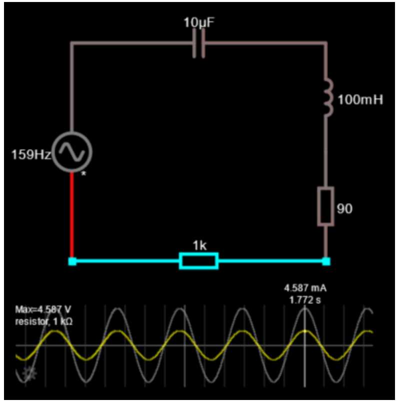
Clase 06

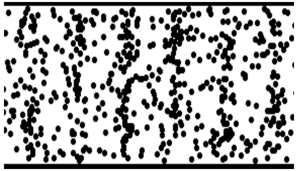
Ondas estacionarias

Laboratorio de física 2 para químicxs

1) Explicación teórica

Onda → perturbación temporal de una cantidad física con cierta periodicidad





clases pasadas

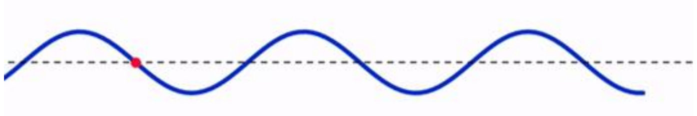
hoy

próximas clases

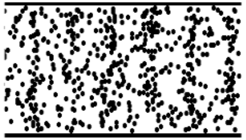
1) Explicación teórica

- En una **onda mecánica** la perturbación produce que las partículas del medio material sufran desplazamientos respecto a su posición de equilibrio

- **onda transversal**: desplazamientos perpendiculares a la dirección de propagación



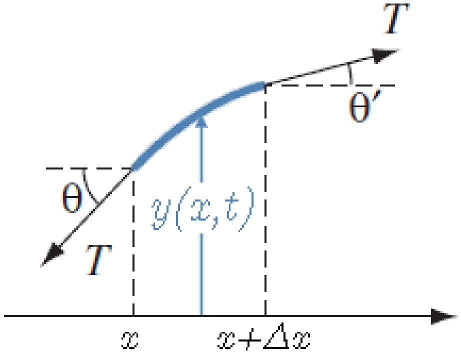
- **onda longitudinal**: desplazamientos en la dirección de propagación



Animación: applet de Seng Kwan en https://www.physicslens.com/longitudinal-and-transverse-waves/

1) Explicación teórica

I. Ondas estacionarias en una cuerda



Newton,
geometría,
$\Delta x \rightarrow 0$

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = \boxed{\frac{T_0}{\mu}} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}$$ (ecuación de ondas clásica)

$$\boxed{v^2 = \frac{T_0}{\mu}}$$ velocidad de propagación

(T_0 tensión de equilibrio,
μ densidad lineal de masa)

Solución de **ondas estacionarias o modos normales**: todas las partes de la cuerda se mueven con misma frecuencia y fase

$$y(x,t) = 2A\, sin(kx)\, sin(\omega t)$$

1) Explicación teórica

I. Ondas estacionarias en una cuerda

- La onda estacionaria *y*(*x*,*t*) es el resultado de la superposición de dos movimientos ondulatorios armónicos de igual amplitud y frecuencia que se propagan en sentidos opuestos a través de un medio.

$$y(x,t) = 2A\,\underbrace{sin(kx)}_{\text{dependencia espacial}}\,\underbrace{sin(\omega t)}_{\text{dependencia temporal}}$$

→ k = 2π/λ es número de onda, λ la longitud de onda

→ ω = 2π/T es la frecuencia angular, T el período

<u>Condición de contorno:</u> Extremos fijos → $y(0,t) = y(L,t) = 0$

$$2A\,sin(0) = 0$$

$$2A\,sin(kL) = 0 \Rightarrow kL = n\pi \Rightarrow L = n\frac{\lambda}{2} \qquad n = 1, 2, 3, ...$$

1) Explicación teórica

I. Ondas estacionarias en una cuerda

□Dos nodos adyacentes están separados media longitud de onda ($\lambda/2$), así que la longitud de la cuerda debe ser un número entero de medias longitudes de onda.

