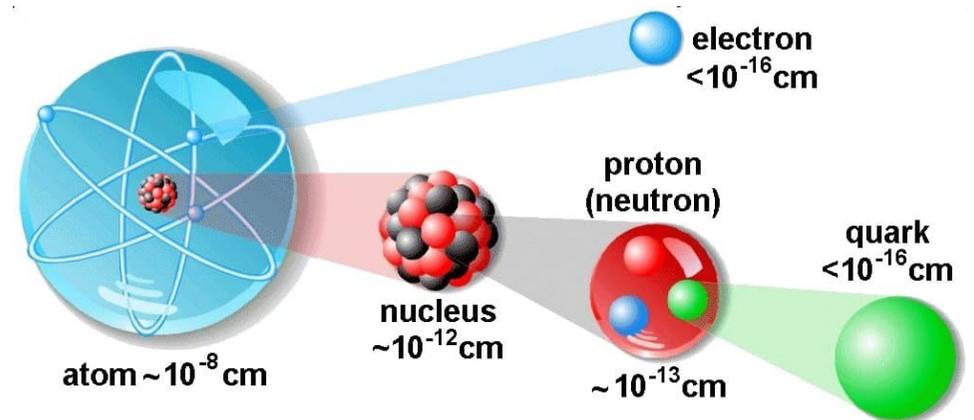
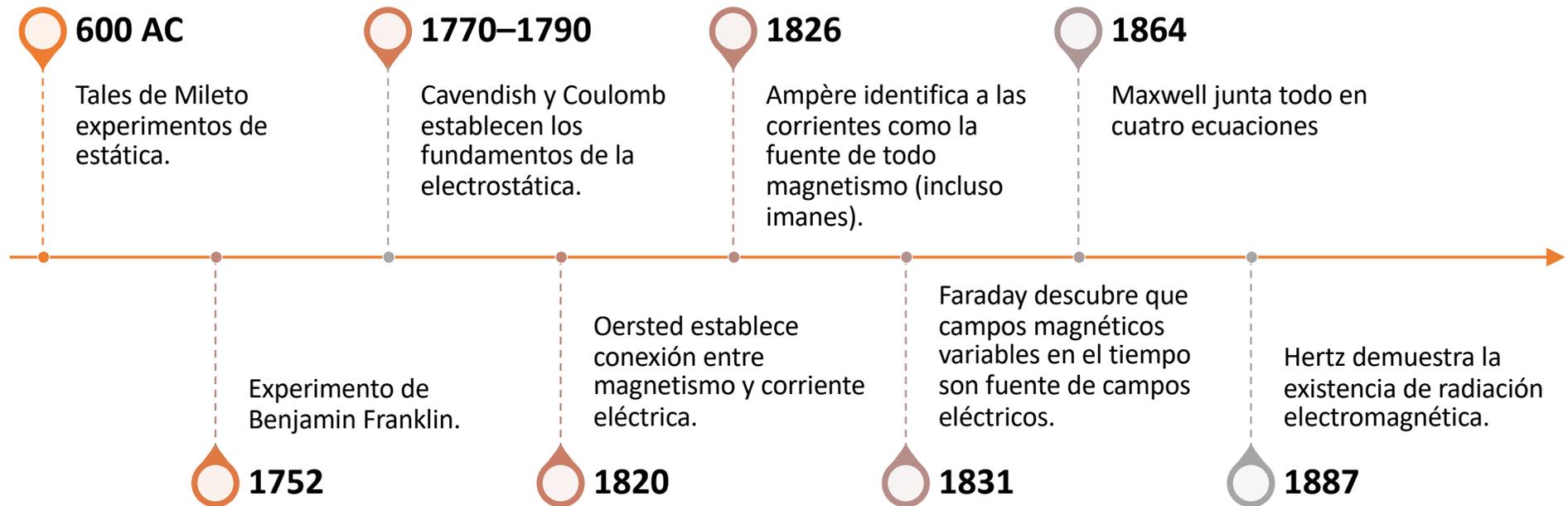


El átomo

- Núcleo muy pequeño (10^{-12} cm)
 - Protones cargado positivamente
 - Neutrones
 - Masa de cada uno: $1.7 \cdot 10^{-27}$ kg
- Nube de electrones negativos 10^{-8} cm. Masa: $9.1 \cdot 10^{-31}$ kg
- La carga es la misma para electrones y protones: $1.6 \cdot 10^{-19}$ C.
- Átomo neutro: igual numero de iones y electrones.



Hitos en la historia del Electromagnetismo



Efecto triboeléctrico

- 600 BC: Tales de Mileto descubre el efecto 'Triboeléctrico' frotando ámbar ('elektron' en griego) el cual atrae hojas.
- Se basa en la transferencia de electrones entre dos sustancias distintas por frotamiento.
- Algunas sustancias tienen mayor tendencia a ceder electrones mientras otras tienen tendencia a tomarlos.
- Sustancias del mismo tipo se repelen, sustancias de distinto tipo se atraen
- Son experimentos básicos para la noción de carga

Serie Triboeléctrica

+ *Mayor carga positiva*

Aire
Piel humana
Cuero
Piel de conejo
Vidrio
Cuarzo
Mica
Pelo humano
Nylon
Lana
Plomo
Piel de gato
Seda
Aluminio
Papel (pequeña carga positiva)
Algodón (sin carga)
0
Acero (sin carga)
Madera (pequeña carga negativa)
Polimetilmetacrilato
Ámbar
Lacre
Acrílico
Poliestireno
Globo de goma
Resinas
Goma dura
Níquel, Cobre
Azufre
Bronce, Plata
Oro, Platino
Acetato, Rayón
Goma sintética
Poliéster
Espuma de poliestireno
Orlón
Papel film para embalar
Poliuretano
Polietileno (cinta Scotch)
Polipropileno
Vinilo (PVC)
Silicio
Teflón
Goma de Silicona
Ebonita
- *Mayor carga negativa*

Benjamin Franklin y el fuego eléctrico

- Franklin intenta explicar el efecto triboeléctrico: postula que 'Toda sustancia esta penetrada por fuego eléctrico o fluido eléctrico'.
- Establece convención de signos. Exceso de fuego=positivo, defecto=negativo. Vidrio positivo.
- Nota dos aspectos importantísimos:
 - Cuanto más 'fuego', mayor la fuerza.
 - Cuanto más cerca están los objetos, mayor es la fuerza.



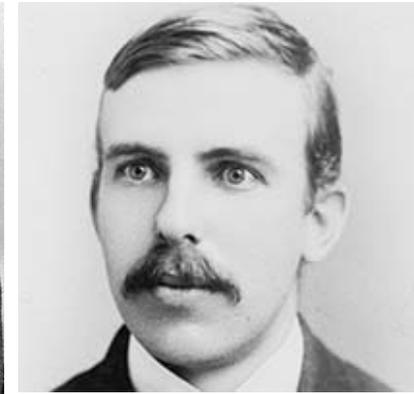
Benjamin Franklin (1706-1790)

Experimentos fundacionales

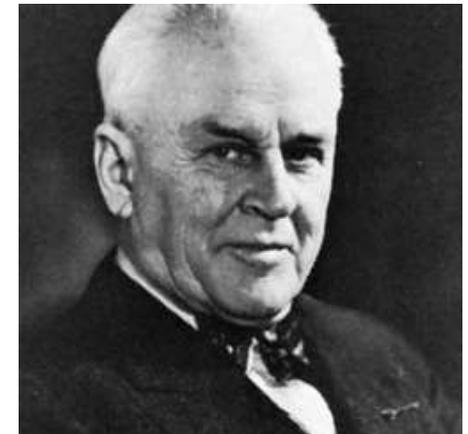
- Descubrimiento de los protones (Goldstein, 1886; Rutherford 1899).
- Descubrimiento del electrón a partir de rayos catódicos (Thomson, 1896)
- Modelo del átomo como núcleo y electrones (Rutherford, 1911)
- Cuantización de la carga (Milikan & Fletcher 1909).



Joseph Thomson



Ernest Rutherford



Robert Milikan

La carga eléctrica

- Característica fundamental de la materia, junto con la masa. Existe en dos versiones: positiva y negativa
- Los portadores de carga son los **protones (positiva)** y los **electrones (negativa)**. Ambos tienen carga

$$|e| = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

- En átomos y moléculas neutros las cargas positivas y negativas se compensan.
- Un exceso de carga en un cuerpo implica que éste está cargado con una carga Q .

Leyes fundamentales de la electrostática

- **Ley de cuantización de la carga :**

Toda carga Q es siempre múltiplo entero de la carga elemental e .

- **Ley de conservación de la carga:**

La carga eléctrica neta de un sistema aislado es siempre la misma.

- **Ley de Coulomb:**

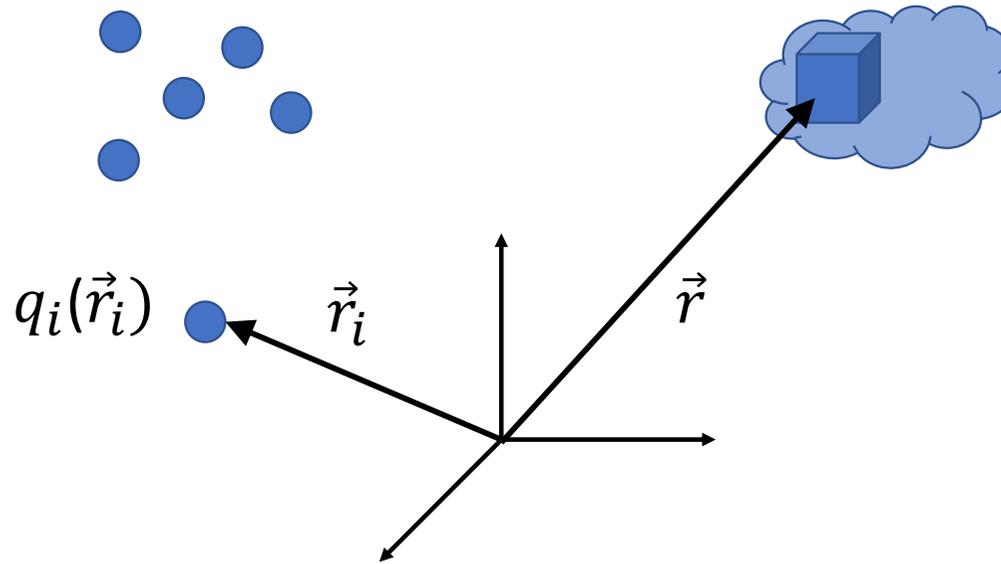
Dos cargas eléctricas en reposo se repelen o atraen entre sí con una fuerza proporcional al producto de sus cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

