Preguntas

- Como vimos, encontramos una solución de la ecuación de segundo orden

$$V_0 \cos \omega t = IR + L\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C}\int I\, dt$$

- Sin embargo, nuestra solución no incluye dos constantes de integración a despejar con las condiciones iniciales

¿Por qué?

¿Le falta algo a la solución?

Solución complementaria

- La solución:

$$I(t) = \frac{V_0 \ \cos\left[\omega t - \tan^{-1} \dfrac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R}\right]}{\sqrt{R^2 \ + \left[\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right]^2}}$$

- Es una solución particular de la ecuación inhomogénea

$$V_0 \cos \omega t = IR + L\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C}\int I \, dt$$

Solución complementaria

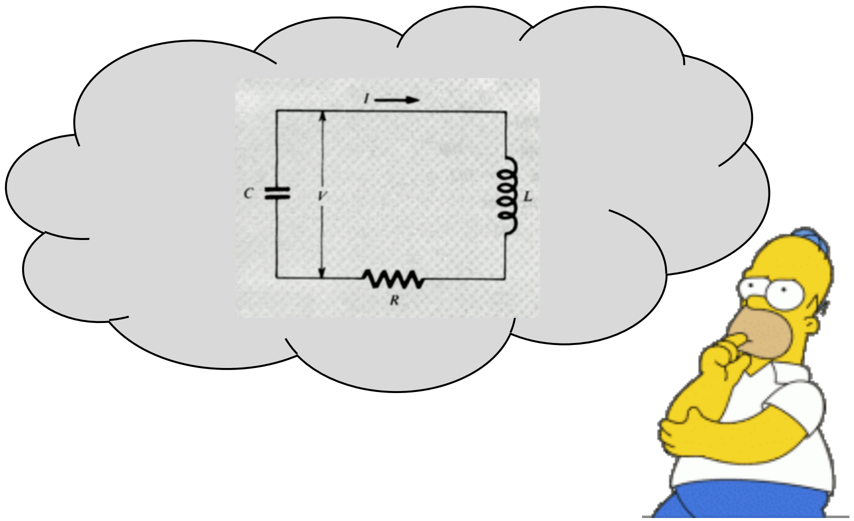
- La solución completa consiste en una solución particular de la ecuación inhomogénea más la general de la homogénea:

$$I_{total} = I(t) + I_h \quad \text{donde} \quad I_h R + L\frac{dI_h}{dt} + \frac{1}{C}\int I_h \, dt = 0$$

Solución complementaria

- La solución completa consiste en una solución particular de la ecuación inhomogénea más la general de la homogénea:

$$I_{total} = I(t) + I_h \quad \text{donde} \quad I_h R + L\frac{dI_h}{dt} + \frac{1}{C}\int I_h \, dt = 0$$



Solución complementaria

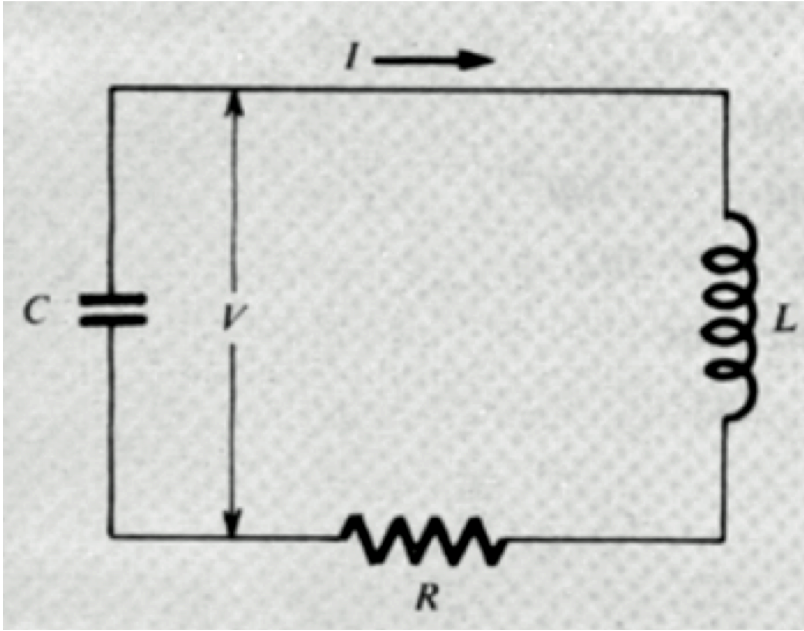
- A la solución para la homogénea ya la habíamos obtenido

$$I_h = -C\,\frac{dV}{dt}$$

- Siendo V el voltaje en el capacitor (no confundir con la FEM alterna)