□Se tienen los posibles valores de λ:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

<u>Observación:</u> pueden existir ondas en la cuerda si la longitud de onda no cumple esta condición, sin embargo, no puede haber un patrón de onda estable con nodos y la onda resultante no es **estacionaria**.

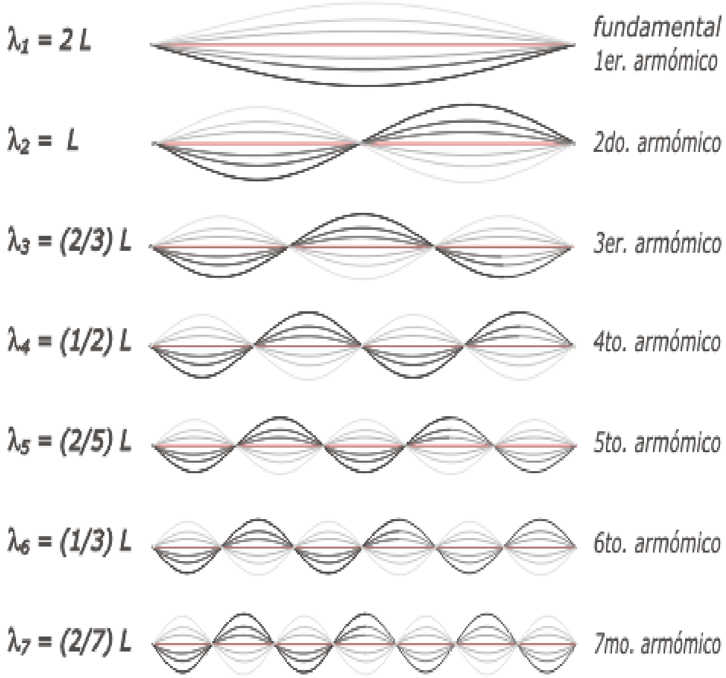
□Para cada longitud de onda estacionaria λ_n se tiene una frecuencia de onda estacionaria f_n y sabiendo que $v = \lambda . f$, donde v es la velocidad de propagación de la onda en el medio:

$$f_n = n\frac{v}{2L} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

Esta frecuencia se llaman armónicos y el primer armónico f_1 (con n=1) es la **frecuencia del fundamental** (que corresponde a la longitud de onda más grande λ_1=2L)

1) Explicación teórica

I. Ondas estacionarias en una cuerda



https://ricuti.com.ar/no_me_salen/ondas/Ap_ond_11.html

https://www.youtube.com/watch?v=-gr7KmTOrx0

1) Explicación teórica

II. Ondas de sonido

Para ondas de sonido, la ecuación tiene la misma forma:

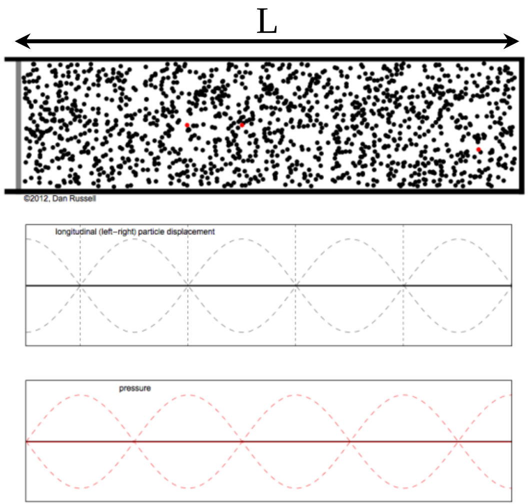
$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \, \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$$