Representaciones de la carga

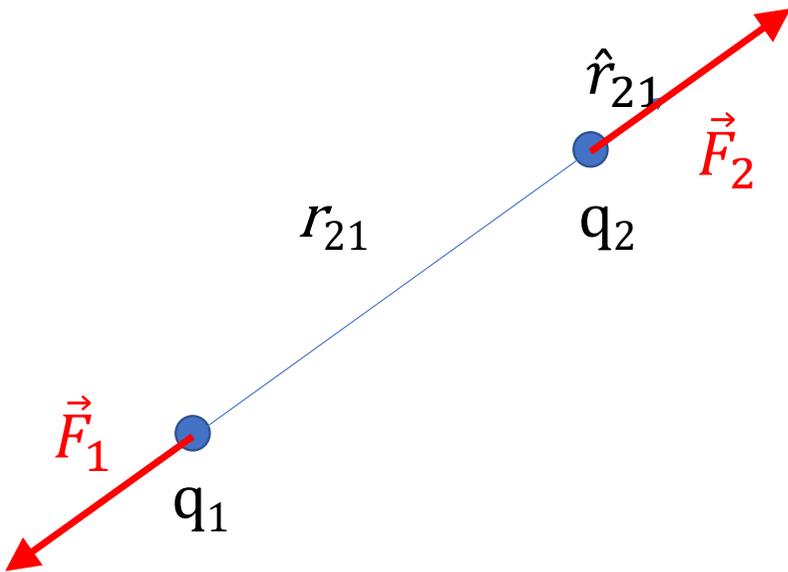
Puntuales
(discretas)

Distribución continua
de cargas

$$dq(\vec{r}) = \rho(\vec{r}) dV$$



Ley de Coulomb



- La fuerza experimentada por q_2 :

$$\vec{F}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2 \hat{r}_{21}}{r_{21}^2}$$

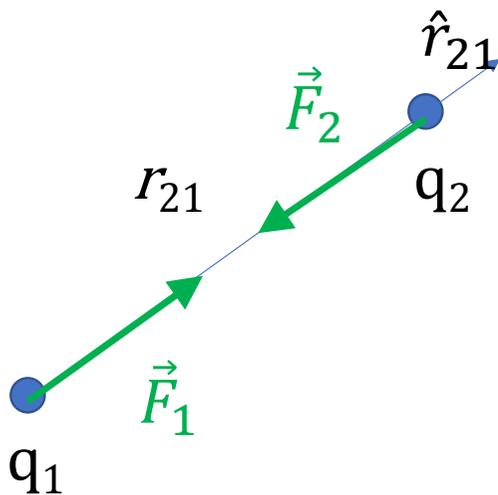
\hat{r}_{21} es el vector unitario de q_1 a q_2

- La fuerza eléctrica es Newtoniana

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$$

- **Cargas de igual signo se repelen**

Ley de Coulomb



- La fuerza experimentada por q_2 :

$$\vec{F}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2 \hat{r}_{21}}{r_{21}^2}$$

\hat{r}_{21} es el vector unitario de q_1 a q_2

- La fuerza eléctrica es Newtoniana

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$$

- **Cargas de signo opuesto se atraen**

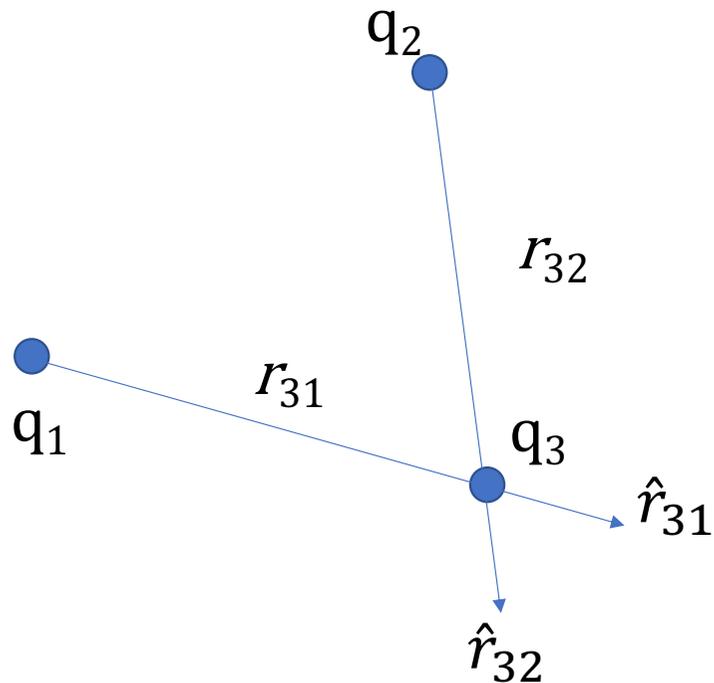
Factor de proporcionalidad

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}$$

ϵ_0 es la permitividad del vacío

Principio de superposición

La fuerza con la que dos cargas interaccionan no se modifica por la presencia de una tercera



- COROLARIO:

La fuerza experimentada por q_3 es la suma vectorial de las fuerzas de interacción entre q_1 y q_3 ,y q_2 y q_3

$$\vec{F}_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_1 q_3 \hat{r}_{31}}{r_{31}^2} + \frac{q_2 q_3 \hat{r}_{32}}{r_{32}^2} \right]$$

Fuerza del par q_1 q_3

Fuerza del par q_2 q_3

Energía potencial electrostática

- La fuerza de Coulomb es conservativa.
- El trabajo que debe darse al sistema para atraer dos cargas q_1 y q_2 inicialmente muy lejanas a una distancia r_{12} es:

$$W = \int_{\text{posición inicial}}^{\text{posición final}} \vec{F} \cdot \vec{ds} \quad \leftarrow \text{Diferencial de camino}$$

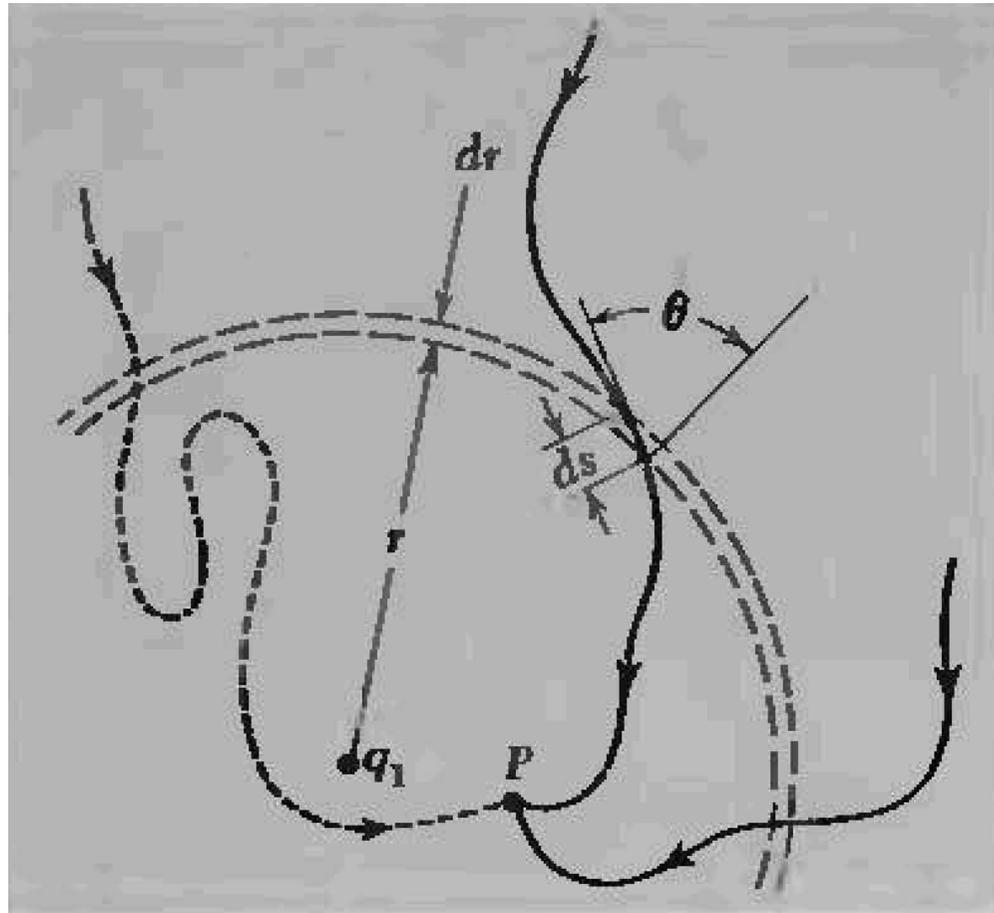
Me paro en q_1



Como siempre
la fuerza es radial

$$\int_{\infty}^{r_{12}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2 (-dr)}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

$W > 0$ para signos de cargas iguales,
 $W < 0$ para signos de cargas opuestos



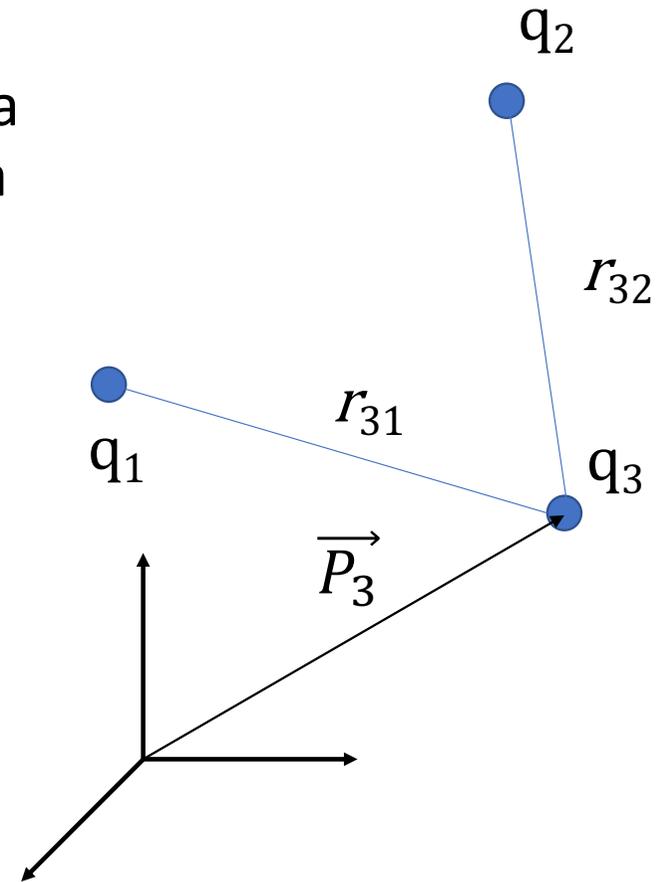
Debido a que la fuerza electrostática es central, los tramos de diferentes caminos entre r y $r+dr$ requieren el mismo trabajo

Energía de un sistema de cargas

Calculemos la energía que insume armar un sistema de cargas puntuales. Acerquemos una tercera carga q_3 desde muy lejos hasta \vec{P}_3 .

$$U = - \int_{\infty}^{P_3} \vec{F}_3 \cdot \vec{ds} = - \int_{\infty}^{P_3} \vec{F}_{31} \cdot \vec{ds} - \int_{\infty}^{P_3} \vec{F}_{32} \cdot \vec{ds}$$

