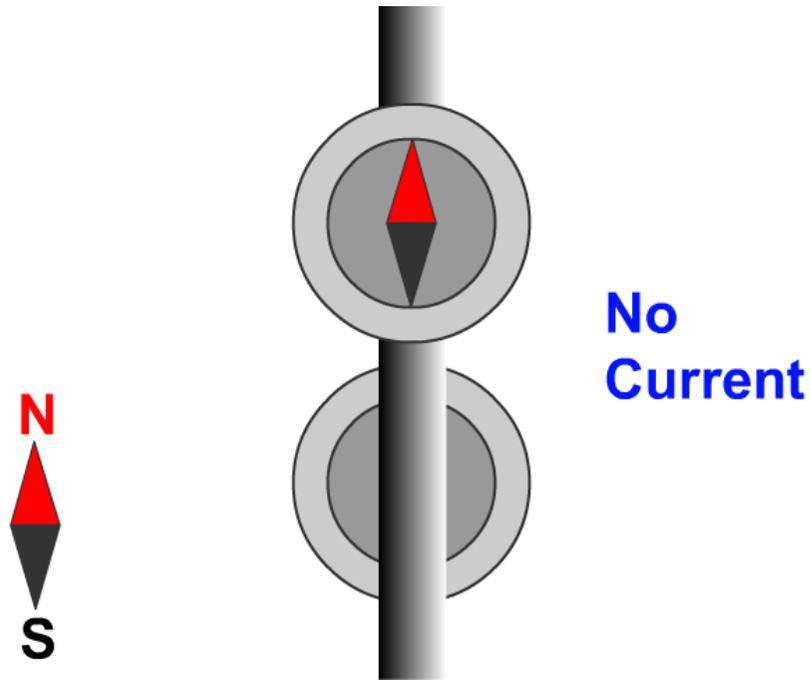


Magnetismo

El campo magnético

- Hans Christian Oersted (1819) demuestra que una corriente estacionaria puede generar un campo magnético.

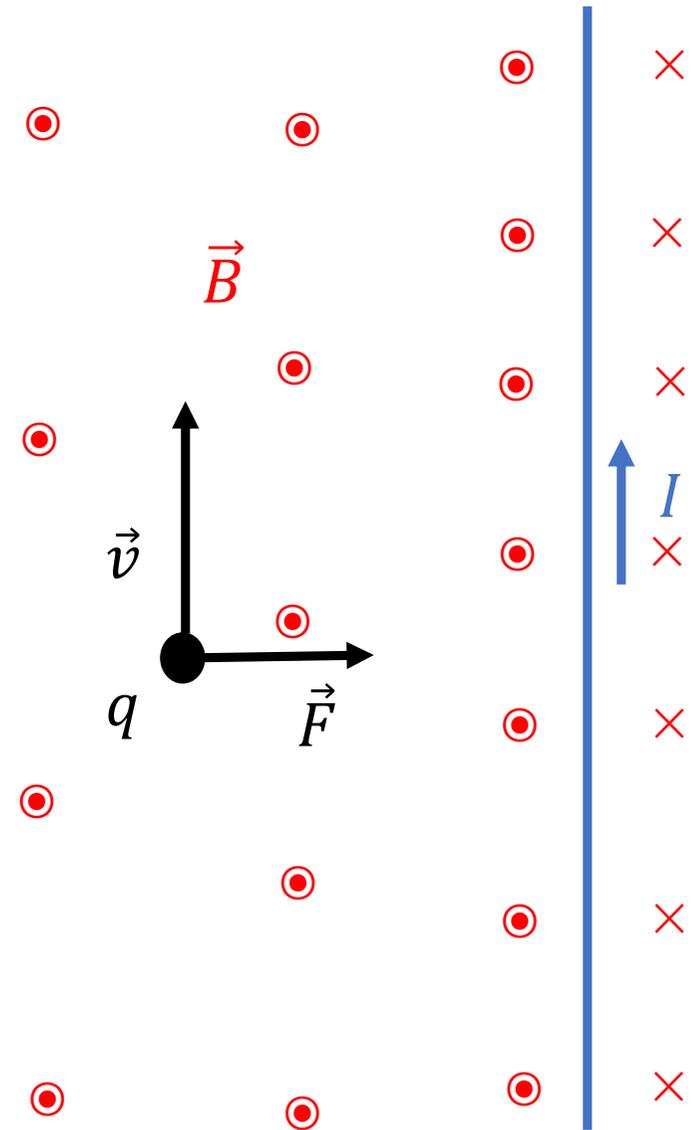


Hans Christian Oersted

Fuerza de Lorentz

- Hendrik Lorentz formalizó en 1895 la expresión para la fuerza magnética a partir de un campo magnético \vec{B}
- Una carga q con una velocidad \vec{v} que pasa por una región con campo magnético \vec{B} experimentará una fuerza igual a:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

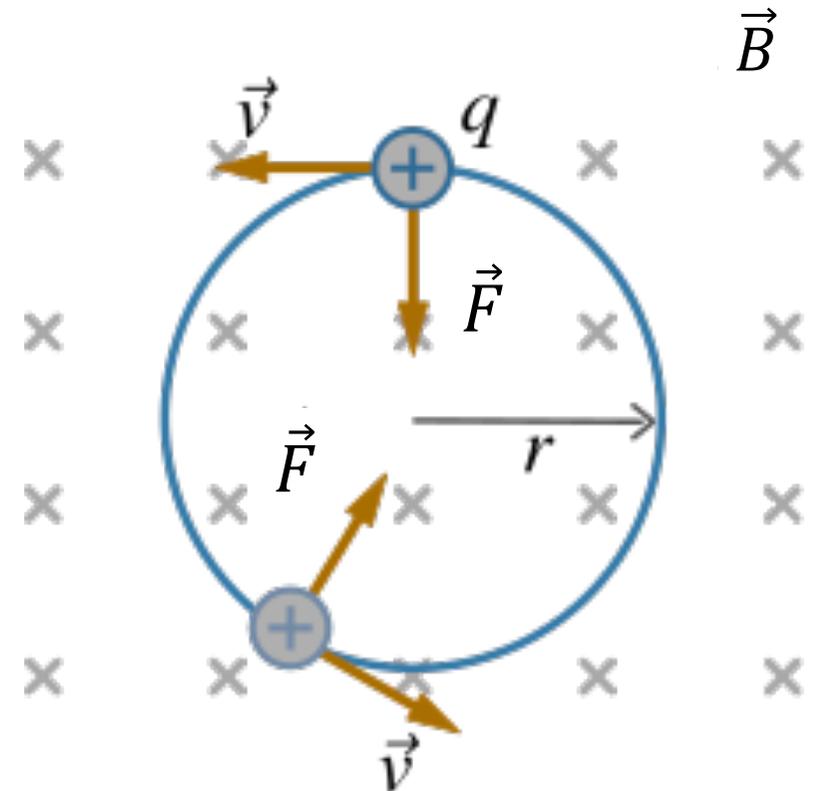


Movimiento de una carga en campo magnético uniforme

- Supongamos que \vec{v} es perpendicular a \vec{B}
- La ecuación de movimiento de una carga q de masa m y velocidad \vec{v} en un campo magnético uniforme \vec{B} es:

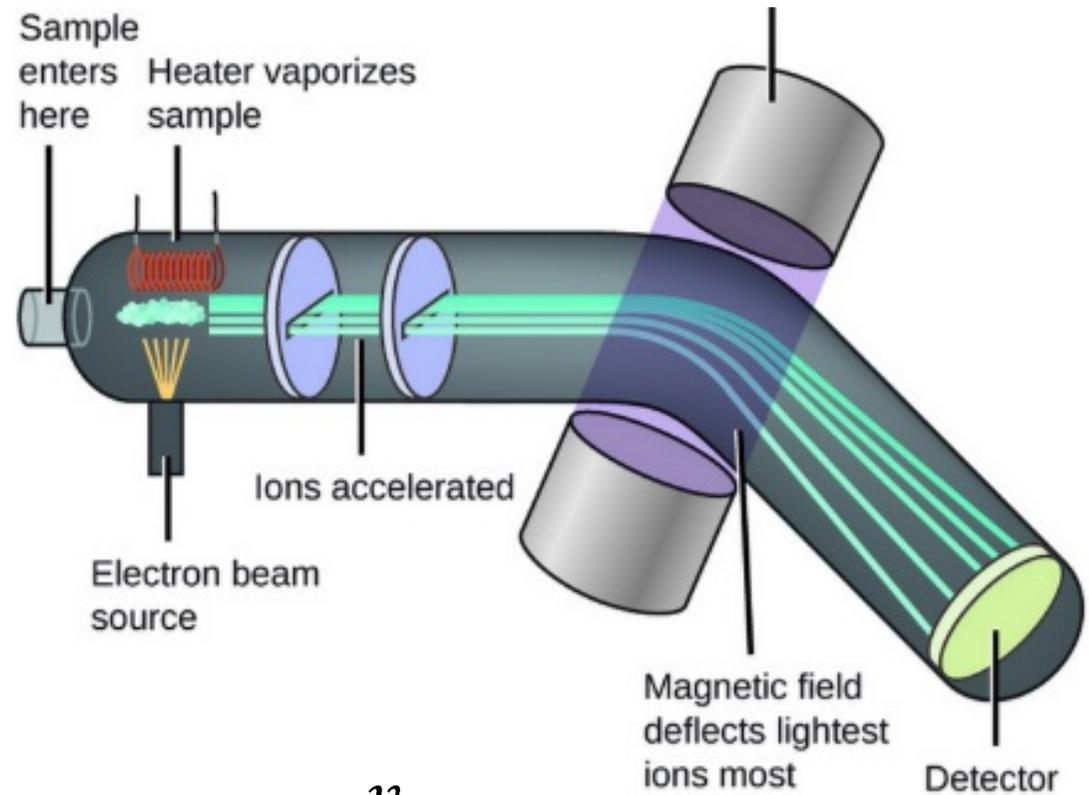
$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

- Es decir que la fuerza \vec{F} es **perpendicular** a \vec{v} y produce una curvatura en la trayectoria de la partícula **pero no cambia v ni su energía cinética.**



Aplicaciones:
Espectrómetro
de masa

(separa iones
de acuerdo a
su masa)

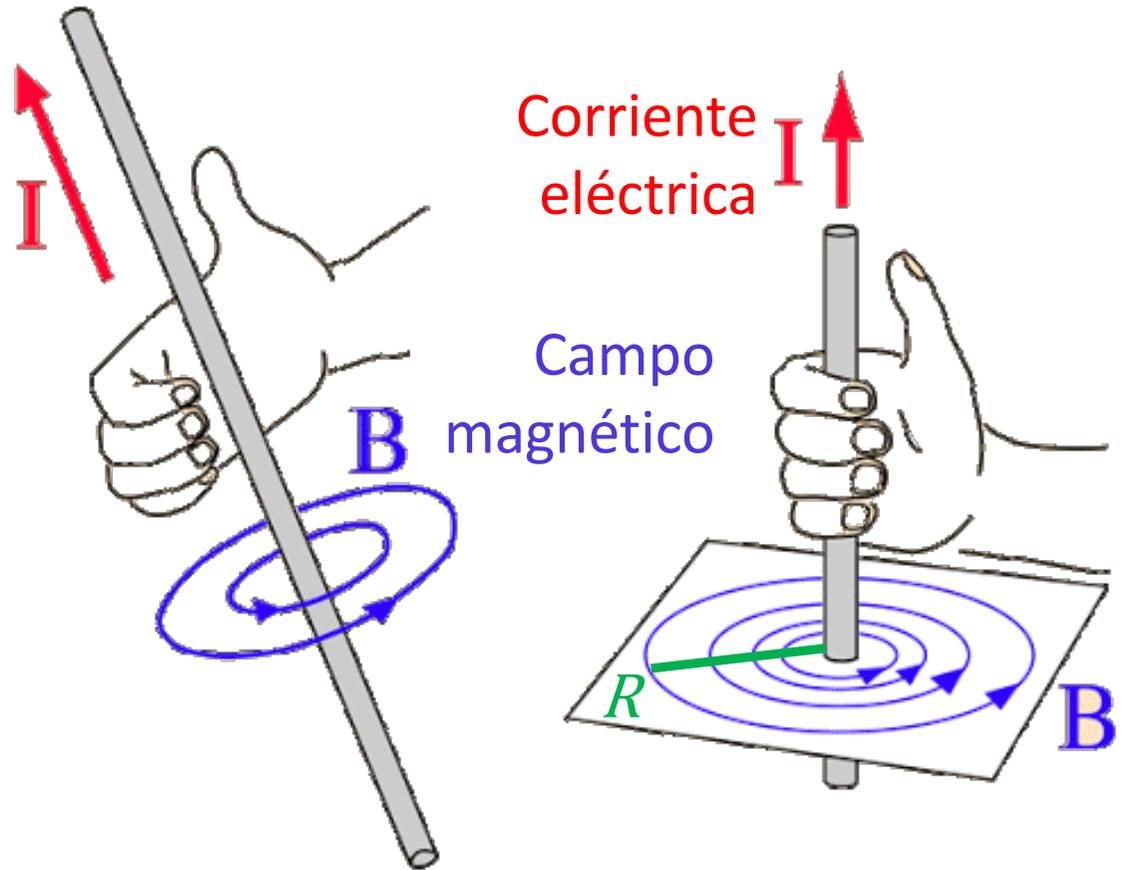


$$r_g = \frac{v_{perp}}{|q|B} m$$

Campo magnético de un hilo recto de corriente

- **Experimentalmente**, se sabe que el campo magnético de un hilo recto de corriente I genera un campo en el sentido de las líneas azules.
- También **experimentalmente** se obtiene que B es proporcional a la corriente I e inversamente proporcional a la distancia al hilo R .