- La variable que evoluciona con el tiempo es **p**, la variación de presión respecto al equilibrio.
- **c** es la velocidad del sonido en el medio

Condición de contorno: Tubo semiabierto

$$\Rightarrow \quad f_n = (2n+1)\ c/4L \qquad n = 0, 1, 2, \cdots$$

- La frecuencia fundamental es: $f_0 = \ c/4L$



Desplazamiento

Presión

Los picos de presión ocurren en los puntos donde no hay desplazamiento de partículas (nodos de desplazamiento)

Animación de Dan Rousell en https://www.acs.psu.edu/drussell/demos/standingwaves/standingwaves.html

1) Explicación teórica

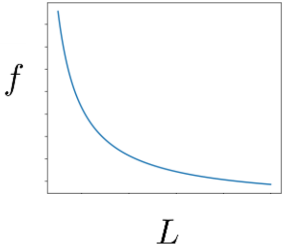
II. Ondas de sonido en una botella

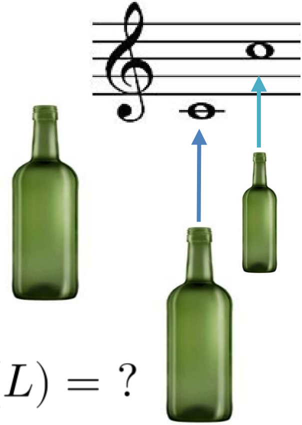
- La ecuación de la frecuencia fundamental de un tubo se usa para la construcción de instrumentos de viento simples, como el siku. Otros instrumentos requieren modelos más complejos.
- En la vida cotidiana nos encontramos con otros fenómenos sonoros en los que la frecuencia depende de las dimensiones del objeto vibrante.
- Al soplar por el pico de una botella vemos que el tono es más agudo si la botella es más chica.

Si tuviéramos botellas de distintos tamaños podríamos comprobar que cuanto más chico es el **volumen** de la cavidad resonante, mayor es la frecuencia.

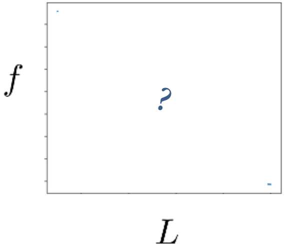
¿cómo es esta relación? ¿podemos modelar a la botella como un tubo abierto?

$$f(L) = \frac{c}{4L}$$





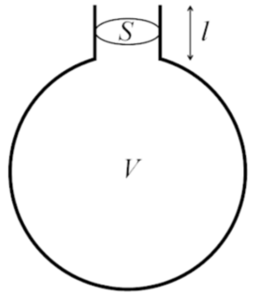
$$f(L) = ?$$



1) Explicación teórica

II. Ondas de sonido en una botella

- Alternativamente, podríamos pensar que la botella se comporta como un **Resonador de Helmholtz**
- Se trata de una cavidad de volumen V que tiene un pico de área S y longitud l.
- En este sistema, la columna de aire que produce el sonido es la que está en el pico. La cavidad provee la restitución que permite sostener la oscilación
- La frecuencia de resonancia es:



$$f = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{S}{l\,.\,V}}$$

Derivación (sencilla) de la ecuación http://newt.phys.unsw.edu.au/jw/Helmholtz.html

2) Objetivos de la práctica

I. Ondas estacionarias en una cuerda

- Estudiar **ondas estacionarias en cuerdas** con sus dos extremos fijos:

-Medir los modos normales de vibración, determinando experimentalmente sus frecuencias características.

-Determinar la velocidad de las ondas en términos de la tensión y la densidad de la cuerda.

