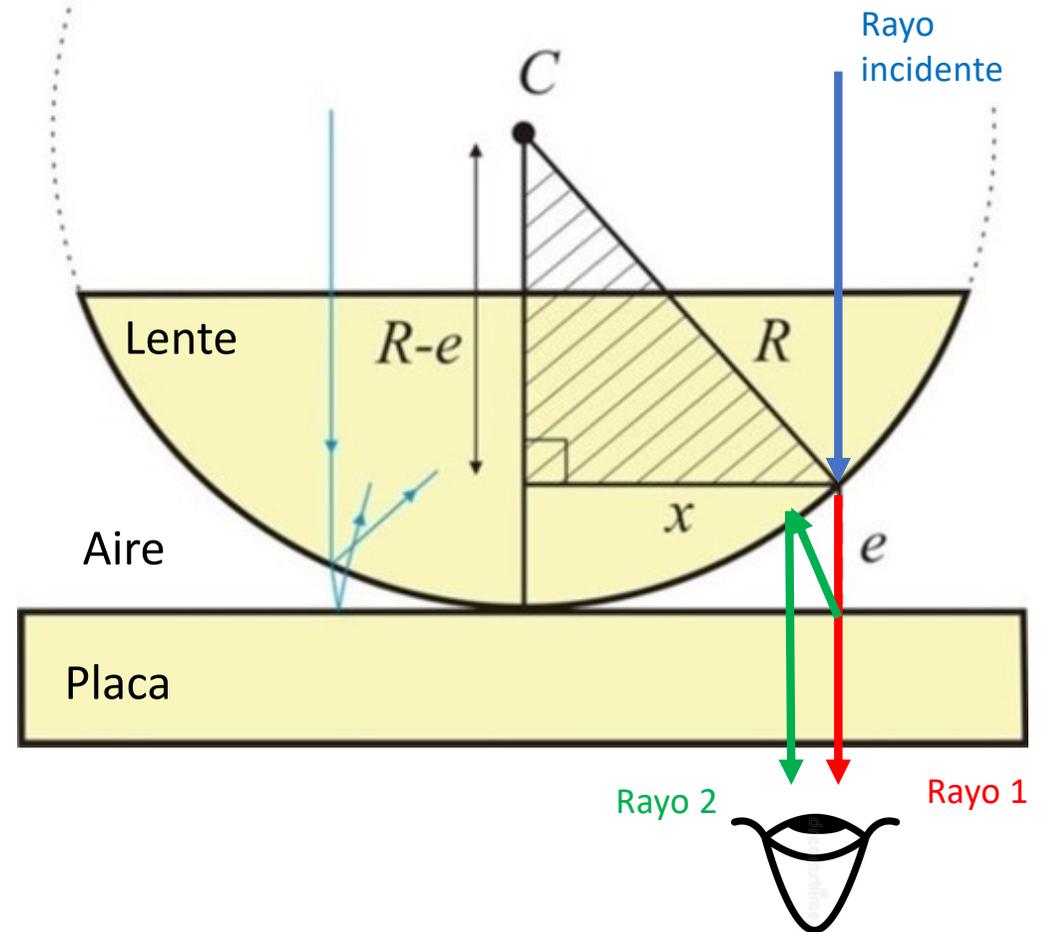
- Los mínimos ocurrirán para los radios.