$$B \propto \frac{I}{R}$$



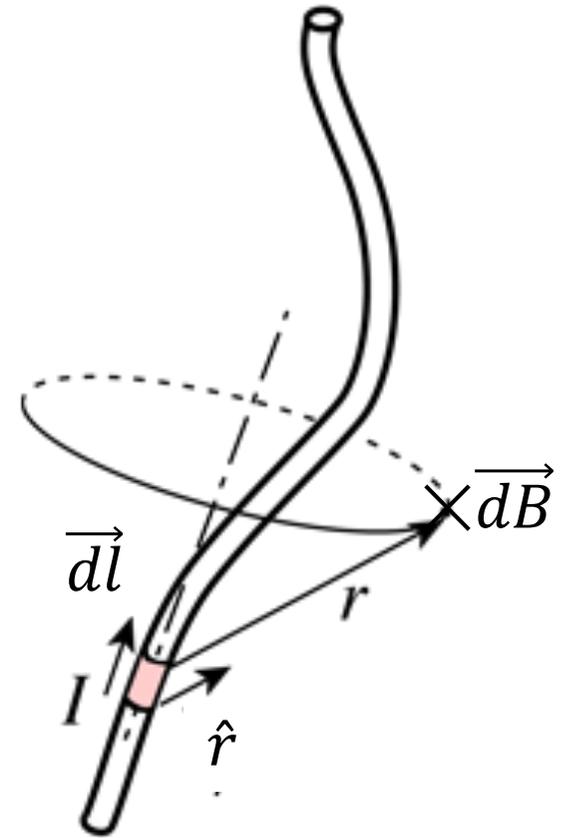
Monopolos eléctricos y magnéticos

- El campo eléctrico de un hilo de carga decae como $E \propto \frac{1}{R}$ ya que sumabamos monopolos eléctricos cuyos campos decaían como $\frac{1}{R^2}$.
- Hasta ahora, no hay evidencia de la existencia de monopolos magnéticos, pero si existieran, el campo magnético generado por uno de ellos vararía como $\frac{1}{R^2}$.
- Sin embargo, este pensamiento indica que si dividiéramos el hilo de corriente en tramos infinitesimales, el campo magnético generado por cada uno de ellos debería variar como $\frac{1}{R^2}$.

Ley de Biot-Savart

- Biot y Savart plantearon un formalismo para obtener el campo a partir de contribuciones de elementos de corriente $I\vec{dl}$.
- El diferencial de campo magnético \vec{dB} a partir de un elemento de corriente $I\vec{dl}$ en el punto $\vec{r} = r\hat{r}$ se puede escribir como:

$$\vec{dB} = \frac{C}{r^2} I\vec{dl} \times \hat{r}$$



Ley de Biot-Savart

- Mediante experimentos se comprueba que en el sistema SI.

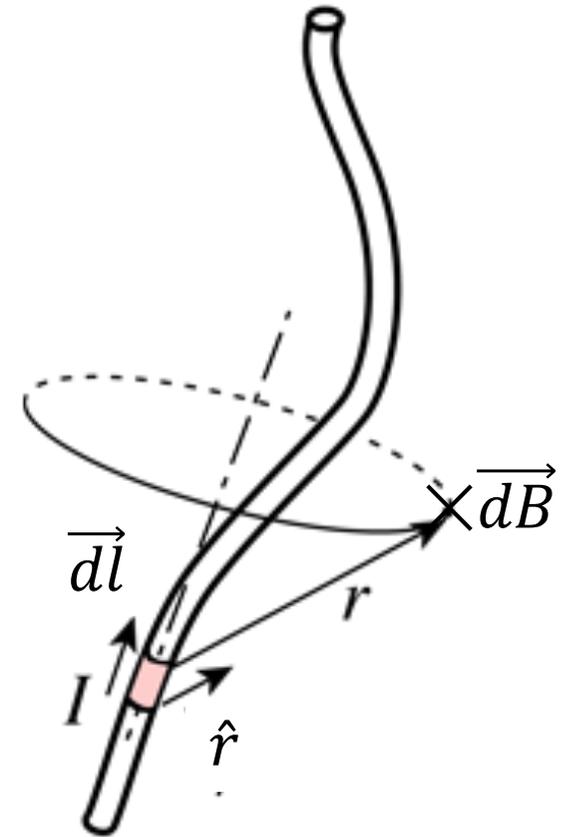
$$C = 10^{-7} \frac{N}{A^2}$$

- Entonces, por similitud con la electrostática se define la permeabilidad magnética del vacío μ_0 tal que:

$$C = \frac{\mu_0}{4\pi}$$

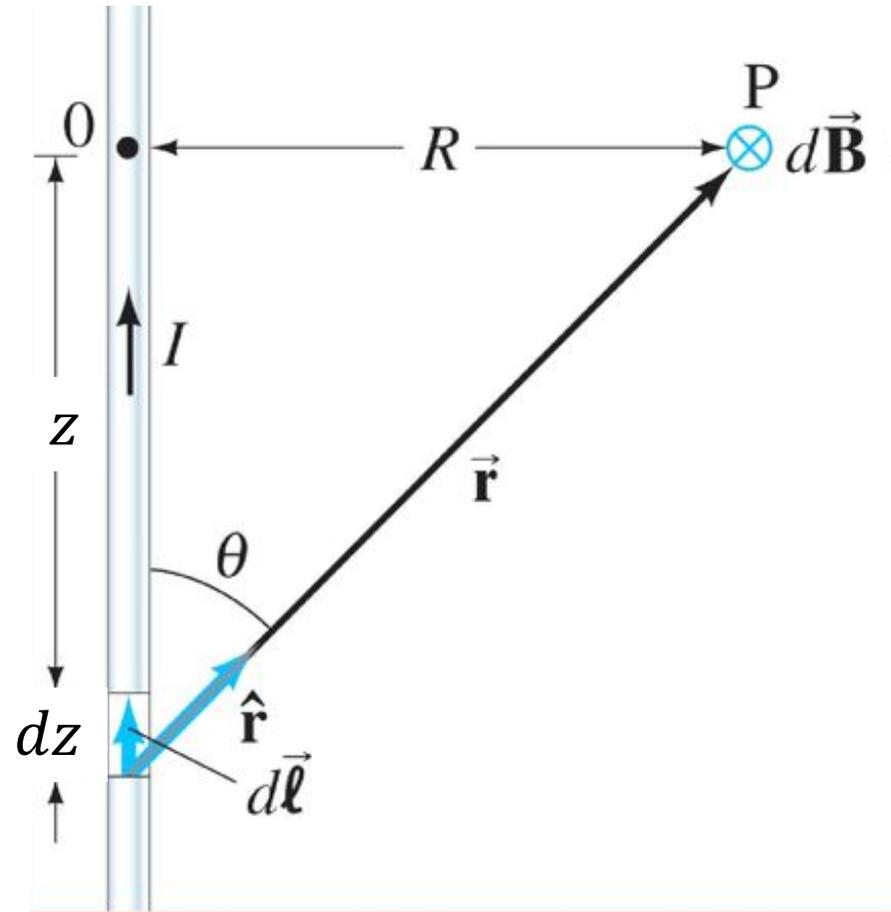
- Entonces

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2} = 1,25 \cdot 10^{-6} \frac{N}{A^2}$$