II. Ondas estacionarias de sonido

- Medir la frecuencia fundamental (de resonancia) en una botella para distintos volúmenes.
- Encontrar un modelo adecuado para describir esta dependencia

3) Arreglo experimental

I. Ondas estacionarias en una cuerda

***Parte I*:**

- Para un valor de T y μ fijos, determinar las frecuencias f para los modos normales de excitación de la cuerda. ¿Cuántos modos normales se pueden ver?
- Para cada modo normal, determinar también la longitud de onda λ.
- Graficar la frecuencia en función de la inversa de la longitud de onda. ¿Qué se obtiene de la pendiente del ajuste de la curva?
- ¿Qué se concluye a partir de sus resultados experimentales? ¿Qué tipo de onda es?

Observación: la amplitud de la cuerda tiene que ser **máxima** para poder determinar de forma correcta los modos normales.

3) Arreglo experimental

I. Ondas estacionarias en una cuerda

Parte II: Variación de masas

- Para una cuerda dada de largo L, variar las masas m colgadas en uno de los extremos de la cuerda.
- Para cada valor de m empleado, determinar la velocidad,v , de la onda de la cuerda.
- En cada caso, para un armónico, calcular la velocidad de la onda usando $v=\lambda.f$

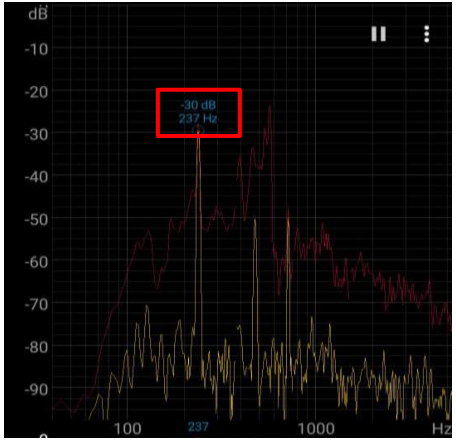
- Graficar v en función de $\sqrt{T/\mu}$. ¿Qué conclusión se obtiene en este caso?

3) Arreglo experimental

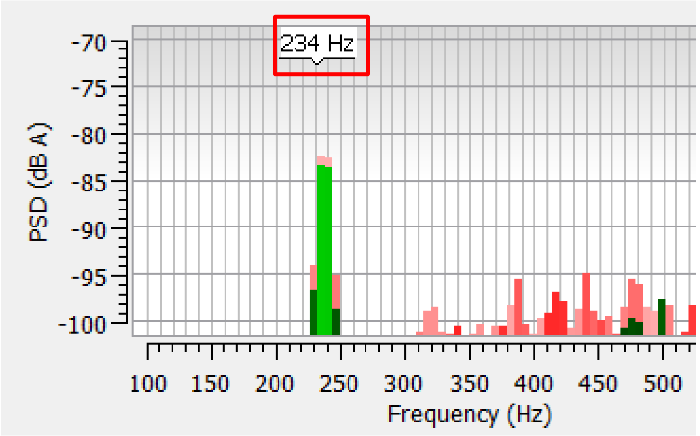
II. Ondas de sonido en una botella

□ Descargar la aplicación **Spectroid** para Android, o el programa Friture para Windows, Linux, o Mac.
□La aplicación (y el programa) nos muestra el *espectro* de la señal de audio que recibe el micrófono. El espectro es un gráfico que nos dice la <u>intensidad correspondiente a cada frecuencia recibida</u>.

Spectroid



Friture



En el gráfico importa la ubicación del máximo de intensidad (frecuencia fundamental)

3) Arreglo experimental

II. Ondas de sonido en una botella

Parte I: Estimación preliminar de errores

- Antes de empezar a medir, hay que poner a prueba el programa y la calibración del sensor (micrófono del celular o compu).
- Para ello, reproducir un sonido de frecuencia conocida, usando un generador de tonos como el que se encuentra en https://www.szynalski.com/tone-generator/
- Seleccionando distintas frecuencias en un intervalo que consideren razonable, hacer mediciones y obtener una estimación del error.