$$x_{min}^2 = 0, \lambda R, 2\lambda R, 3\lambda R \dots$$



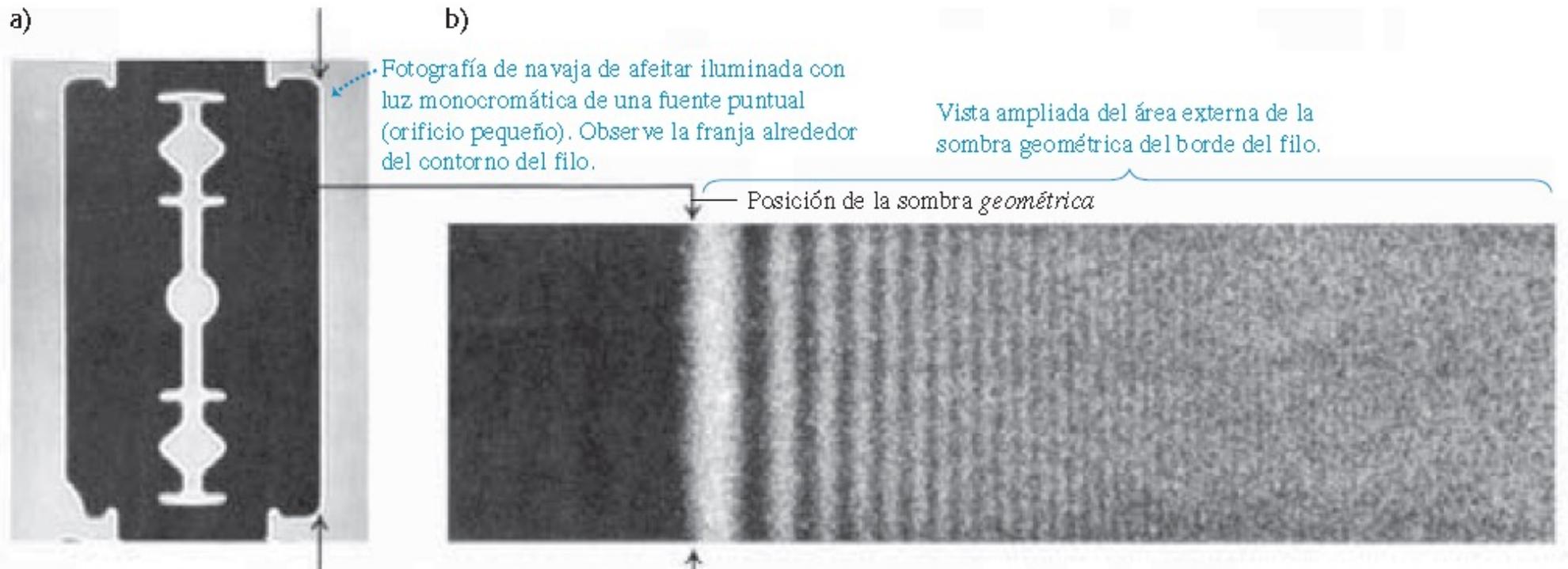
# Anillos de Newton por transmisión

- ¿Qué tipo de patrón espera ver una persona que mira desde abajo?



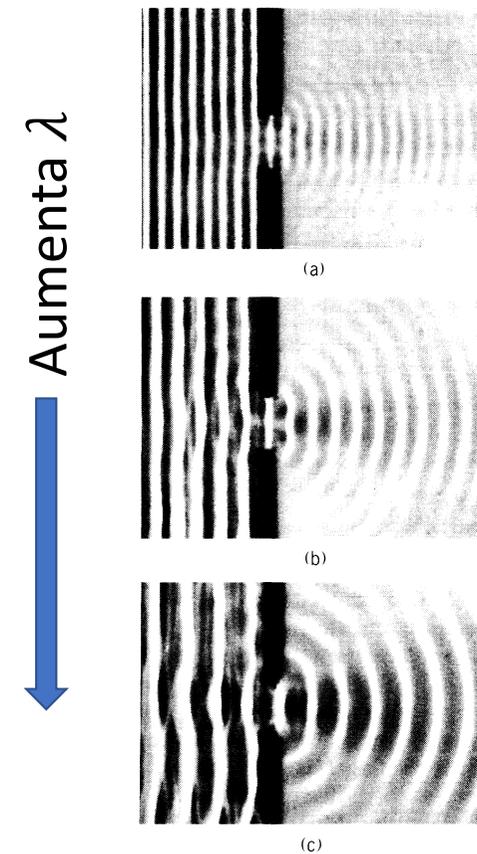
Difracción

# Difracción: No existen sombras perfectas



# Experimento en tanques con líquidos

- Supongamos ondas planas en la superficie de un líquido.
- Estas ondas llegan a una abertura.
- Se estudia el patrón de las ondas del otro lado de la abertura para distintos valores de longitud de onda.