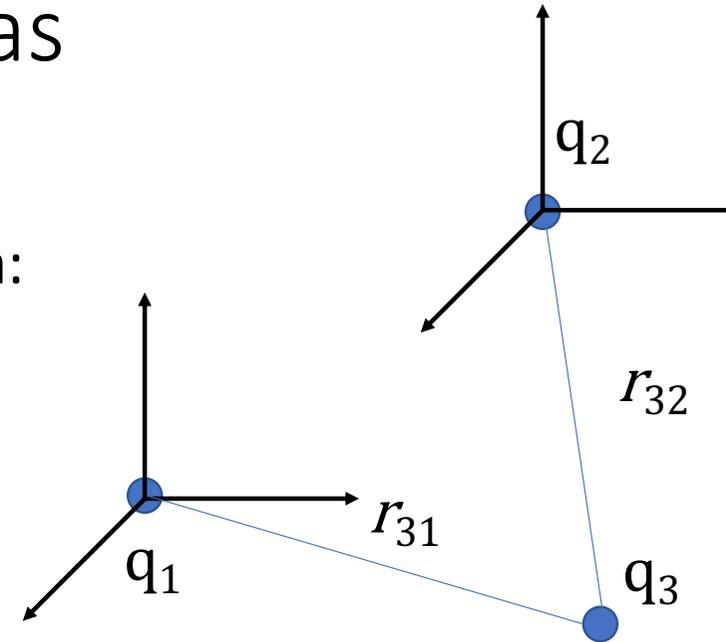
Donde \vec{F}_{31} y \vec{F}_{32} son las fuerzas que siente q_3 a causa de q_1 y q_2 respectivamente



Energía de un sistema de 3 cargas

Parándonos en q_1 y q_2 respectivamente, W queda:

$$U = - \int_{\infty}^{r_{31}} \vec{F}_{31} \cdot \overrightarrow{ds'} - \int_{\infty}^{r_{32}} \vec{F}_{32} \cdot \overrightarrow{ds''} =$$
$$= - \int_{\infty}^{r_{31}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3 \widehat{r}'}{r'^2} \cdot \overrightarrow{ds'} - \int_{\infty}^{r_{32}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_3 \widehat{r}''}{r''^2} \cdot \overrightarrow{ds''}$$



Energía de un sistema de 3 cargas

$$U = - \int_{\infty}^{r_{31}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3 dr'}{r'^2} - \int_{\infty}^{r_{32}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_3 dr''}{r''^2} = \underbrace{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{31}}}_{W_{31}} + \underbrace{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_3}{r_{32}}}_{W_{32}}$$

- El trabajo para llevar q_3 a \vec{P}_3 es la suma del trabajo cuando solamente está q_1 y cuando solamente está q_2 .
- Entonces el trabajo total cedido al sistema para reunir las tres cargas es igual a la energía electrostática acumulada U

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_1 q_2}{r_{21}} + \frac{q_1 q_3}{r_{31}} + \frac{q_2 q_3}{r_{32}} \right]$$

La energía
potencial
eléctrica U de
un sistema

- No depende del orden de colocación de las cargas
- Es independiente del camino seguido por cada carga



Dependerá únicamente de la disposición final de las cargas

Energía de un sistema de N cargas

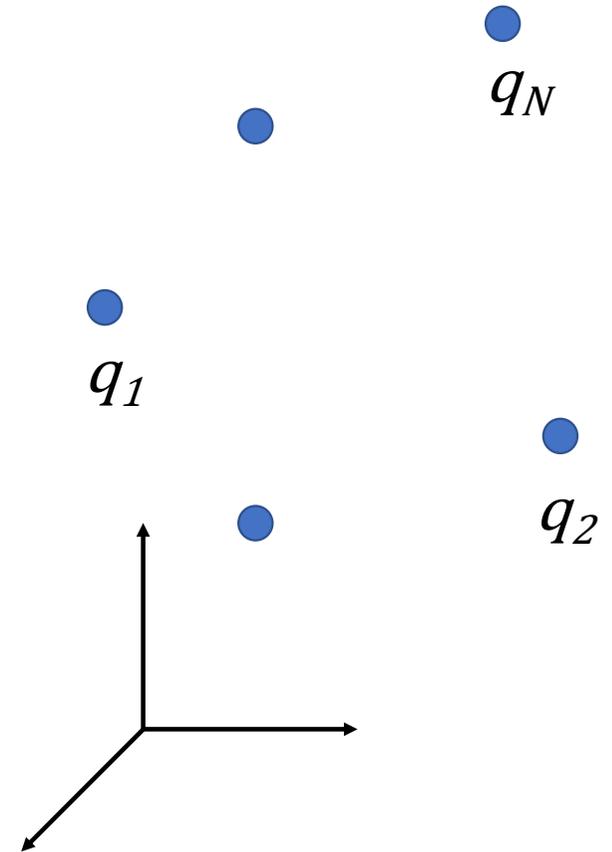
- La expresión general queda:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{k \neq j} \frac{q_j q_k}{r_{jk}}$$

- La doble sumatoria significa:
 - tomar $j=1$ y sumar para $k=2,3,4\dots N$,
 - luego tomar $j=2$ y sumar para $k= 1, 3, 4\dots N$ y así sucesivamente hasta $j=N$.
- El $\frac{1}{2}$ aparece porque los términos con cargas j y k aparecen dos veces como jk y kj .

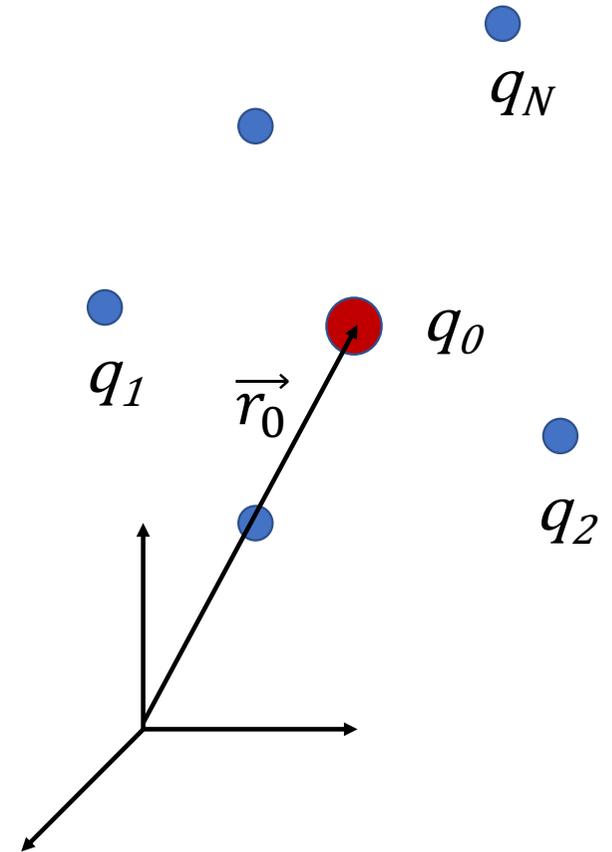
El campo eléctrico

- Supongamos una distribución de cargas q_1, q_2, \dots, q_N fijas.



El campo eléctrico

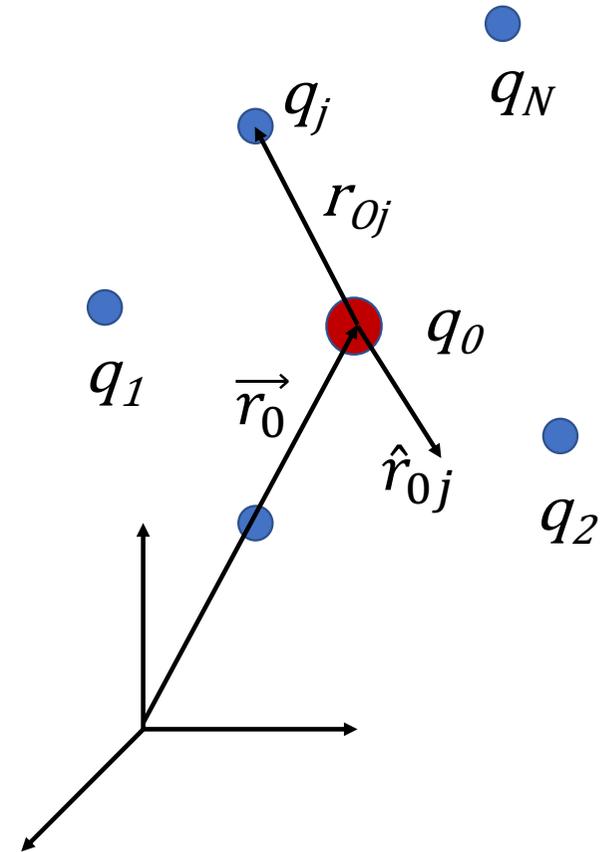
- Supongamos una distribución de cargas q_1, q_2, \dots, q_N fijas.
- Nos interesa saber la fuerza resultante sobre una carga q_0 que se agrega en la posición \vec{r}_0



El campo eléctrico

- Supongamos una distribución de cargas q_1, q_2, \dots, q_N fijas.
- Nos interesa saber la fuerza resultante sobre una carga q_0 que se agrega en la posición \vec{r}_0

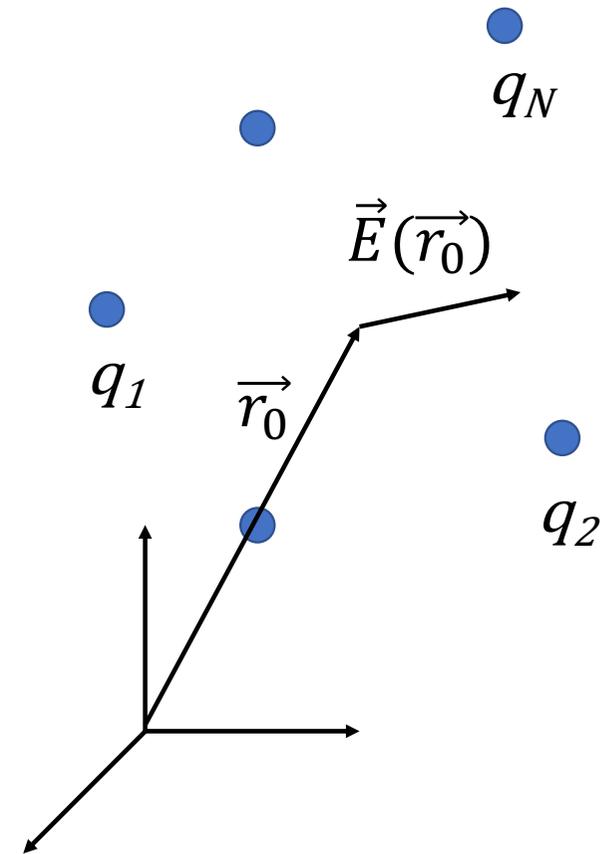
$$\vec{F}_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^N \frac{q_0 q_j \hat{r}_{0j}}{r_{0j}^2}$$