3) Arreglo experimental

II. Ondas de sonido en una botella

- Usar una botella, preferentemente de vidrio y de pico angosto

***Parte II*:** Medición de la frecuencia fundamental de la botella para distintos volúmenes

- Variar el volumen de aire en la botella, para ello, llenar la botella con distintas cantidades de agua, hacerla sonar (¿cómo?) y registrar la **frecuencia fundamental** f
- Según los instrumentos que disponga, medir, en cada instancia, la **altura de la columna de agua** (x), o **el volumen del líquido**, V_L (ambas, medidas indirectas del volumen de aire en la cavidad, V) ¿Qué relación explícita o aproximada siguen la variable elegida y V?
- Graficar, según la variable que haya elegido, f vs x, o f vs V_L
- Graficar $\mathbf{1/f}$ vs x o V_L ¿considera que la botella se puede modelar como un Tubo de Kundt semiabierto?
- Graficar $\mathbf{1/f^2}$ vs x o V_L ¿considera que el modelo de Resonador de Helmholtz describe mejor el comportamiento?
- En caso de que el Resonador de Helmholtz permita una mejor descripción de los datos, medir las dimensiones de la botella que aparecen en el modelo (l, A, S) y calcular el valor esperado de la pendiente*. Comparar con el valor obtenido ¿tienen el mismo orden de magnitud? ¿hay diferencias significativas?

* Usar la forma funcional que aparece en la guía de $\mathbf{1/f^2}$ en función de x o V_L

3) Arreglo experimental

II. Ondas de sonido en una botella

¿Qué pasa si en vez de soplar por el pico de la botella medimos la frecuencia al golpearla?

- Usando un objeto duro (una cuchara, una lapicera, etc) medir la “frecuencia de golpe” f_G. Graficar $\boldsymbol{f_G}$ **vs** $\boldsymbol{x}$ o V_L y comparar con lo obtenido para el soplido (puede representarse en un mismo gráfico, de doble eje).
- Interpretar lo observado ¿qué está oscilando en cada caso? ¿qué cambia al llenar la botella con agua?

¡A medir!

4) Resultados y análisis

I. Ondas estacionarias en una cuerda

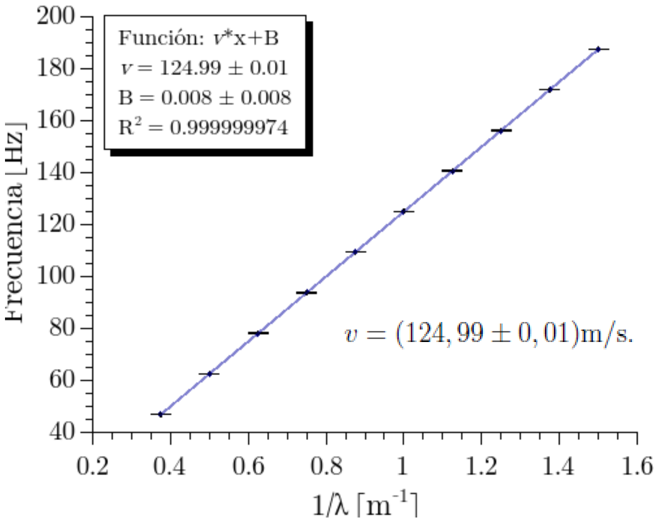
Parte I:

-Anotar f para cada modo normal, n , observado y calcular λ con: $\lambda = 2L/n$

- ¿Cuántos modos normales se pueden ver?

-Graficar f vs $1/\lambda \rightarrow$ de la pendiente se obtiene la velocidad, dado que $f_n = n\dfrac{v}{2L}$