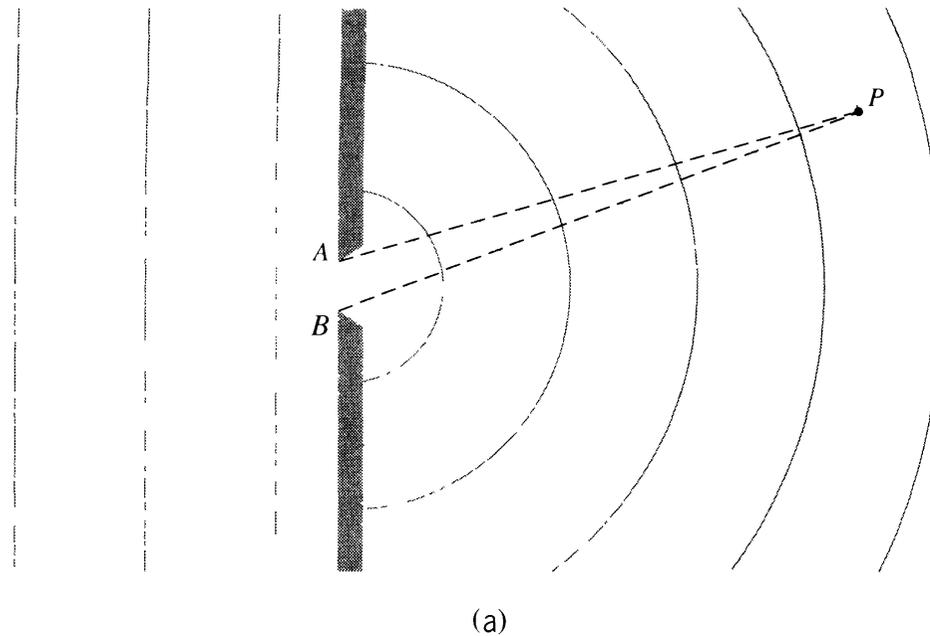


# El tamaño de una abertura

- Para un punto P la maxima diferencia de camino entre dos fuentes no bloqueadas es

$$\Lambda_{\max} = |\overline{AP} - \overline{BP}|$$

- Pero  $\Lambda_{\max} \leq \overline{AB}$  (solo igual sobre la pantalla que tiene la abertura)

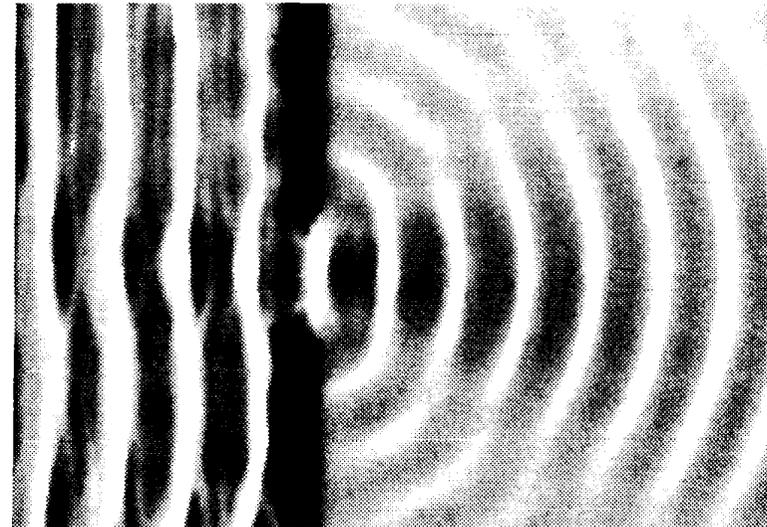


# El tamaño de una abertura

- Para  $\lambda > \overline{AB}$  entonces:

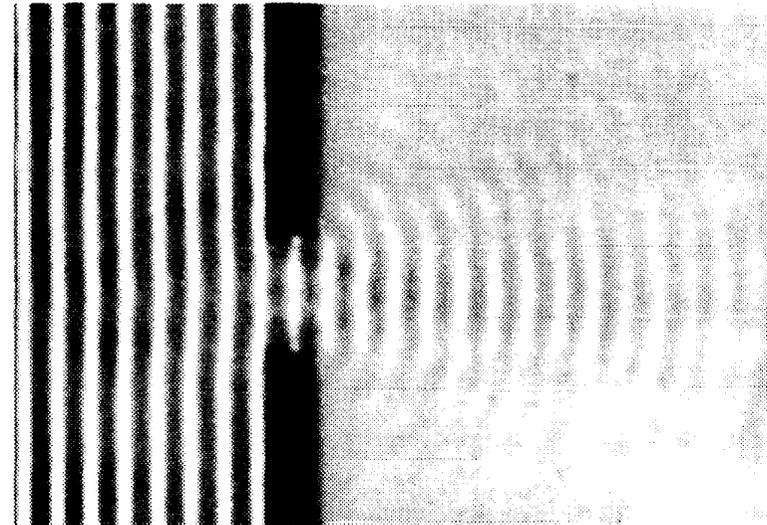
$$\lambda > \Lambda_{max}$$

- Entonces las ondas interfieren constructivamente en casi todo el espacio delante de la abertura.
- Las ondas van a esparcirse a grandes ángulos dentro de la región más allá de la obstrucción.
- Cuanto mas chica la apertura, más circular va a ser el frente de onda



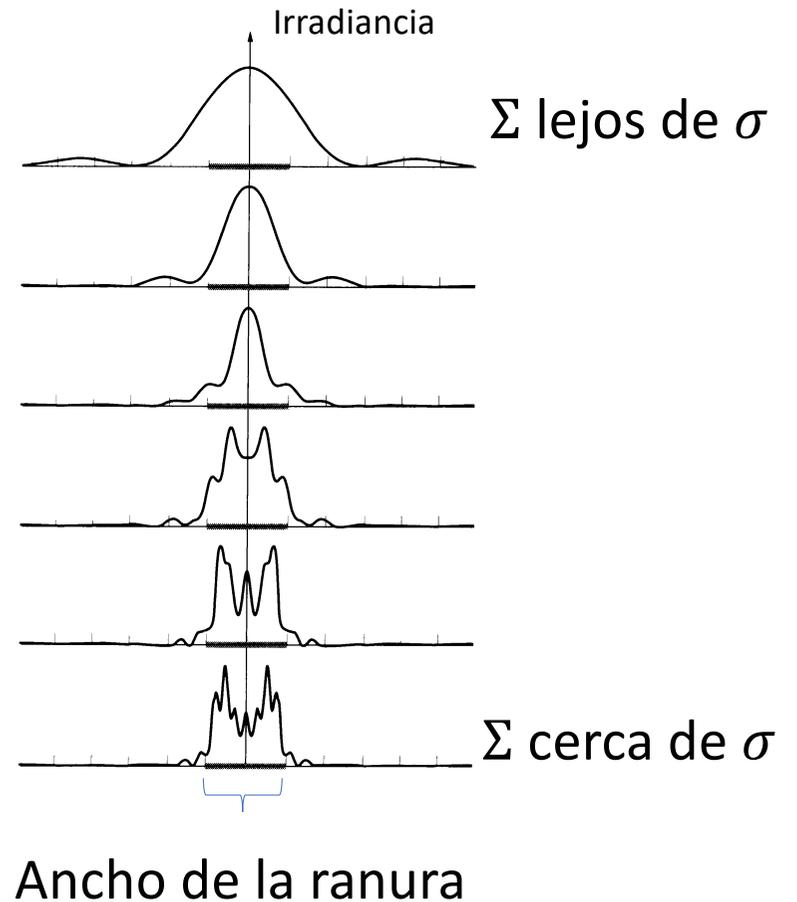
# El tamaño de una abertura

- Para  $\lambda < \overline{AB}$  entonces la región donde  $\lambda > \Lambda_{max}$  es muy pequeña y se extiende justo enfrente de la abertura.
- Enfrente de la abertura las ondas interfieren constructivamente
- A ambos lados de la zona de interferencia constructiva, la interferencia se vuelve destructiva y empieza a formarse la sombra.



# Difracción de Fresnel y Fraunhofer

- Experimento: Supongamos ondas planas provenientes de fuente puntual lejana.
- Supongamos que colocamos una pantalla con una ranura  $\sigma$  y detrás de ella una pantalla  $\Sigma$ .
- Veremos que la imagen va variando a medida que llevamos  $\Sigma$  desde una posición cercana a  $\sigma$  a una muy distante.



# Difracción de Fresnel y Fraunhofer

- En el caso de abajo, las ondas provenientes de la abertura pueden ser consideradas esféricas.
- Estas interfieren para producir la difracción de campo cercano o de Fresnel
- A grandes distancias de la ranura, el patrón es el producido por ondas planas.
- Esta es la difracción de campo lejano o de Fraunhofer.