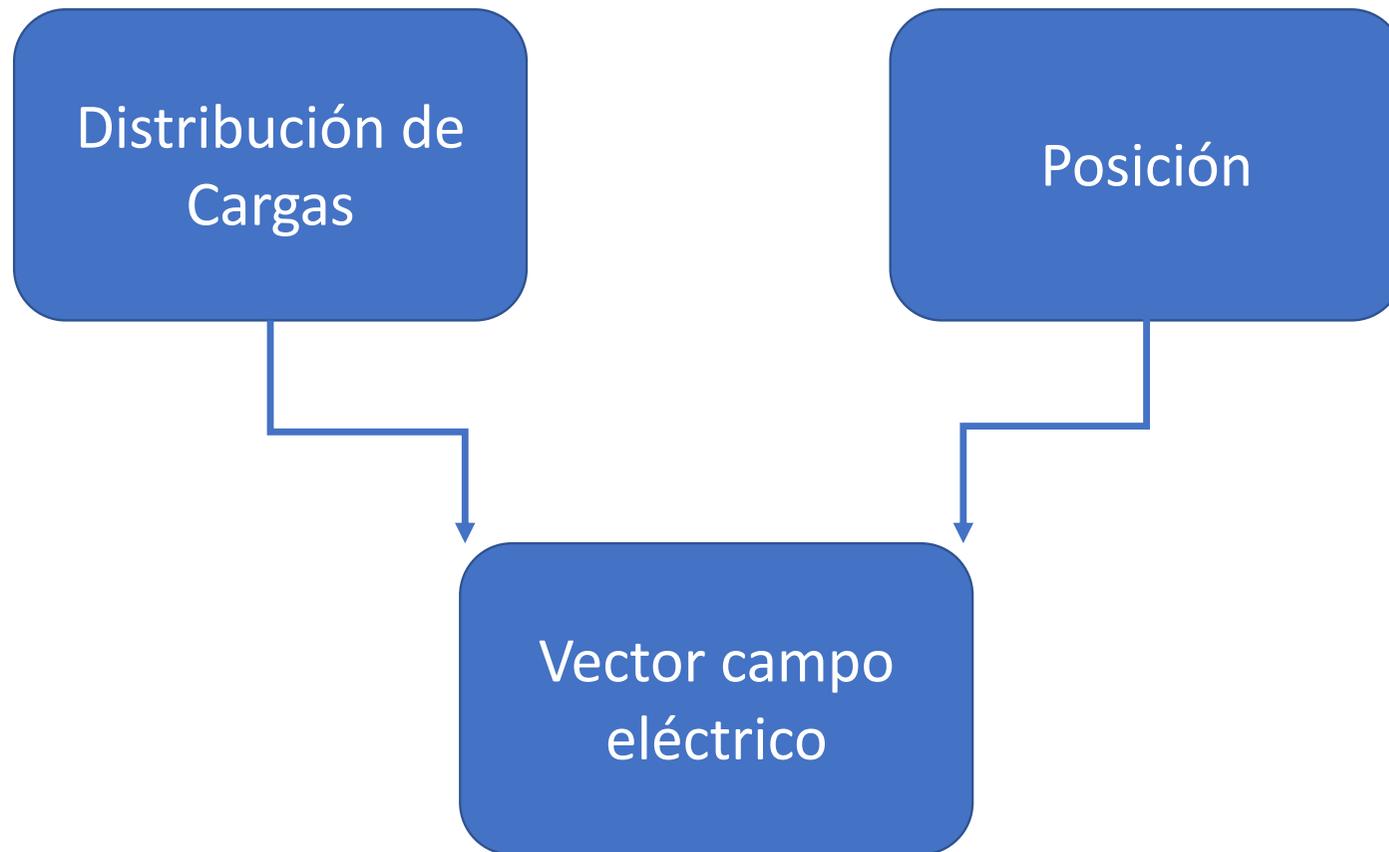


El campo eléctrico

- Si dividimos \vec{F}_0 por q_0 nos queda una cantidad vectorial dependiente del sistema de cargas y de la posición \vec{r}_0 .
- Esta cantidad es el campo eléctrico \vec{E} generado por el sistema de cargas en el punto \vec{r}_0 :

$$\vec{E}(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^N \frac{q_j \hat{r}_{0j}}{r_{0j}^2}$$





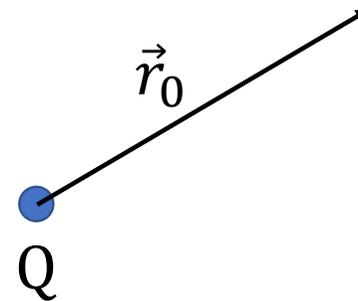
Propiedades del campo electrico

- Su intensidad se mide en N/C ó como veremos más adelante en Volt /m
- La dirección vendrá dada por una combinación de versores.
- Si queremos representar el campo en todo el espacio, a cada posición le asignaremos una flecha (vector).

Campo de una carga Q

- El campo generado por una carga Q en cualquier posición \vec{r}_0 es:

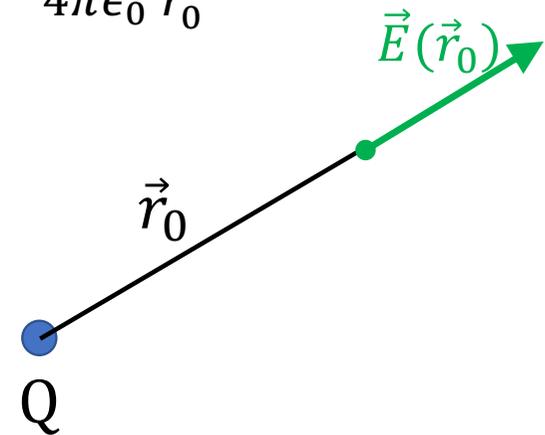
$$\vec{E}(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_0^2} \hat{r}_0$$



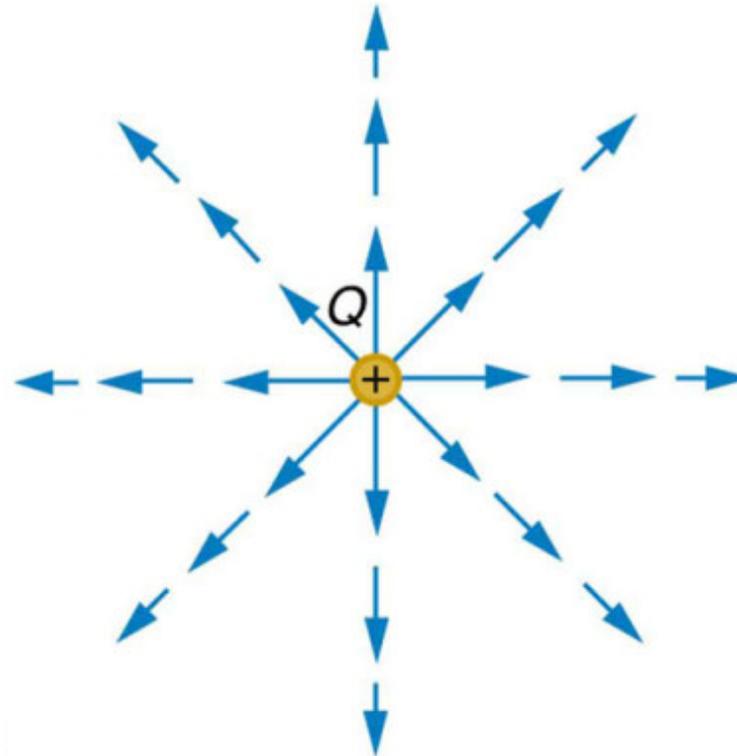
Campo de una carga Q

- El campo generado por una carga Q en cualquier posición \vec{r}_0 es:

$$\vec{E}(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_0^2} \hat{r}_0$$



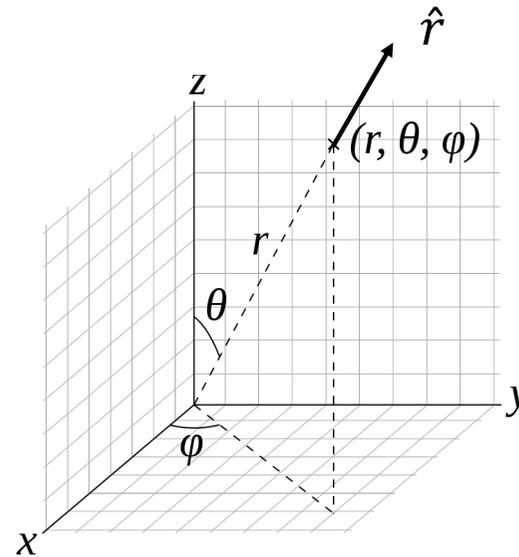
Campo de una
carga $Q > 0$



Campo de una carga Q

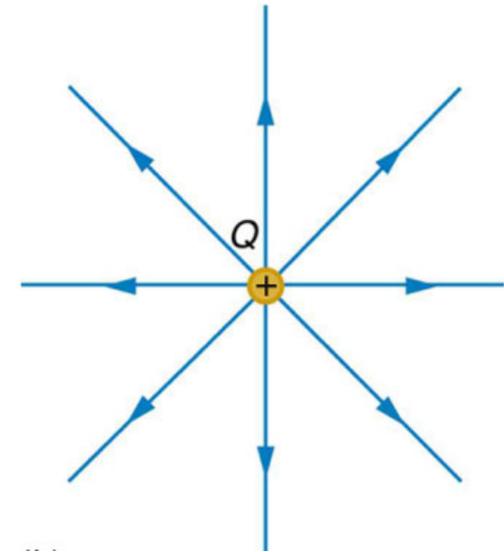
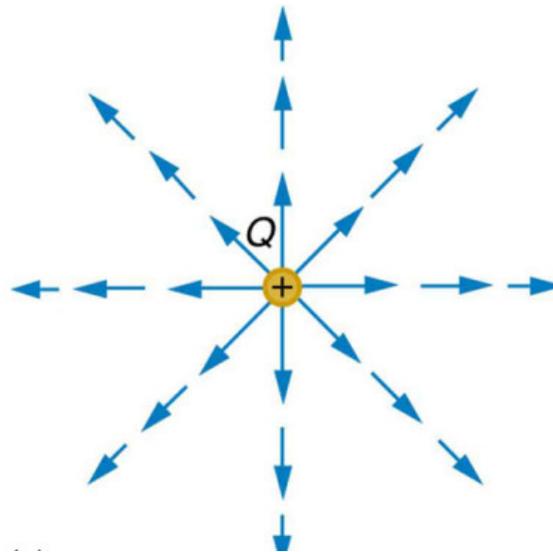
- En coordenadas esféricas (r, θ, φ)

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$



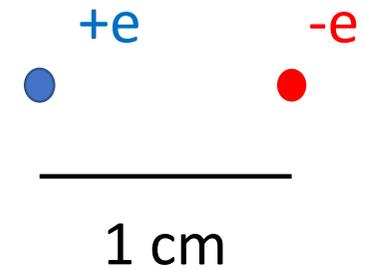
Líneas de campo de una carga Q

- Líneas que tienen al campo \vec{E} como vectores tangentes.
- Densidad de líneas indica intensidad.