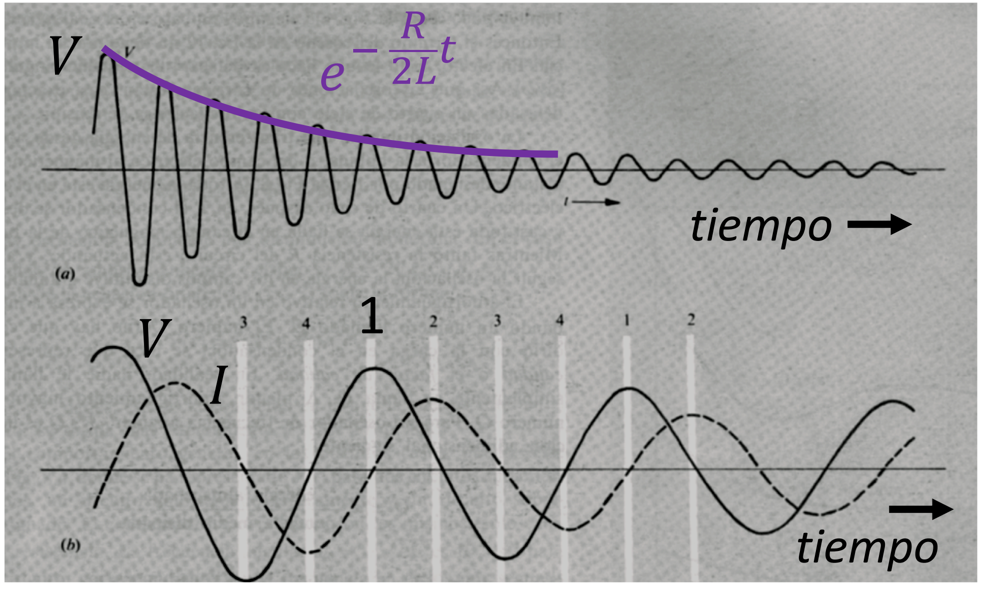
$$V(t) = e^{-\alpha t}(A\cos\omega t + B\,\mathrm{sen}\,\omega t)$$

- Donde A y B son las constantes de integración.



Pregunta

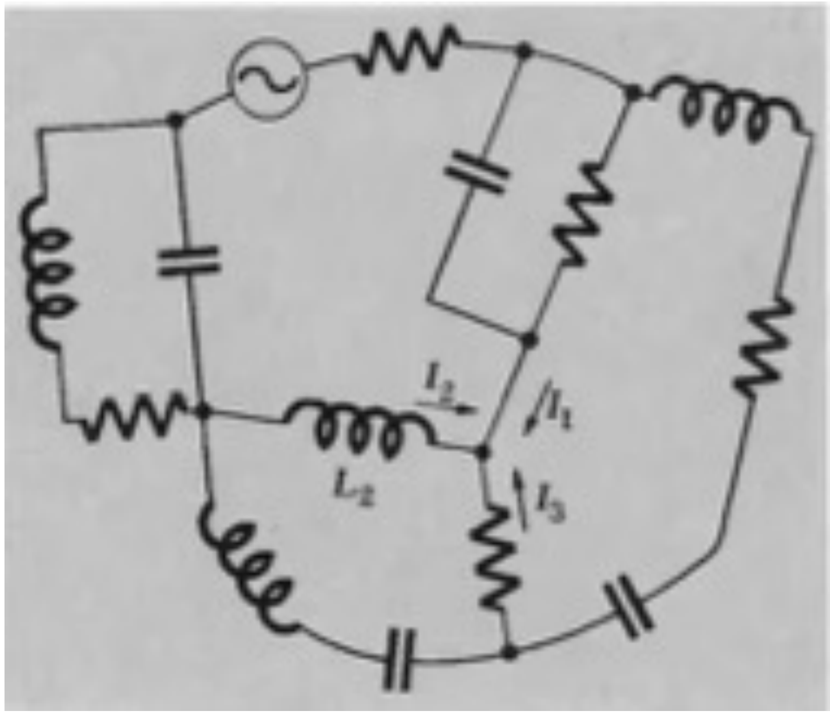
- ¿Cómo puedo evitar la solución complementaria cuando mido una corriente en un RLC de corriente alterna?
- Ayuda:



Otros circuitos en alterna

Otros circuitos en alterna

- Una red de corriente alterna es un conjunto de **resistencias**, **capacitores e inductores** en los cuales circula corriente que oscila **estacionariamente** a una frecuencia ω.
- La frecuencia es una constante en todo el circuito.
- Para hallar la corriente en cada rama hay que saber su amplitud y su fase respecto a la fuente.

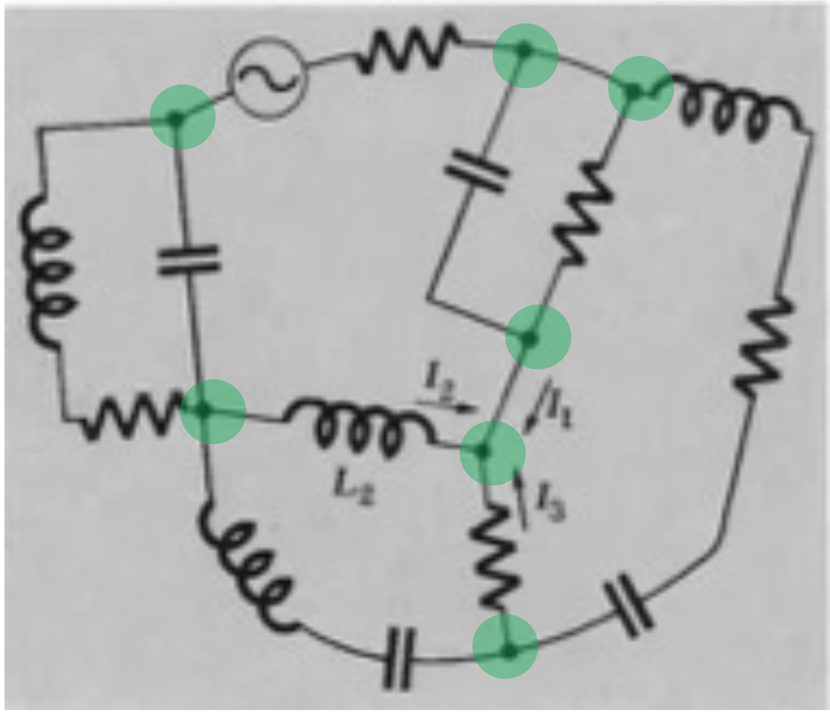


Otros circuitos en alterna

- Por conservación de la carga, las corrientes que pasan por cada nodo deben dar suma nula

$$I_1 + I_2 \ldots = 0$$

- En cada rama, el voltaje también tendrá su propia amplitud y fase.