Campo magnético de un hilo infinito

- Consideremos una corriente I a lo largo de un hilo paralelo al eje z .
- El elemento de corriente es
$$I d\vec{l} = I dz \hat{z}$$
- Desde el elemento de corriente, el punto P donde evaluó $d\vec{B}$ se indica con el vector $\vec{r} = r\hat{r}$ que forma un ángulo θ con el eje z .
- R es la distancia desde el eje a P .

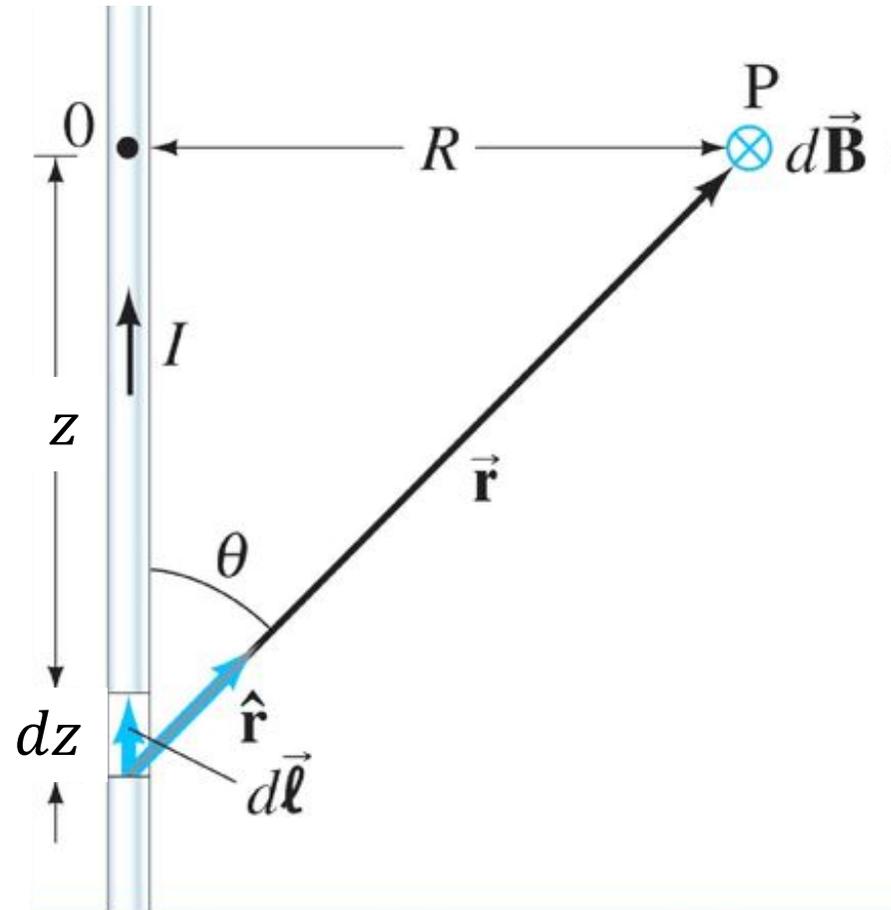


Campo magnético de un hilo infinito

- Por la ley de la mano derecha $d\vec{B}$ se dirige hacia adentro de la pantalla ($\hat{\phi}$ en coordenadas cilíndricas). Integrando a lo largo del hilo tengo \vec{B} .

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Idz \sin \theta}{r^2} \hat{\phi}$$

- Donde $r^2 = \frac{R^2}{(\sin \theta)^2}$ y $-z = \frac{R}{\tan \theta}$



Campo magnético de un hilo infinito

- Lo anterior indica que

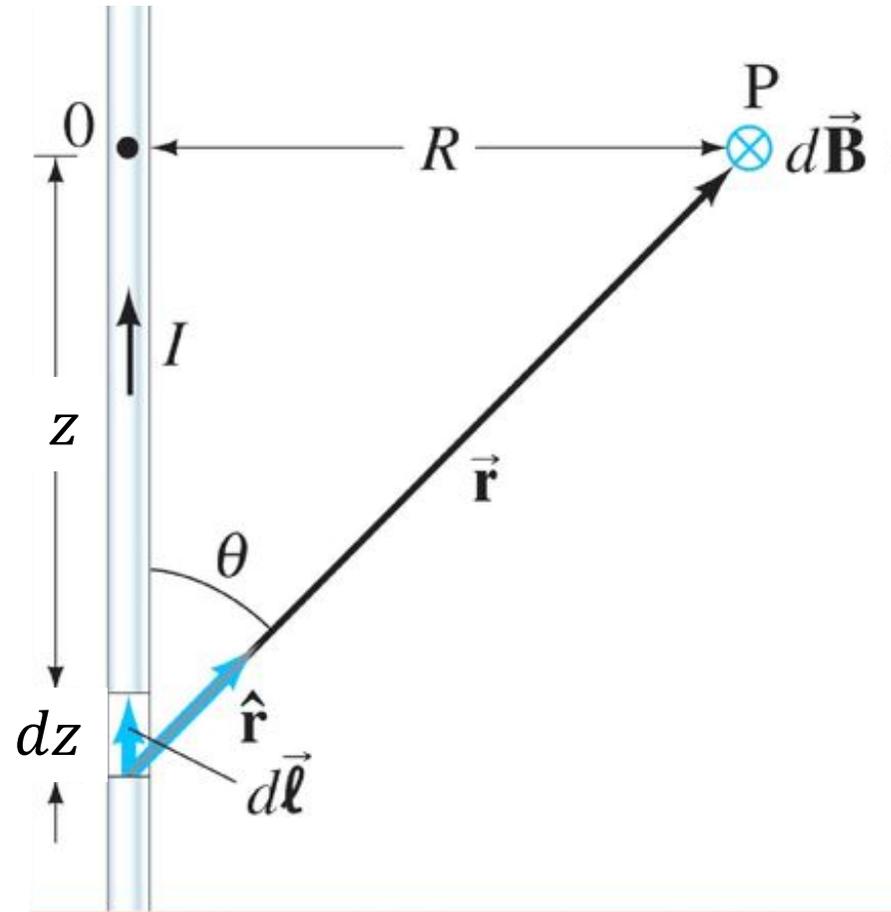
$$dz = \frac{R}{(\sin \theta)^2} d\theta$$