-Caso de onda transversal



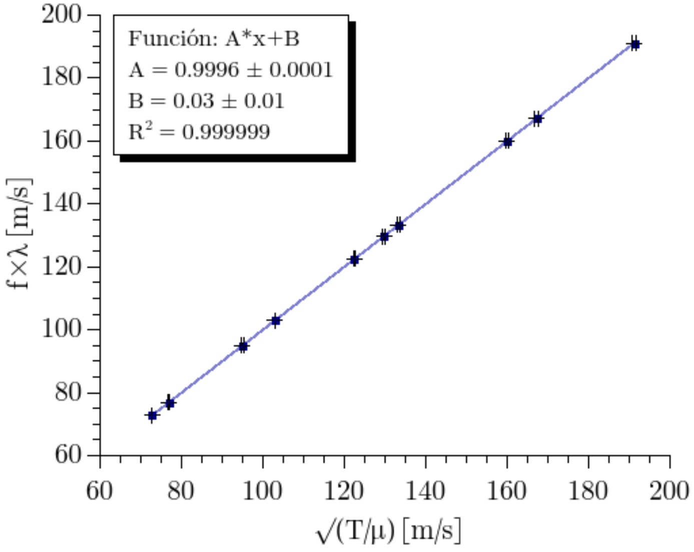
4) Resultados y análisis

I. Ondas estacionarias en una cuerda

Parte II:

-Variación de 8 masas (o sea, de la Tensión) y/o de μ.

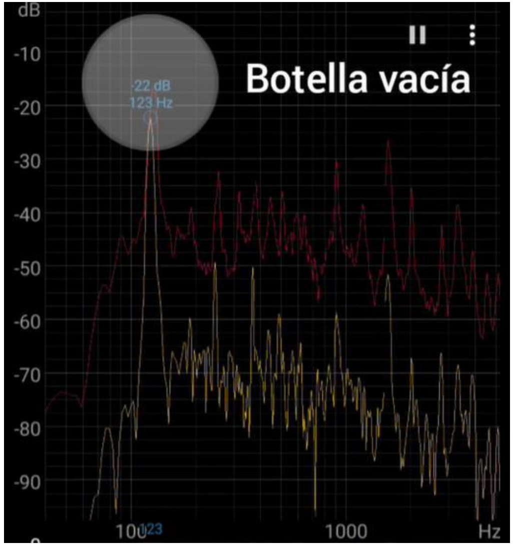
- Calcular la velocidad de la onda usando $v = \lambda . f$
- Graficar v en función de $\sqrt{T/\mu}$ → la pendiente debe ser 1, dado por la relación: $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

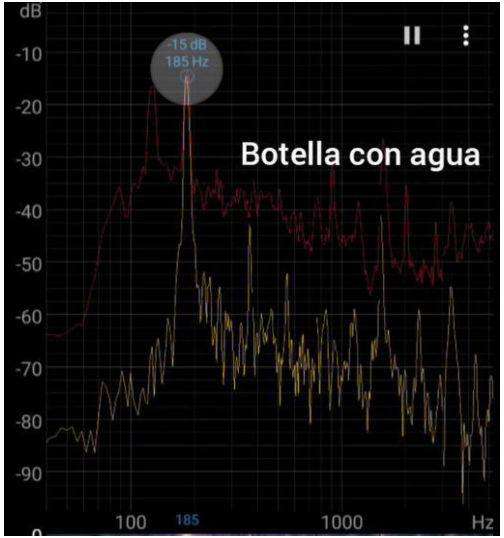


4) Resultados y análisis

I. Ondas de sonido en una botella

- Las frecuencias fundamentales se distinguen claramente en el analizador de espectro del celular.
- Durante la medición se observan variaciones de frecuencia de hasta 2 Hz en la posición del pico.
- La frecuencia de resonancia aumenta a medida que se llena la botella de agua:

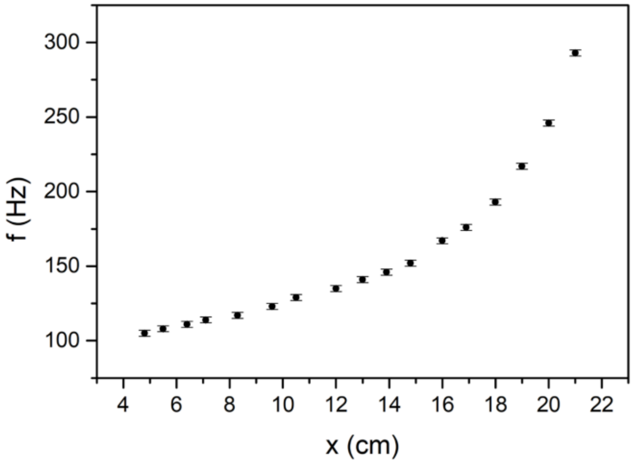




4) Resultados y análisis

I. Ondas de sonido en una botella

- La relación entre la frecuencia fundamental y la altura de la columna de agua es monótonamente creciente

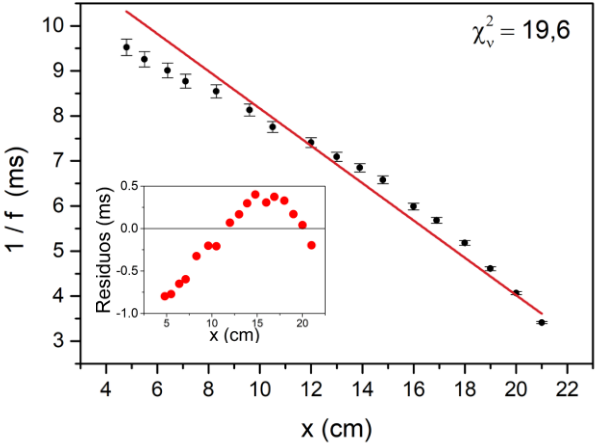


4) Resultados y análisis

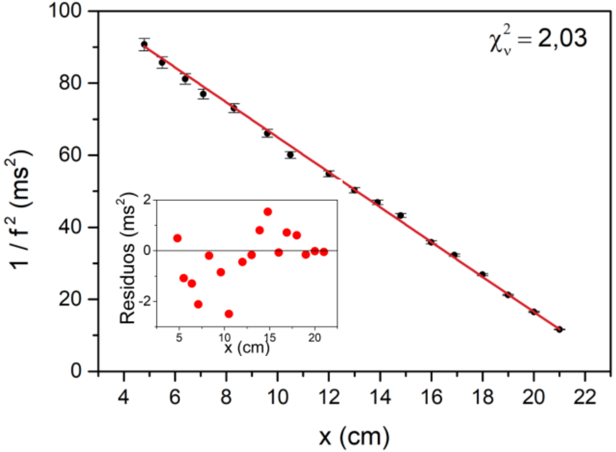
II. Ondas de sonido en una botella

- En una botella de pico angosto la relación entre frecuencia y volumen está mejor descripta por un **resonador de Helmholtz.** Para justificarlo, se puede usar un estadístico de bondad de ajuste (como el χ^2 reducido, que es muy cercano a uno cuando la dependencia es la que predice Helmholtz).