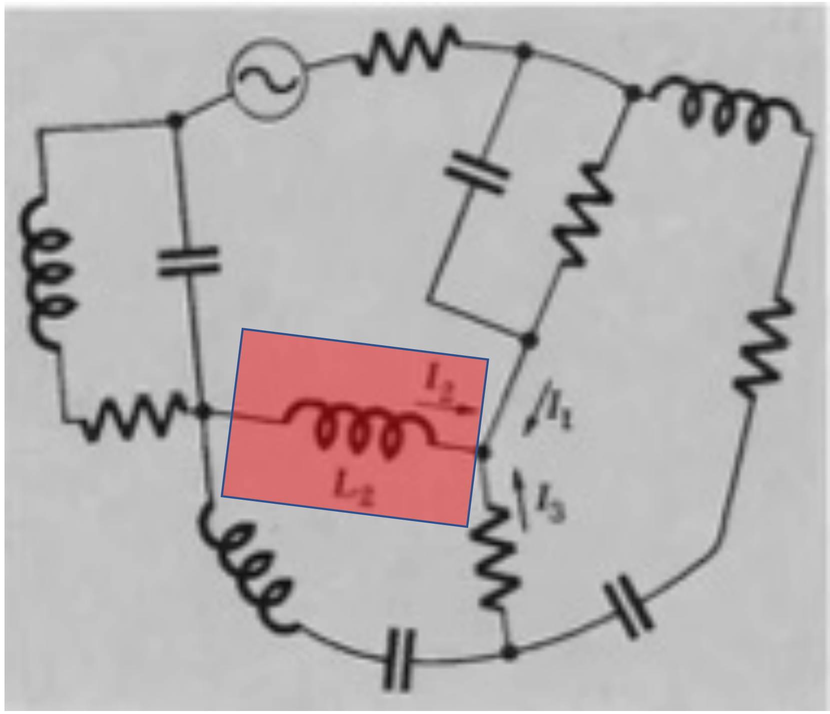


Otros circuitos en alterna

- La fase de la tensión y la corriente en cada rama puede no ser la misma.

$$I_2 = I_{02} \cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$V_2 = V_{02} \cos(\omega t + \theta_2)$$



Impedancias y admitancias

- ¿Cómo se relacionan la tensión y la corriente complejas en cada rama k?

$$\widetilde{I_k} e^{i\omega t} = Y_k \widetilde{V_k} e^{i\omega t}$$

$$\widetilde{I_k} = Y_k \widetilde{V_k}$$

donde $\widetilde{I_k}$ y $\widetilde{V_k}$ son las amplitudes complejas de la tensión y la corriente en cada rama k

$$\widetilde{I_k} = \left|\widetilde{I_k}\right| e^{i\varphi_k} \qquad \text{y} \qquad \widetilde{V_k} = \left|\widetilde{V_k}\right| e^{i\theta_k}$$