- Poniendo todo en función de R y θ

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^\pi \frac{\sin \theta d\theta}{R} \hat{\phi}$$

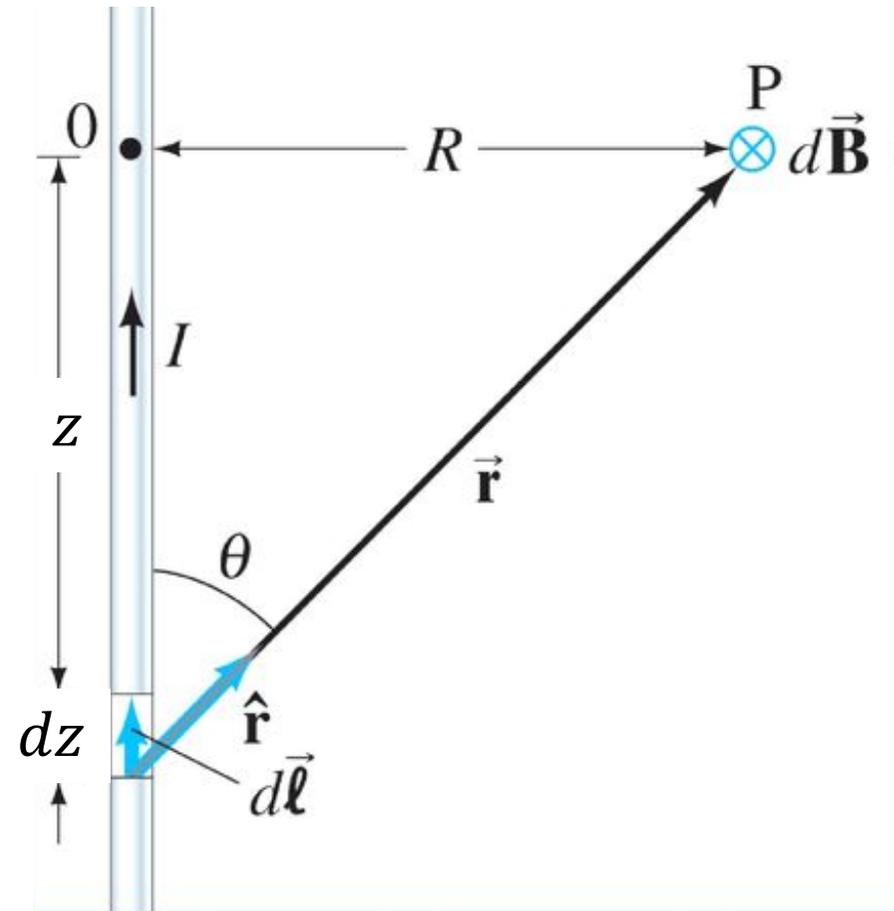
- Entonces

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \hat{\phi}$$

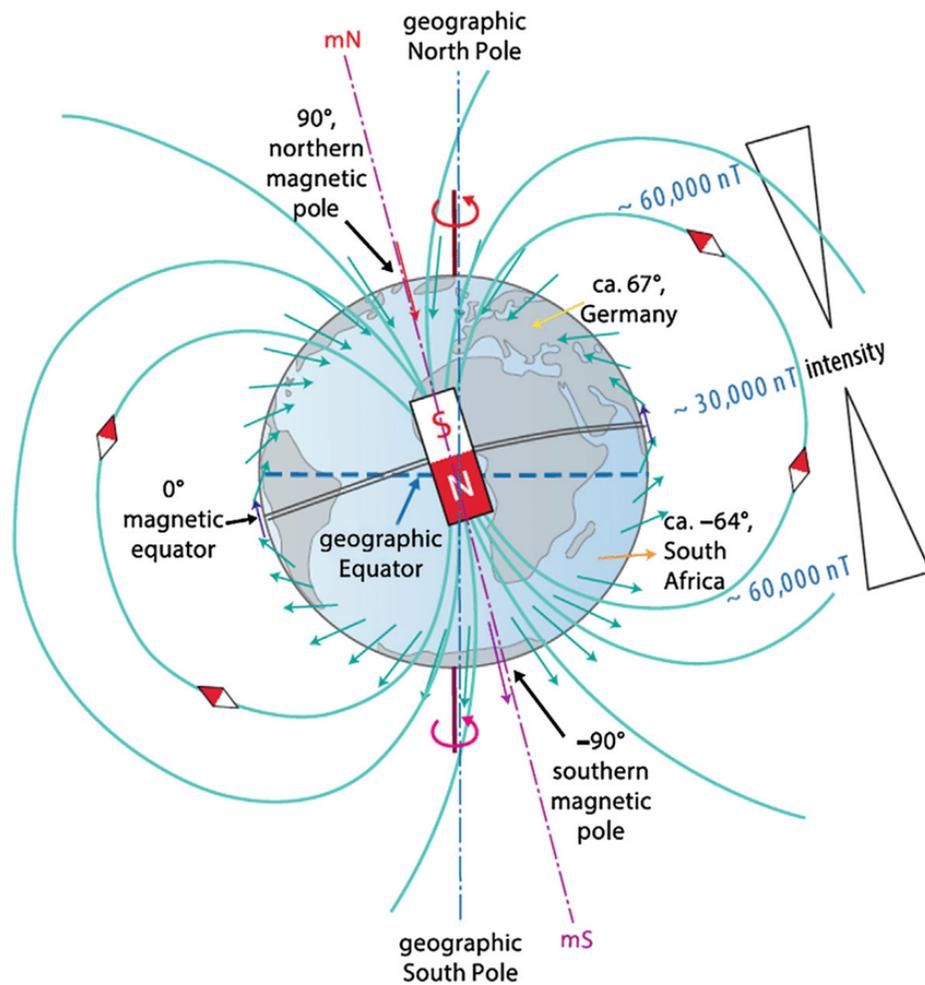


Campo magnético de un hilo infinito

- Entonces si tenemos
 - $R = 10 \text{ cm}$
 - $I = 100 \text{ A}$
- $B \sim 2 \cdot 10^{-4} \text{ T} = 2 \text{ Gauss}$
- $1 \text{ Gauss} = 10^{-4} \text{ T}$
- $1 \text{ nanoTesla} = 10^{-5} \text{ Gauss}$



El campo magnético terrestre



La brújula indica la dirección del campo magnético terrestre

Pregunta

- ¿Cuánto me tengo que alejar de un hilo con $I = 100 \text{ A}$ para que el campo terrestre sea más importante?