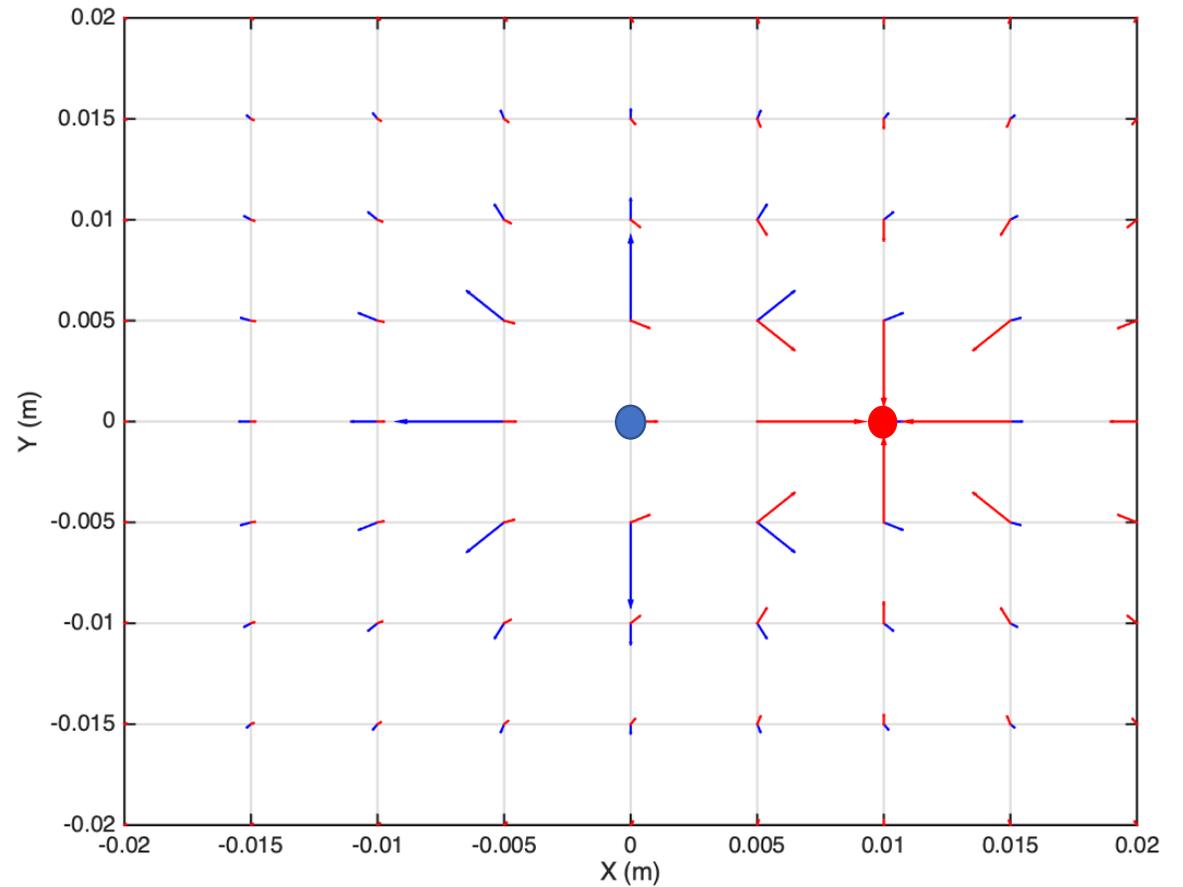
Campo de dos cargas

- Una carga $+e$ en $(0,0)$.
- Una carga $-e$ en (1 cm) .



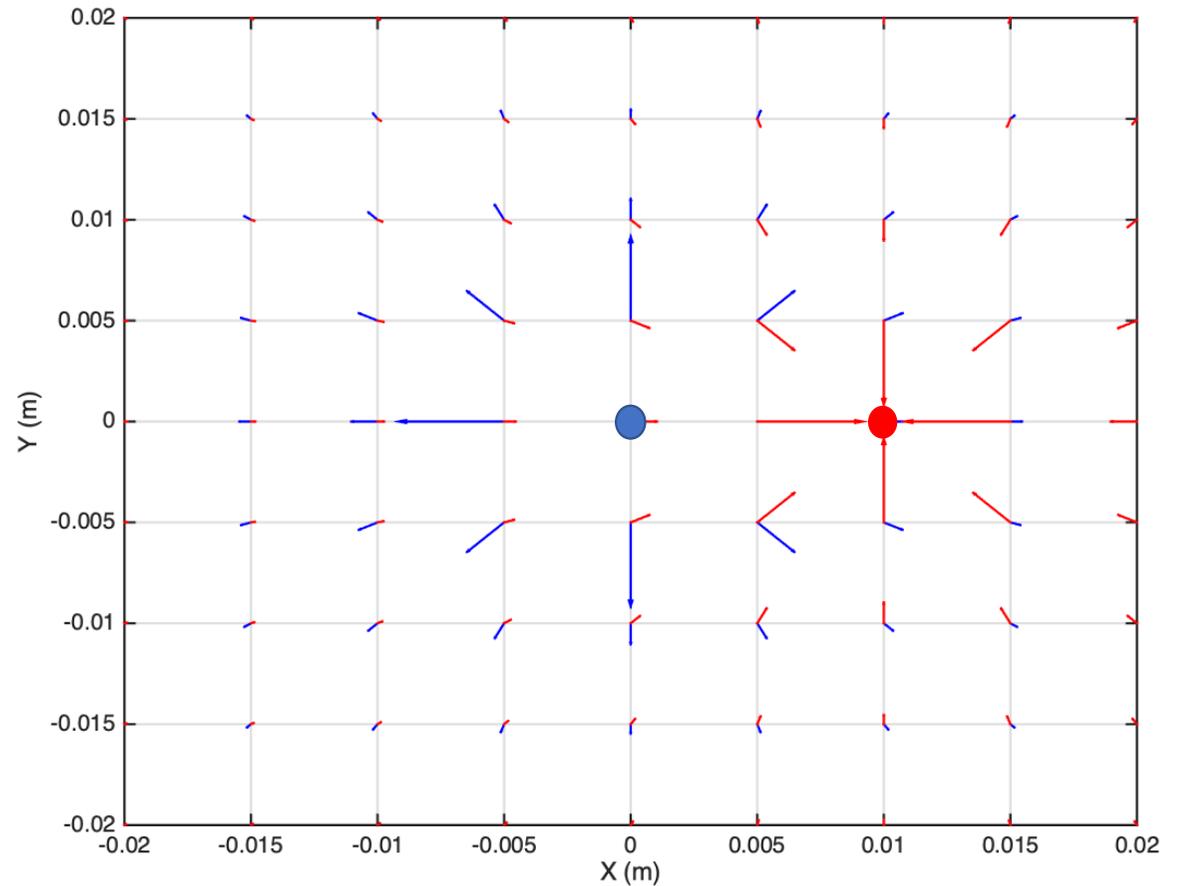
Campo de dos cargas

- Una carga $+e$ en $(0,0)$.
- Una carga $-e$ en $(0,1 \text{ cm})$.

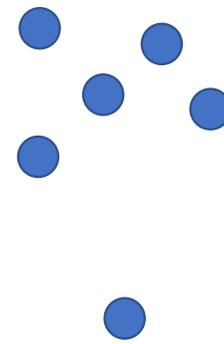


Campo de dos cargas

- Una carga $+e$ en $(0,0)$.
- Una carga $-e$ en $(0,1 \text{ cm})$.
- El campo total en cada punto es la suma vectorial de los campos de cada carga.

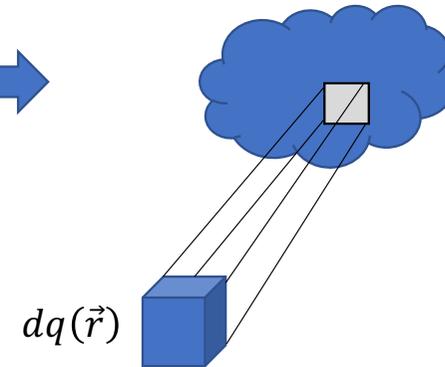


Distribución continua de cargas



Carga puntual
en punto \vec{r}

Q



$dq(\vec{r})$

Diferencial de carga en el
punto \vec{r}

$$dq(\vec{r}) = \rho(\vec{r}) dx dy dz$$

Densidad
de carga en \vec{r}

Diferencial
de volumen
en el punto \vec{r}

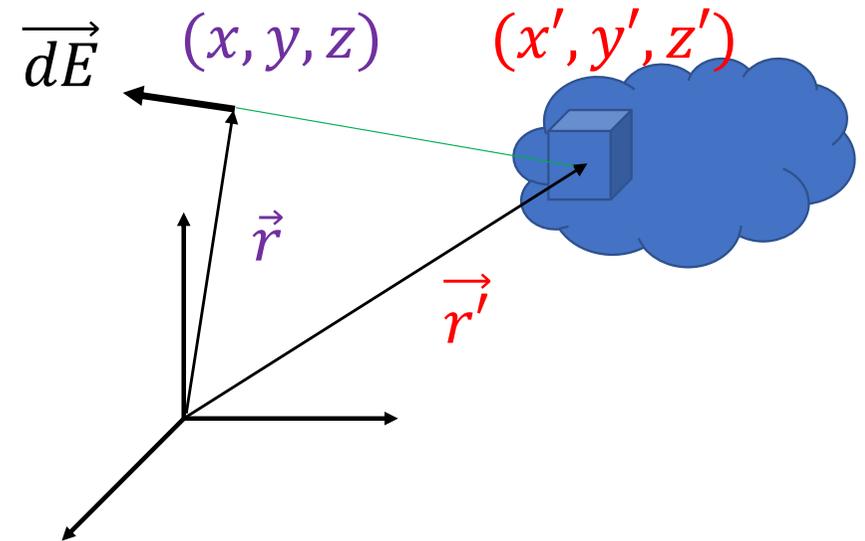
Campo eléctrico de una distribución

- Vimos que para N cargas puntuales en posiciones \vec{r}_j , el campo \vec{E} en el punto \vec{r}_0

$$\vec{E}(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^N \frac{q_j \hat{r}_{0j}}{r_{0j}^2}$$

- Donde \hat{r}_{0j} es un vector unitario que apunta desde \vec{r}_0 hasta \vec{r}_j . Equivalentemente:

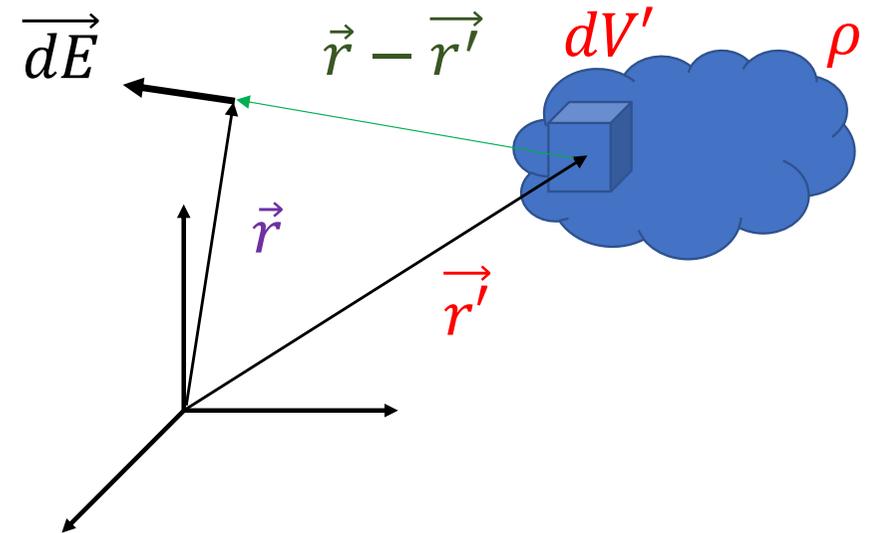
$$\vec{E}(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^N \frac{q_j (\vec{r}_j - \vec{r}_0)}{|\vec{r}_j - \vec{r}_0|^3}$$