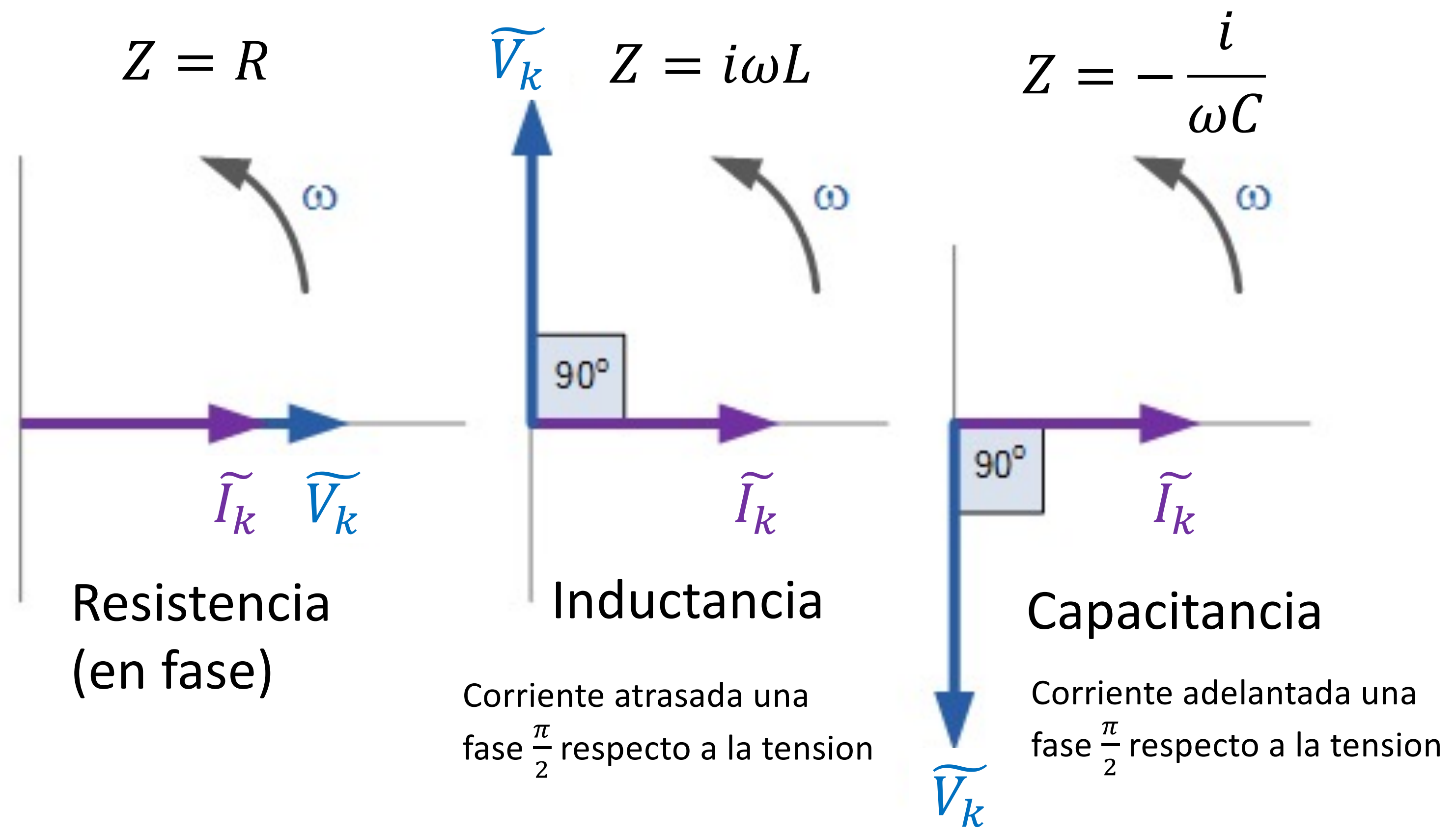
Impedancias y admitancias

- La cantidad compleja Y_k se denomina **admitancia** $\left(unidad = \frac{1}{\Omega}\right)$.
- La inversa compleja de la admitancia es la **impedancia** $Z_k (unidad = \ \Omega)$

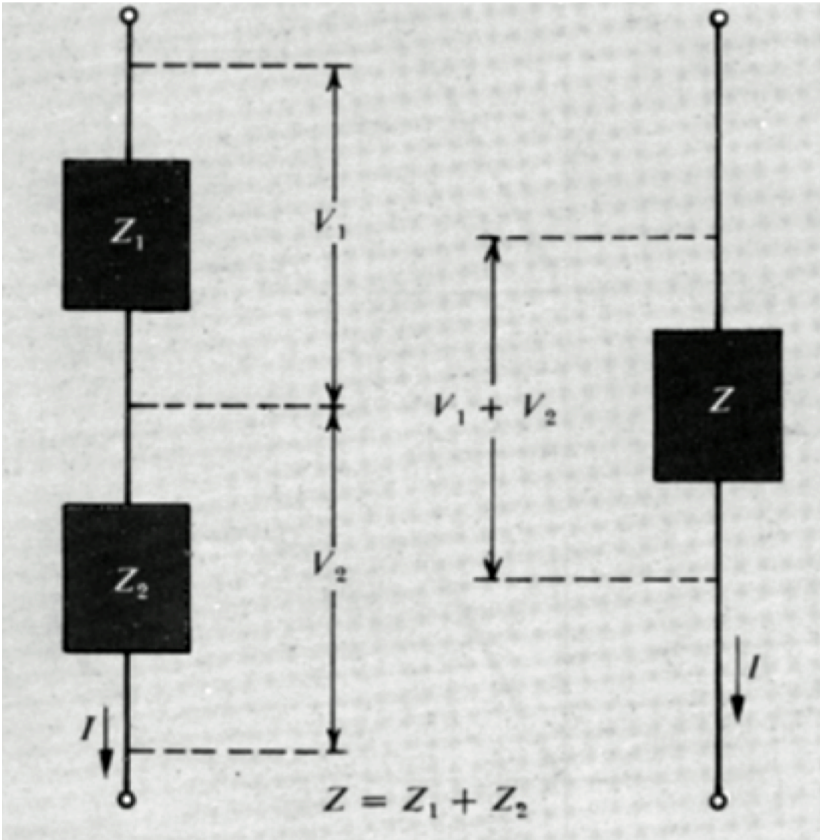
$$\widetilde{V_k} = Z_k \widetilde{I_k} = \frac{1}{Y_k} \widetilde{I_k}$$