Kundt



Helmholtz

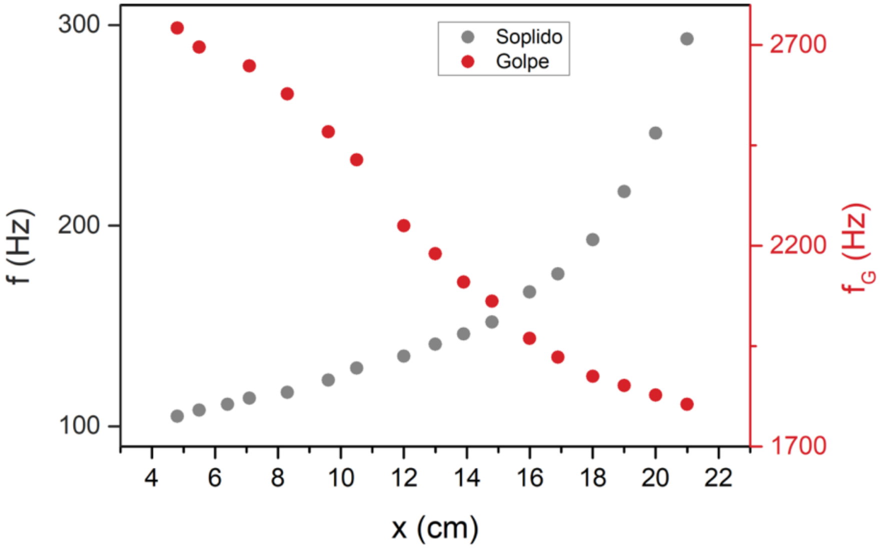


Una vez que se validó el modelo, es interesante hacer una predicción del valor esperado de la pendiente en función de la geometría de la botella, y comparar con el valor obtenido. Si se mide cuidadosamente, se obtienen valores semejantes. Otra opción es calcular la velocidad del sonido usando la pendiente y comparar con un valor tabulado

4) Resultados y análisis

II. Ondas de sonido en una botella

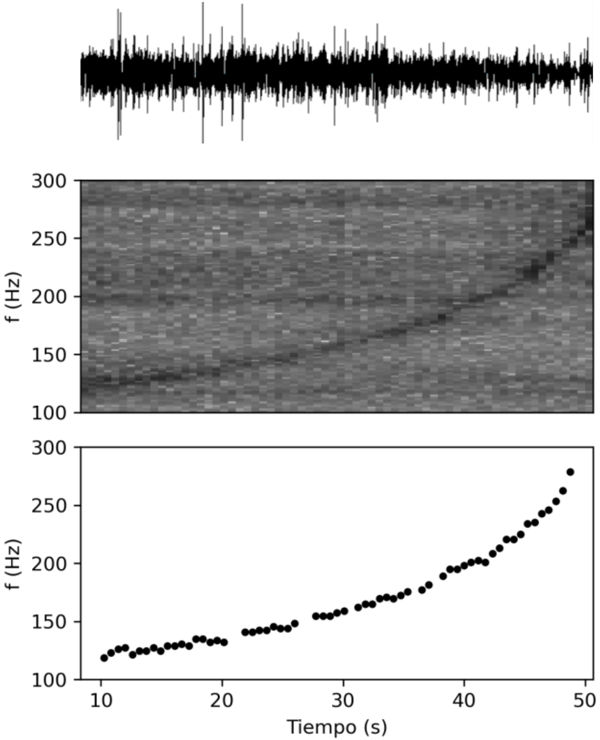
- Si se golpea la botella en vez de soplar por el pico, la frecuencia disminuye a medida que llenamos
- Al golpear, lo que produce el sonido es el sistema vidrio + agua + aire. Llenar la botella de agua implica aumentar la masa del sistema, lo que produce que la vibración sea más lenta



4) Resultados y análisis

II. Ondas de sonido en una botella

- Si alguna vez llenaron una botella opaca, notaron que es posible darse cuenta cuándo el agua está llegando al tope, porque el sonido se hace cada vez más agudo.
- Podemos pensar en medir la frecuencia de manera contínua usando un **método dinámico**: llenamos una botella con un chorro bien fino para que haga ruido y grabamos todo el proceso con un micrófono.
- Después, miramos el **espectrograma** de la señal, que es básicamente en medir el espectro en función del tiempo.
- Por último, buscamos el máximo del espectro para cada tiempo, de manera de tener la frecuencia de resonancia de la botella en función del tiempo.
- Si medimos la altura inicial y final de la columna de agua respecto a los tiempos de grabación, podemos asociar cada tiempo a una altura de agua.



4) Resultados y análisis

II. Ondas de sonido en una botella

- Los valores de frecuencia obtenidos con el método dinámico son consistentes con las mediciones previas.
- De esta manera podemos medir una cantidad mucho mayor de puntos en el mismo tiempo
- Las frecuencias obtenidas con el método dinámico tienen más dispersión