Campo eléctrico de una distribución

- Equivalentemente, pensemos en un diferencial de carga $\rho(\vec{r}') dV'$ en el punto \vec{r}' como parte de una distribución volumétrica ρ .
- La contribución de $\rho(\vec{r}') dV'$ al campo eléctrico \vec{E} en el punto \vec{r} es:

$$\vec{dE}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho(\vec{r}') dV' (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$



Campo eléctrico de una distribución

- El campo total \vec{E} en el punto \vec{r} se obtiene integrando sobre todo el volumen de la distribución de carga.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho(\vec{r}') (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV'$$

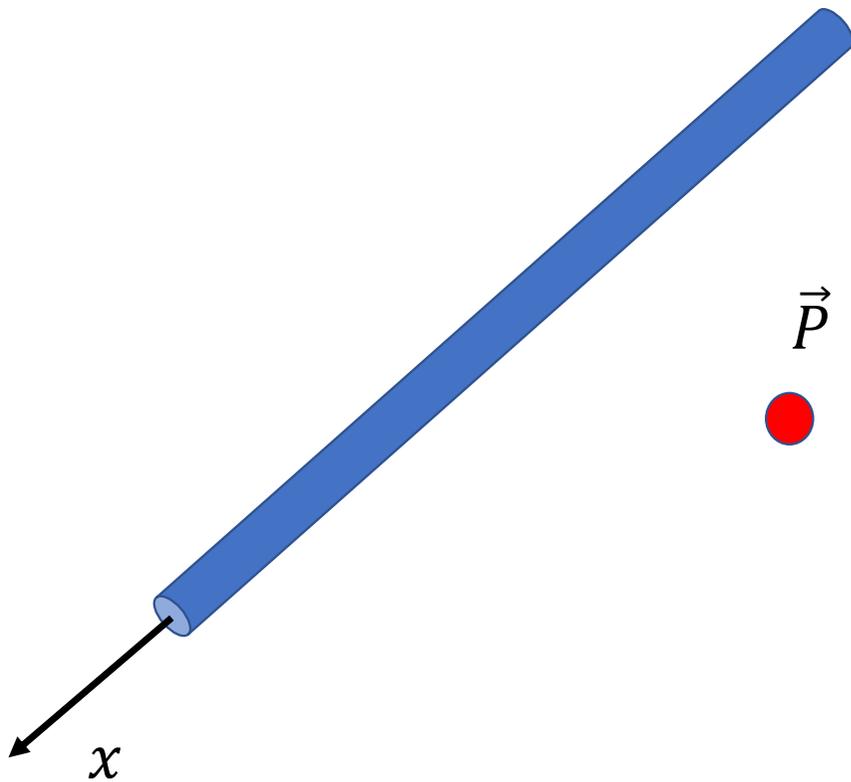
- En cartesianas $\vec{r}' = (x', y', z')$ y $\vec{r} = (x, y, z)$:

$$E_x(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho(x', y', z') (x - x')}{(\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2})^3} dx' dy' dz'$$

$$E_y(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho(x', y', z') (y - y')}{(\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2})^3} dx' dy' dz'$$

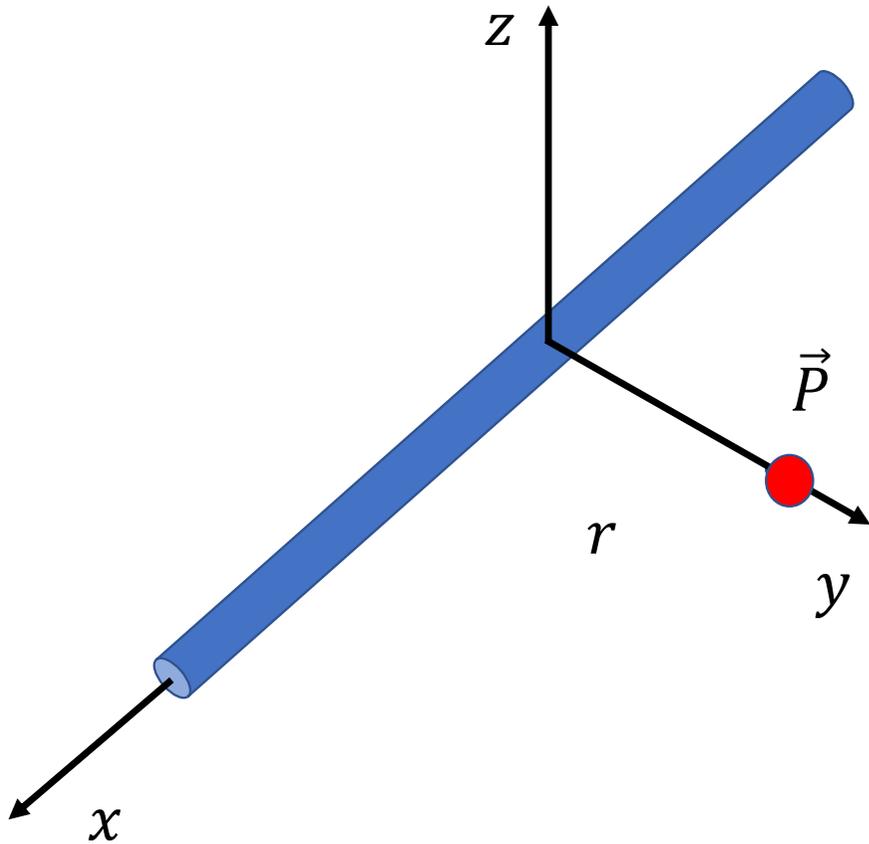
$$E_z(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho(x', y', z') (z - z')}{(\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2})^3} dx' dy' dz'$$

Distribución lineal uniforme infinita



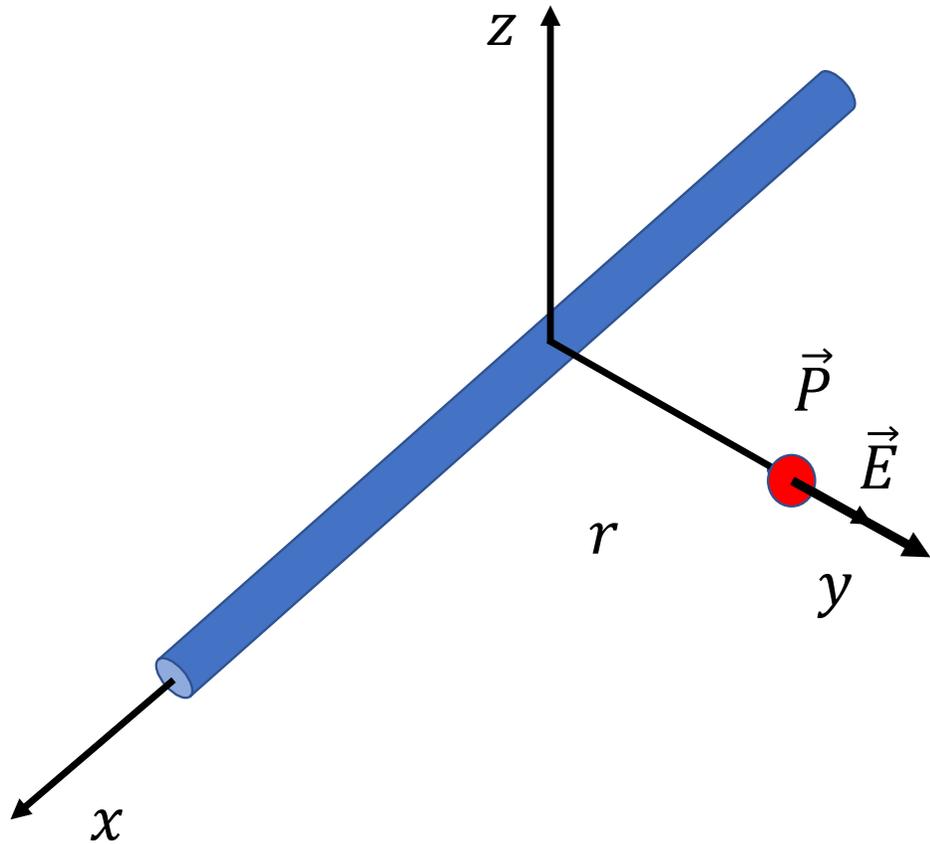
- “Hilo infinito” de carga a lo largo de eje x
- Grosor despreciable ($y' = z' = 0$)
- Distribución constante $\lambda(x) = \text{cte}$ (C/m).
- Calculemos el campo \vec{E} en el punto \vec{P} .
- Sumemos las contribuciones \overrightarrow{dE} de los diferenciales de carga $dq = \lambda dx$

Distribución lineal uniforme infinita



- Simetría de traslación a lo largo del eje x .
- Pongo el origen en cualquier x . Por ejemplo, de manera que $P_x = 0$.
- Simetría alrededor de x .
- Da lo mismo cualquier ángulo entre \vec{P} y los ejes \hat{y} y \hat{z} . Puedo hacer $P_z = 0$ y $P_y = r$

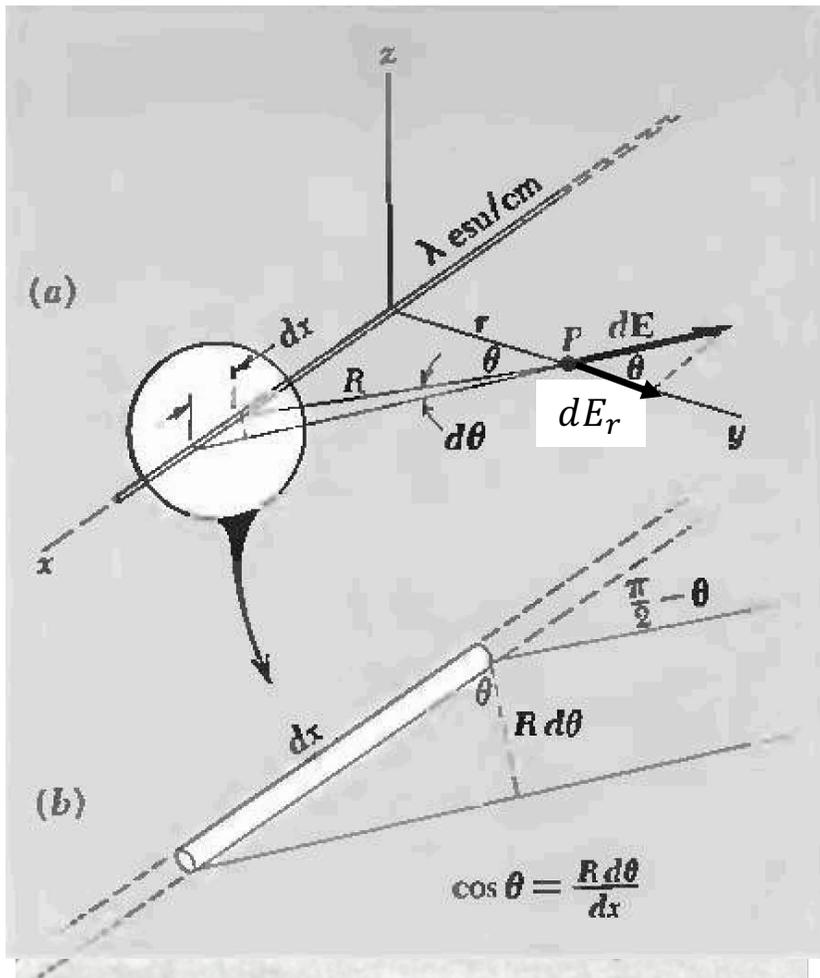
Distribución lineal uniforme infinita



- Simetría de traslación a lo largo del eje x .
- Pongo el origen en cualquier x . Por ejemplo, de manera que $P_x = 0$.
- Simetría alrededor de x .
- Da lo mismo cualquier ángulo entre \vec{P} y los ejes \hat{y} y \hat{z} . Puedo hacer $P_z = 0$ y $P_y = r$
- Entonces, el campo debe ser radial en cilíndricas y sólo depender de la distancia radial r :

$$\vec{E} = E_r(r)\hat{r}$$

Distribución lineal uniforme infinita



- El diferencial de campo radial dE_r en \vec{P} generado por un diferencial $dq = \lambda dx$ viene dado por