Símbolo	*Admitancia*, Y	*Impedancia*, $Z = \frac{1}{Y}$
R 	$\frac{1}{R}$	R
L 	$\frac{-i}{\omega L}$	$i\omega L$
C 	$i\omega C$	$\frac{-i}{\omega C}$

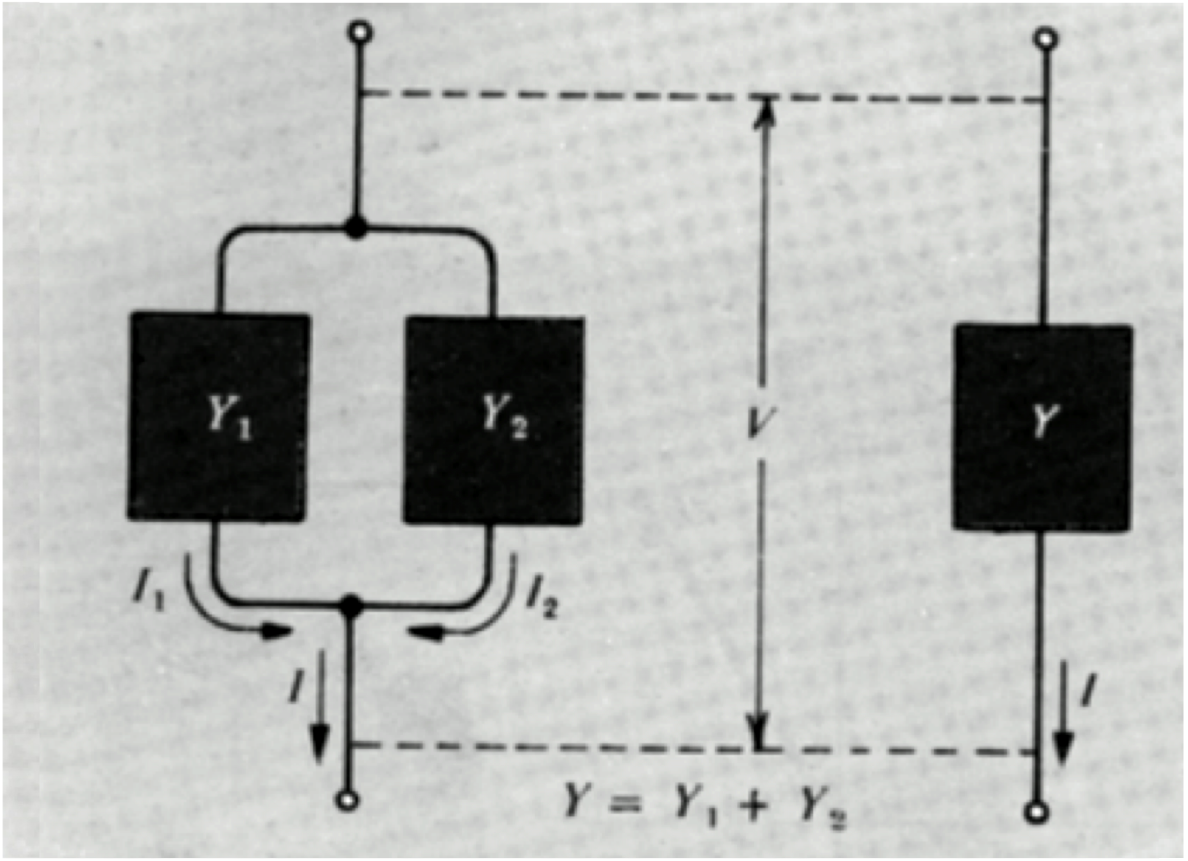
Diferencias de fase entre $\widetilde{V_k}$ e $\widetilde{I_k}$ $\left(\widetilde{V_k} = Z_k\widetilde{I_k}\right)$ para distintos tipos de impedancia



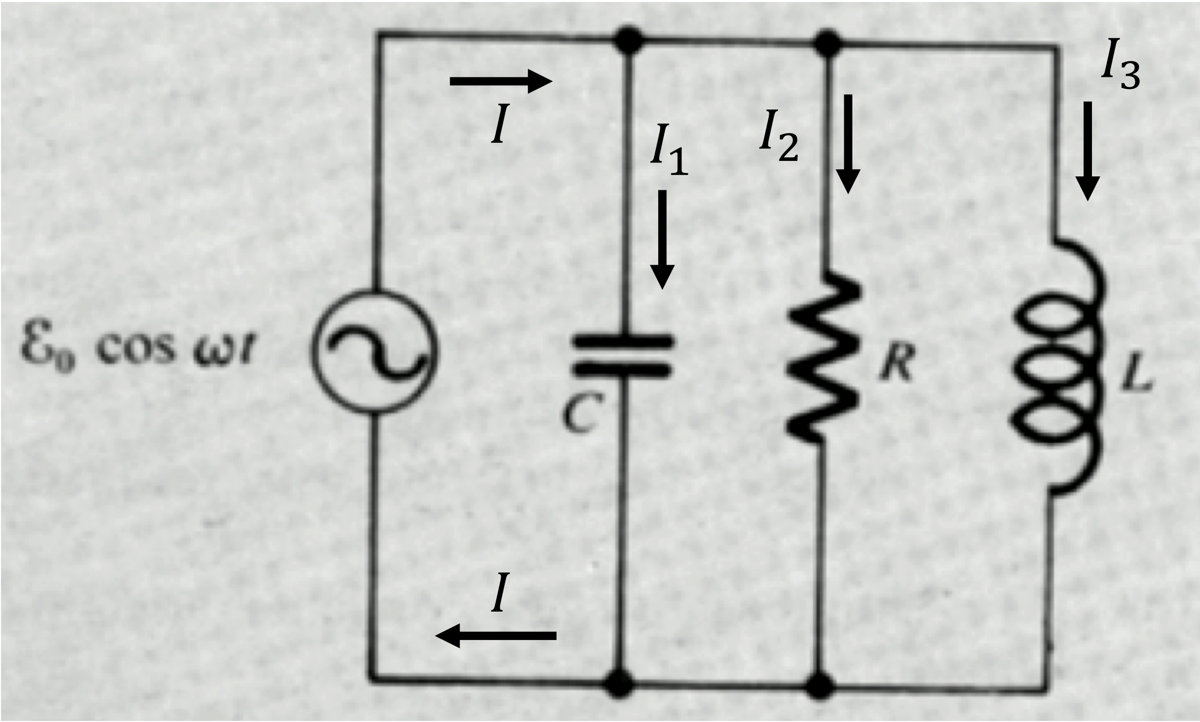
Impedancias en serie: $Z = Z_1 + Z_2$



Admitancias en paralelo: $Y = Y_1 + Y_2$



Ejercicio: RLC paralelo

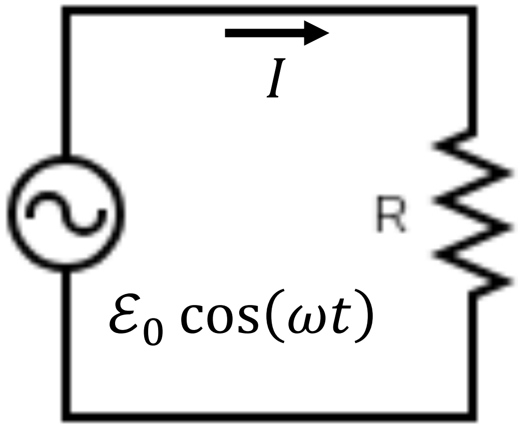


- Resolver para las corrientes:

$$I, I_1, I_2 \ e \ I_3$$

- Estudiar la impedancia equivalente en resonancia: ¿Alcanza un máximo o un mínimo?

Potencia en un circuito de alterna



- Sea un circuito con una fuente $\mathcal{E}_0 \cos(\omega t)$ y una resistencia R.