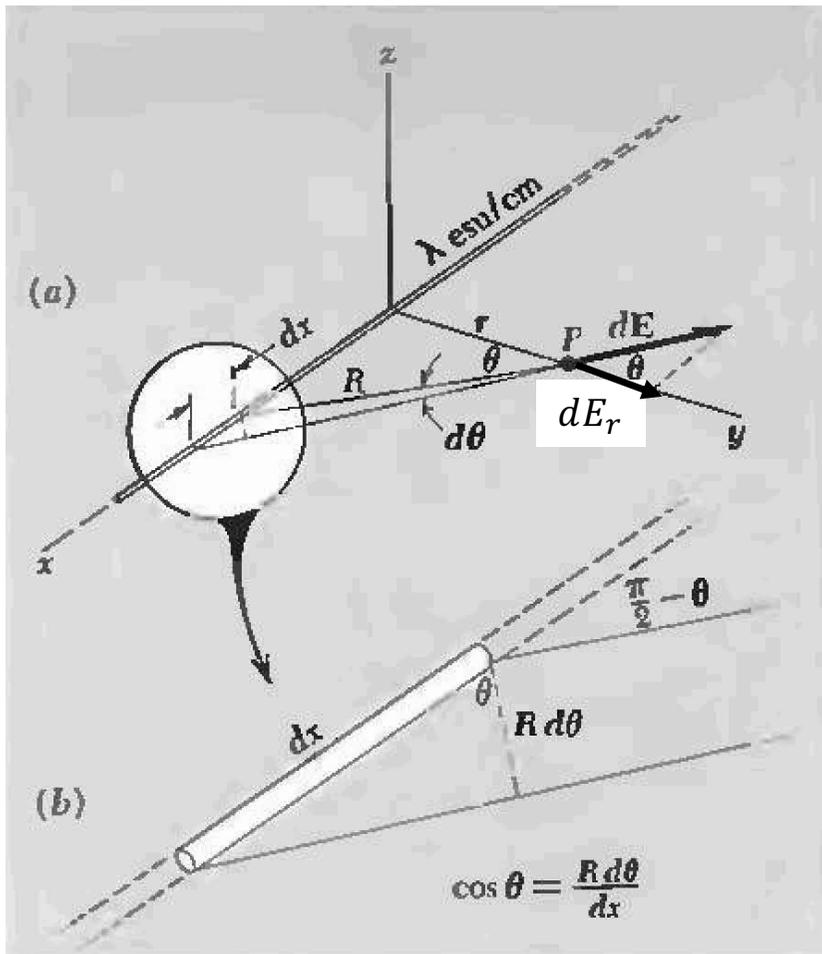
$$dE_r = dE \cos \theta$$

Donde el ángulo entre el eje y y la dirección al dq .

- Como vimos, $dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R^2}$
- Reemplazamos dE

$$dE_r = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cos \theta = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cos \theta$$

Distribución lineal uniforme infinita



- Integramos sobre todo el hilo

- $$E(r) = \int dE_r = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 R^2} dx$$

- Como $dx \cos \theta = R d\theta$ y $R \cos \theta = r$ la integral en función de θ queda:

- $$E(r) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\lambda \cos \theta d\theta}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta d\theta$$

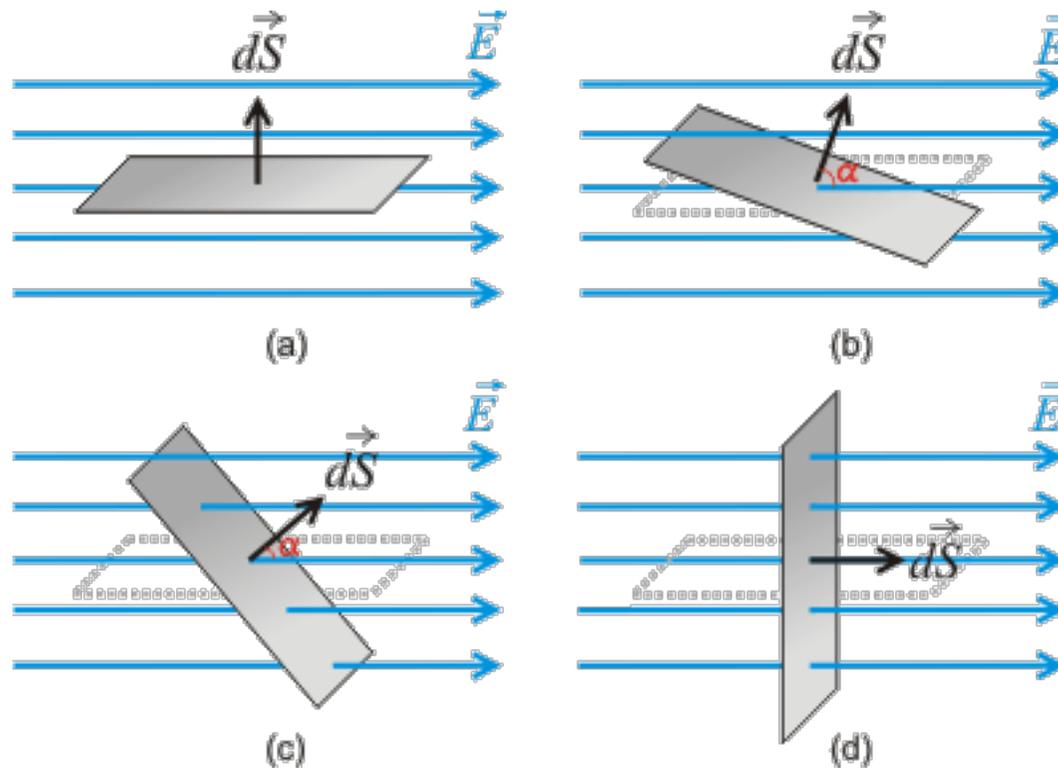
$$E(r) = \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Ley de Gauss

Electrostática

Flujo de un campo a través de una superficie

El flujo es el producto de un campo por el área transversal que atraviesa

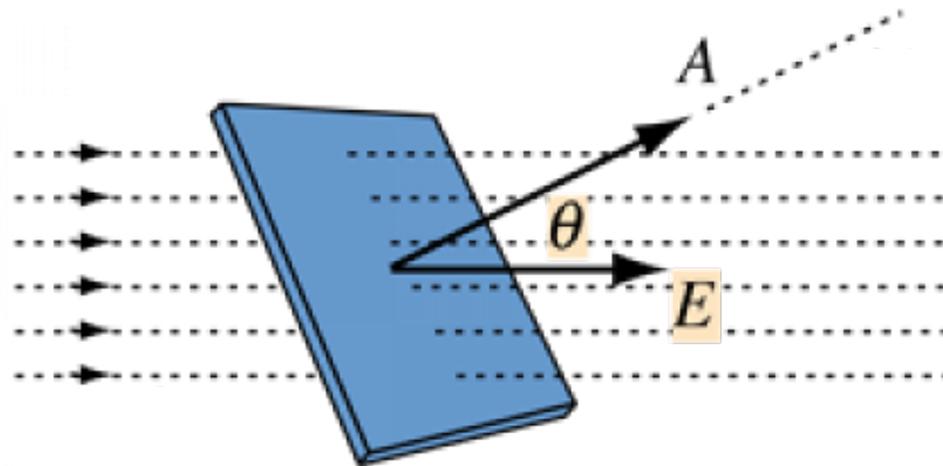


Flujo de un campo a través de una superficie

El flujo es el producto de un campo por el área transversal que atraviesa

Superficie plana de área A , \vec{E} uniforme

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos \theta$$



Flujo de campo eléctrico

- Superficie compuestas de facetas de área \vec{A}_i atravesadas por campos \vec{E}_i .

$$\Phi = \sum_{\text{todos los } i} \vec{E}_i \cdot \vec{A}_i = \sum_{\text{todos los } i} E_i A_i \cos \theta_i$$



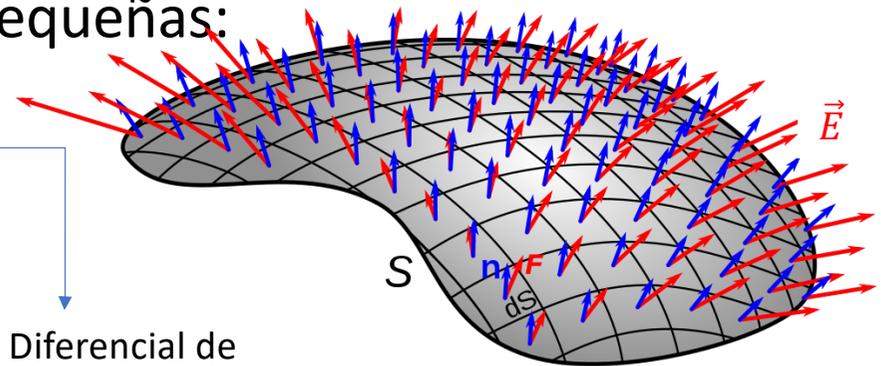
- Si las facetas son infinitesimalmente pequeñas:

$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot \vec{ds} = \int_S \vec{E} \cdot \vec{n} ds$$