- La corriente es:

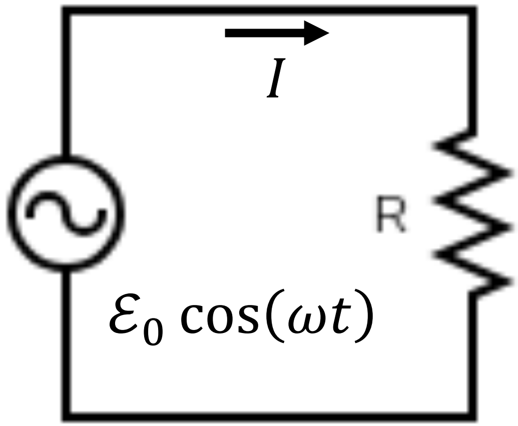
$$I = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \cos(\omega t)$$

- La potencia instantánea disipada en R es:

$$P = IV = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \cos(\omega t)\, \mathcal{E}_0 \cos(\omega t)$$

$$P = \frac{{\mathcal{E}_0}^2}{R} [\cos(\omega t)]^2$$

Potencia en un circuito de alterna



- La potencia media en un período

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

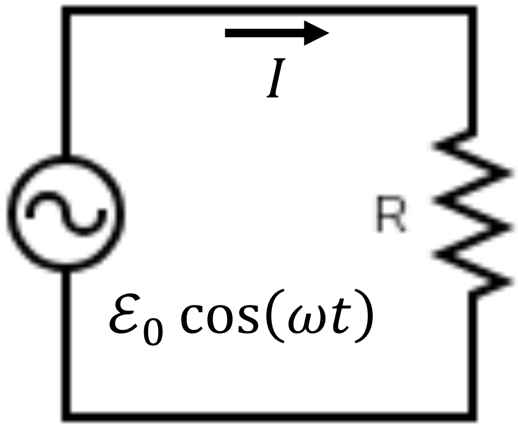
viene dada por la expresión

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T P\, dt = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{{\mathcal{E}_0}^2}{R}[\cos(\omega t)]^2 dt$$

$$= \frac{{\mathcal{E}_0}^2}{R}\frac{1}{T}\int_0^T [\cos(\omega t)]^2 dt$$

$$\langle P \rangle = \frac{{\mathcal{E}_0}^2}{2R}$$

Potencia en un circuito de alterna



- A veces la tensión viene dada en RMS es decir en

$$V_{RMS} = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{2}}$$

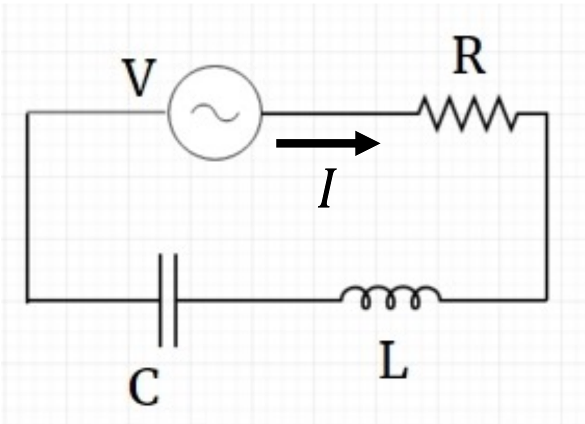
- Por ejemplo, la tensión RMS en la red doméstica es de 220 V (y frecuencia 50 Hz). Eso implica una amplitud real:

$$\mathcal{E}_0 = 220\,V\sqrt{2} = 311\,V$$

- En términos de V_{RMS} la potencia media queda:

$$\langle P \rangle = \frac{{V_{RMS}}^2}{R}$$

Potencia media en RLC en serie



- Si tenemos una impedancia total $Z = |Z|e^{i\theta}$

$$P = IV = \frac{\mathcal{E}_0}{|Z|}\cos(\omega t - \theta)\, \mathcal{E}_0 \cos(\omega t)$$

- desarmamos $\cos(\omega t - \theta)$:

$$P = \frac{{\mathcal{E}_0}^2}{|Z|}[(\cos \omega t)^2 \cos \theta + \cos \omega t \sin \omega t \sin \theta]$$

$$\langle P \rangle = \frac{{\mathcal{E}_0}^2}{2|Z|}\cos \theta = \frac{1}{2}\left(\frac{\mathcal{E}_0}{|Z|}\right)^2 |Z| \cos \theta = \frac{1}{2}\left(\frac{\mathcal{E}_0}{|Z|}\right)^2 R$$

$$\langle P \rangle = \frac{I_0^2}{2} R \quad \text{(la unica que disipa es } R\text{)}$$