Campo en la faceta infinitesimal

Normal a la faceta infinitesimal

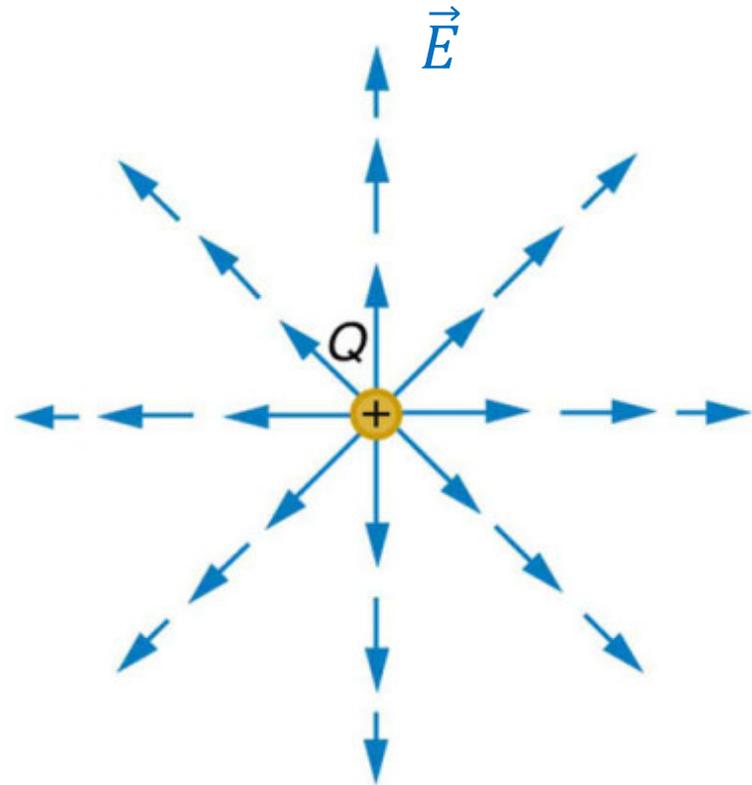
Diferencial de área



Flujo eléctrico de una carga Q a través de una esfera

- En coordenadas esféricas, el campo generado a una distancia r es siempre radial y vale:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

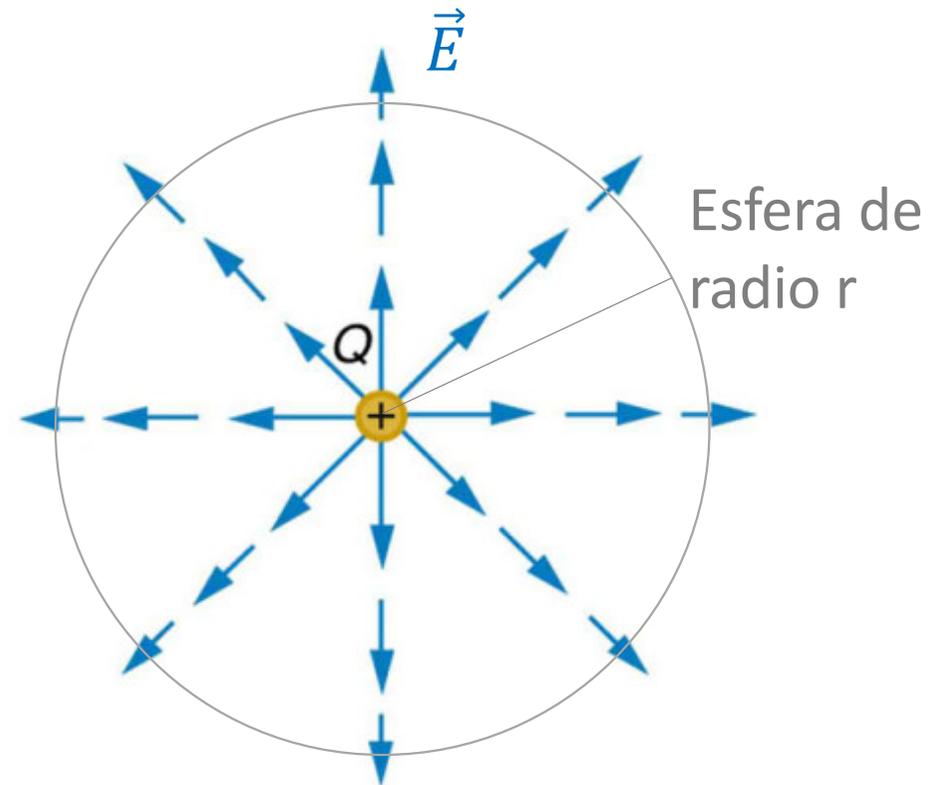


Flujo eléctrico de una carga Q a través de una esfera

- El flujo del campo eléctrico a través de una esfera de radio r vale:

$$\Phi = \int \vec{E} \cdot \vec{ds}$$

Superficie de la esfera

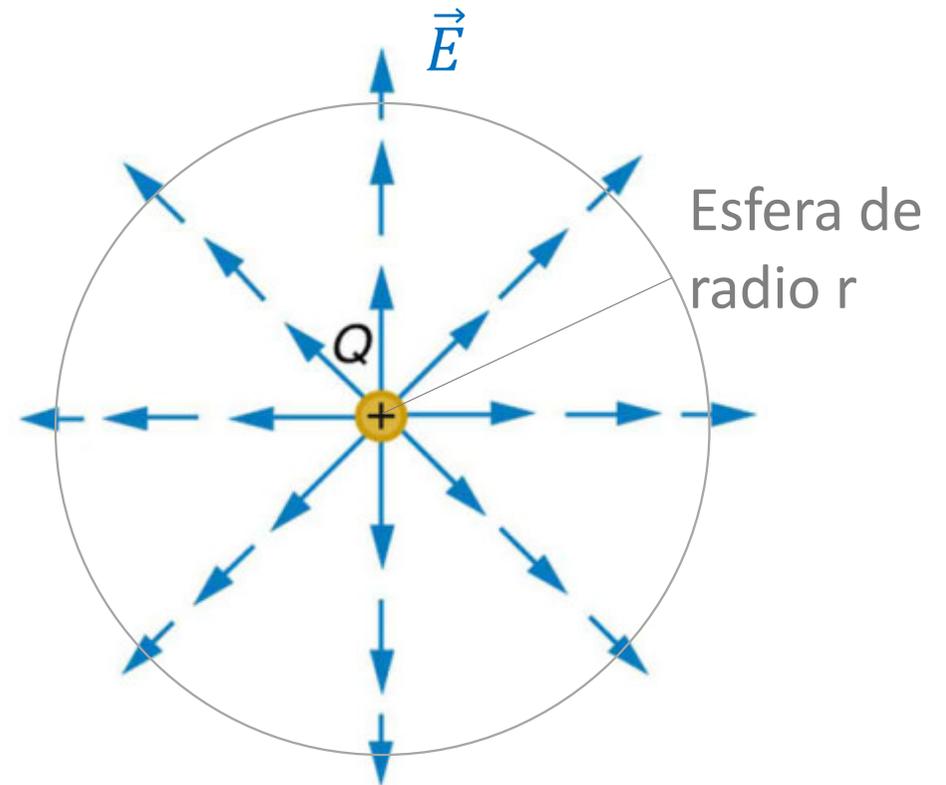


Flujo eléctrico de una carga Q a través de una esfera

- Sobre la esfera, \vec{E} apunta siempre radialmente y vale lo mismo

$$\Phi = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r} \cdot \vec{ds}$$

Superficie de la esfera

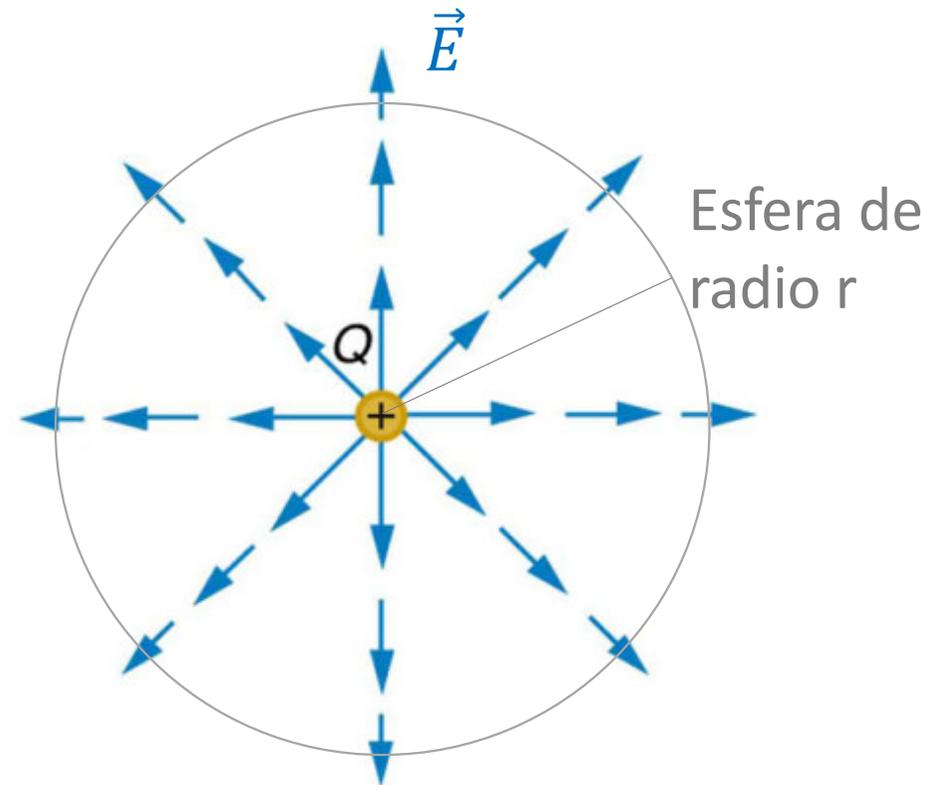


Flujo eléctrico de una carga Q a través de una esfera

- El diferencial de área en la esfera apunta radialmente y vale $r^2 \sin \theta d\theta d\varphi$

$$\Phi = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r} \cdot r^2 \sin \theta d\theta d\varphi \hat{r}$$

Superficie de la esfera



Flujo eléctrico de una carga Q a través de una esfera

- Partiendo de:

$$\Phi = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r} \cdot r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\varphi \hat{r}$$

Superficie de
la esfera

- Reorganizamos los factores y tachamos los r^2

$$\Phi = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\cancel{r^2}} \cancel{r^2} \sin \theta \, d\theta \, d\varphi \hat{r} \cdot \hat{r}$$

Superficie de
la esfera

Flujo eléctrico de una carga Q a través de una esfera

- Luego, sabemos que por definición $\hat{r} \cdot \hat{r} = 1$

$$\Phi = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \sin \theta \, d\theta \, d\varphi$$

Superficie de
la esfera

- Ponemos ahora los límites de integración y Q sale afuera

$$\Phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\pi \sin \theta \, d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$$

Flujo eléctrico de una carga Q a través de una esfera

- La primera integral da 2, mientras que la segunda vale 2π , entonces

$$\Phi = \frac{1}{\cancel{4\pi}\epsilon_0} Q \cancel{4\pi} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

- Vemos que el resultado no depende del radio de la esfera, o sea que es el mismo para cualquier valor de r .

Ley de Gauss



Carl Friederich Gauss
(1777-1855)

*Se verifica que en general, **para toda superficie cerrada S** que encierra un volumen V , El flujo del campo eléctrico \vec{E} a través de S es proporcional a la carga total encerrada*

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho \, dv$$