Campo magnético terrestre en CABA

Fuente. <https://www.ngdc.noaa.gov/geomag/calculators/magcalc.shtml?useFullSite=true#igrfwmm>

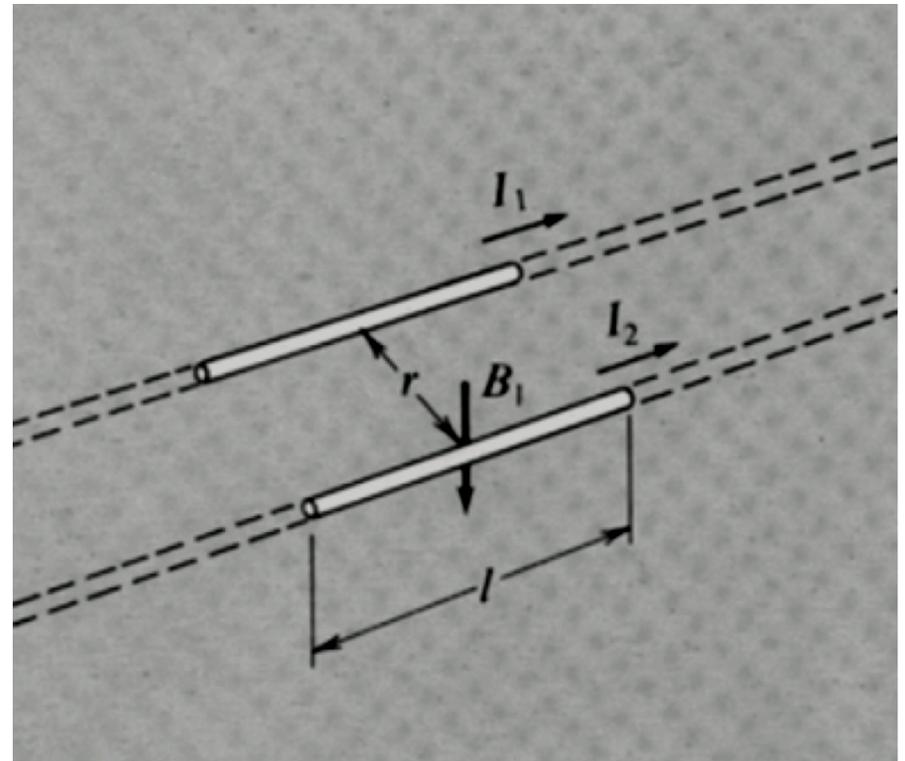
Model Used:	WMM-2020						
Latitude:	34° 36' 30" S						
Longitude:	58° 22' 24" W						
Elevation:	0.0 km Mean Sea Level						
Date	Declination (+ E - W)	Inclination (+ D - U)	Horizontal Intensity	North Comp (+ N - S)	East Comp (+ E - W)	Vertical Comp (+ D - U)	Total Field
2020-09-28	-9° 25' 6"	-40° 15' 59"	17,352.6 nT	17,118.7 nT	-2,839.6 nT	-14,698.6 nT	22,741.2 nT
Change/year	-0° 9' 33"/yr	-0° 13' 36"/yr	-82.4 nT/yr	-89.2 nT/yr	-34.0 nT/yr	-48.1 nT/yr	-31.8 nT/yr
Uncertainty	0° 25'	0° 13'	128 nT	131 nT	94 nT	157 nT	145 nT

El campo en CABA es aproximadamente 0,2 G

Fuerza entre hilos de corriente

- Supongamos dos hilos rectilíneos largos paralelos con corrientes I_1 e I_2 separados por una distancia r .
- La corriente I_1 da lugar a un campo magnético B_1 e la altura del hilo 2:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$



Fuerza entre hilos de corriente

- Supongamos que I_2 consta de n_2 cargas por unidad de longitud de carga q_2 a una velocidad v_2 .

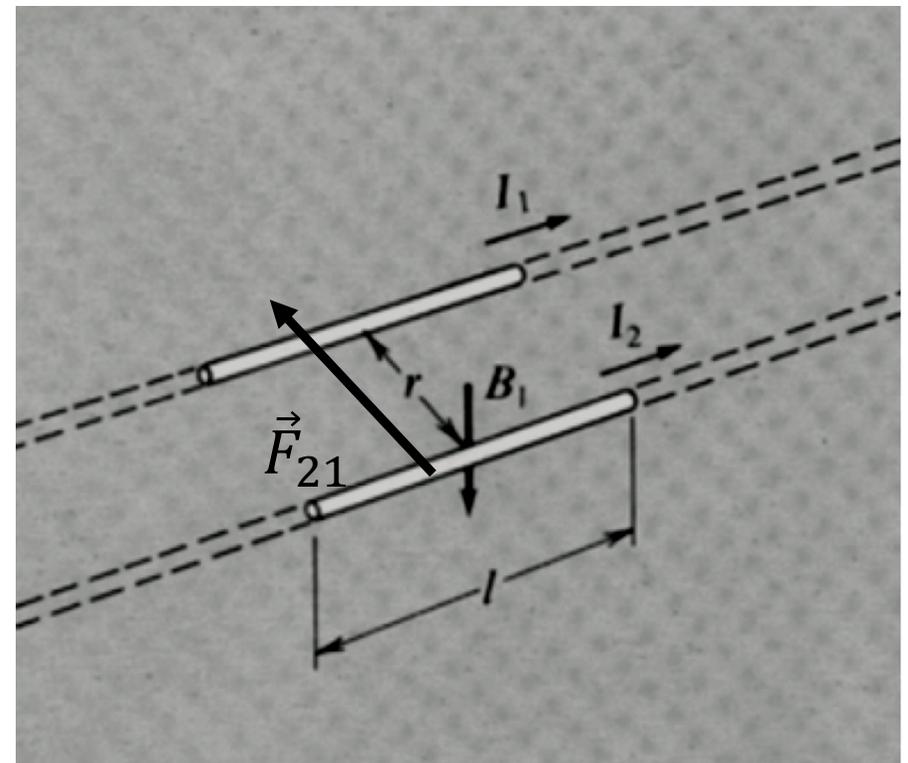
$$I_2 = n_2 q_2 v_2$$

- La fuerza de Lorentz sobre cada carga es:

$$q_2 v_2 B_1$$

- Por lo tanto, la fuerza por unidad de distancia es

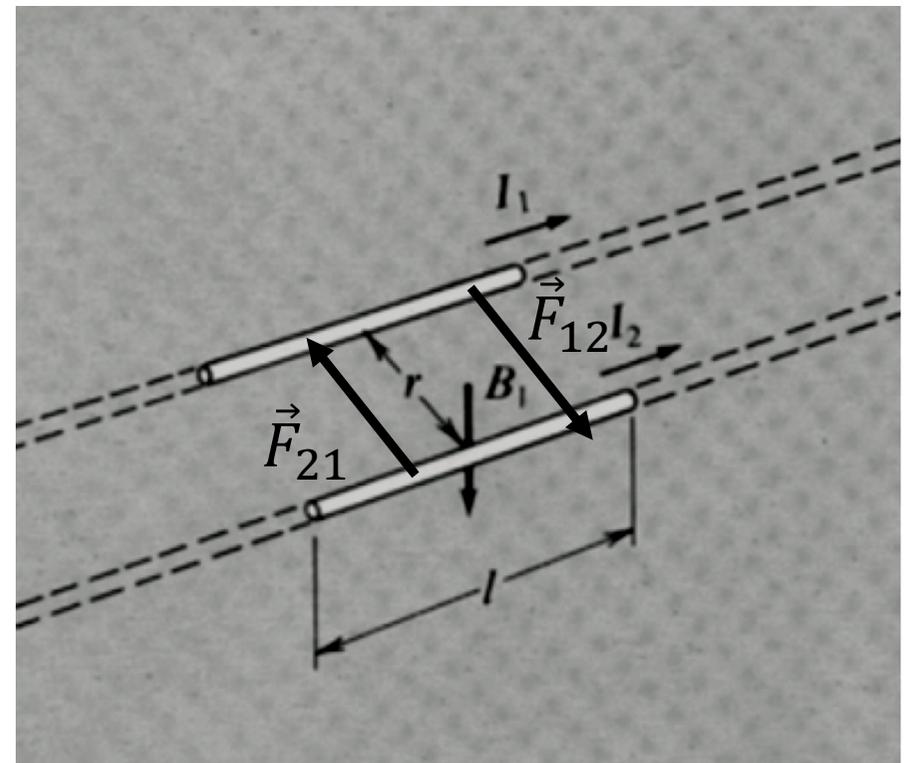
$$F_{21} = I_2 B_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$$



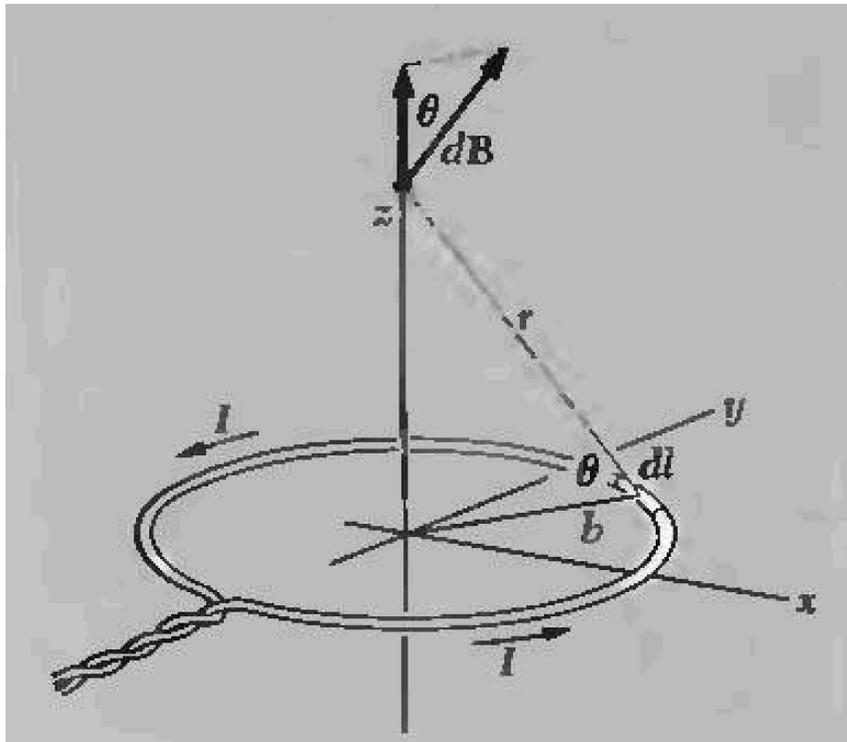
Fuerza entre hilos de corriente

- La dirección de \vec{F}_{21} por la regla de la mano derecha da una atracción entre los cables, ya que la fuerza que el hilo 2 le hace al 1 es igual y opuesta.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



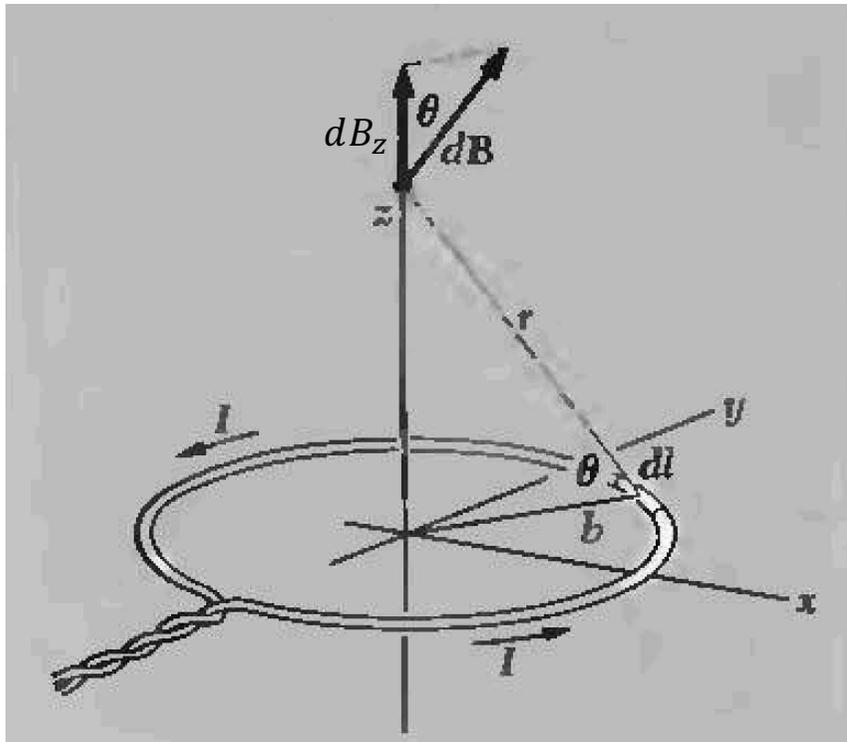
Espira circular



- Espira plana circular de radio b por la que circula una corriente I .
- Vamos a calcular el campo en el eje de simetría z .
- Podemos esperar que el campo en el eje z será a lo largo del eje z .

$$\vec{B}(0,0,z) = B(z)\hat{z}$$

Espira circular

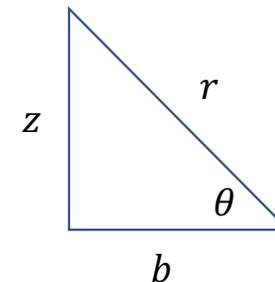


- Usando Biot-Savart calculemos el diferencial de la componente z del campo:

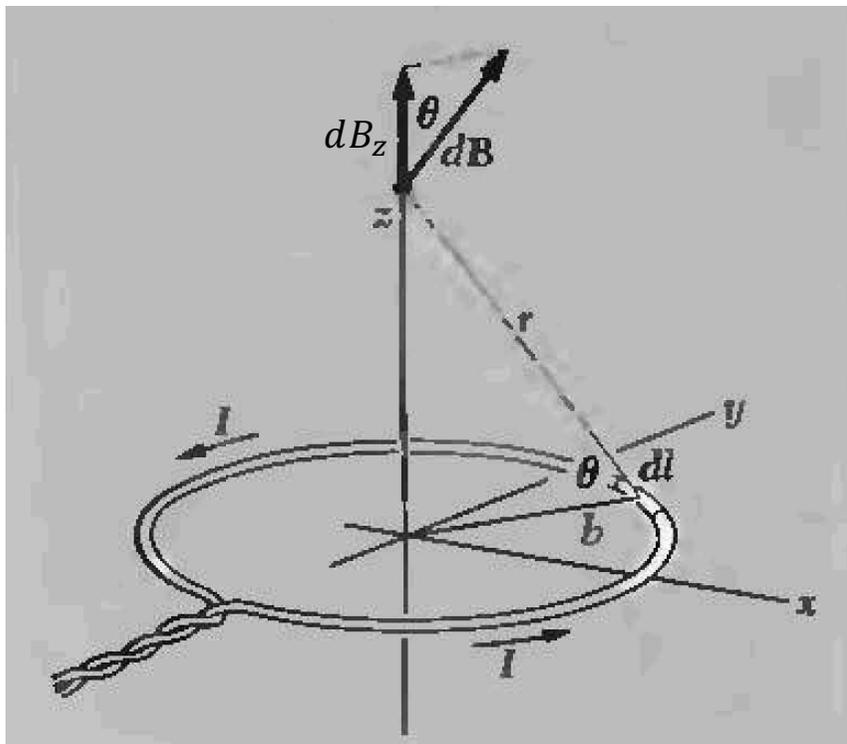
$$dB_z = dB \cos \theta = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2} \cos \theta$$

- Donde r es la distancia del elemento de corriente al punto de evaluación y θ es el ángulo entre r y el radio de la espira b .

Atentxs al triángulo



Espira circular



- Simplificando :

$$B_z = \frac{\mu_0 I b^2}{2 r^3}$$

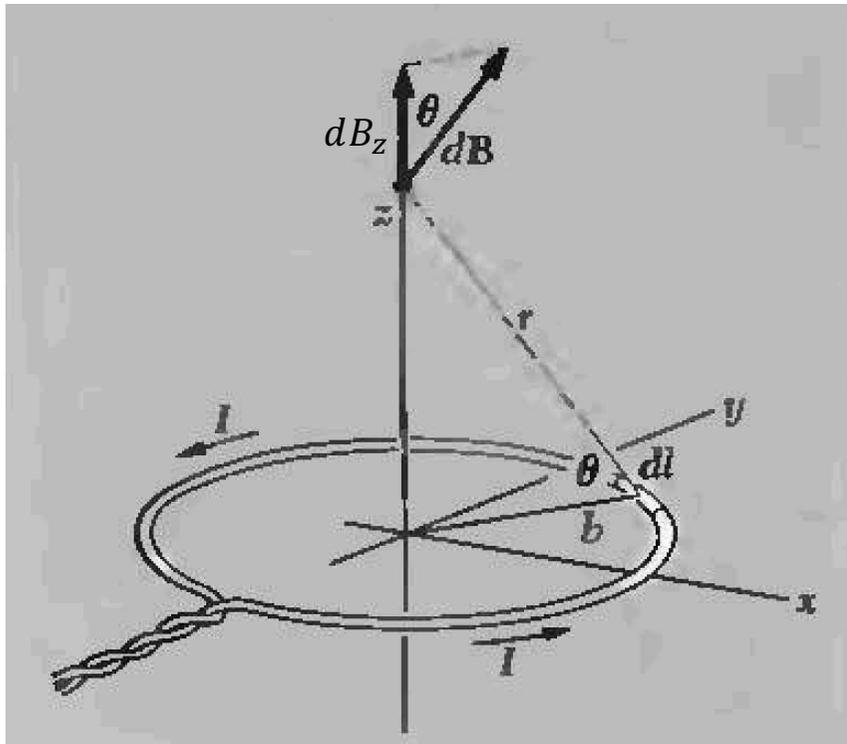
- Donde r es función de z :

$$r = \sqrt{b^2 + z^2}$$

- Entonces en el eje z :

$$\vec{B}(0,0,z) = B_z \hat{z} = \frac{\mu_0}{2} \frac{I b^2}{[\sqrt{b^2 + z^2}]^3} \hat{z}$$

Espira circular



- Simplificando :

$$B_z = \frac{\mu_0 I b^2}{2 r^3}$$

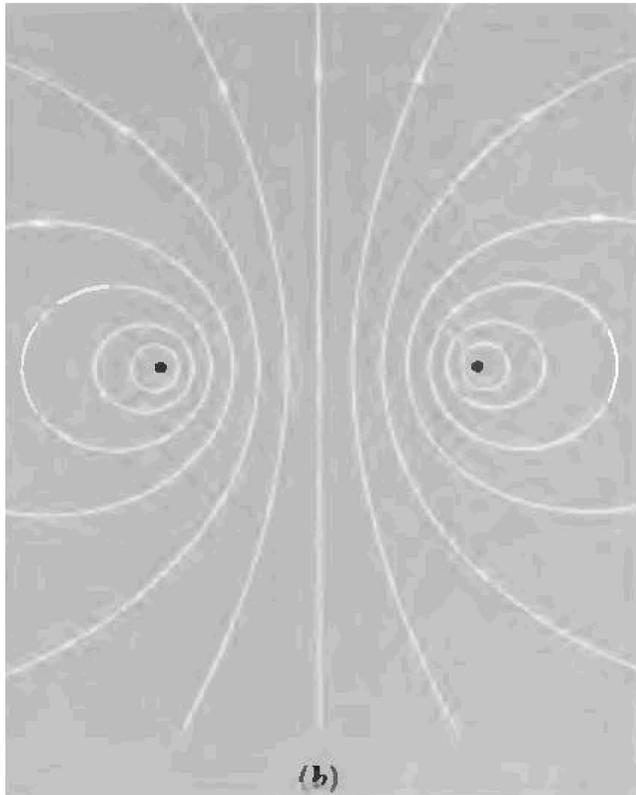
- Donde r es función de z :

$$r = \sqrt{b^2 + z^2}$$

- Entonces en el eje z :

$$\vec{B}(0,0,z) = B_z \hat{z} = \frac{\mu_0 I b^2}{2 [\sqrt{b^2 + z^2}]^3} \hat{z}$$

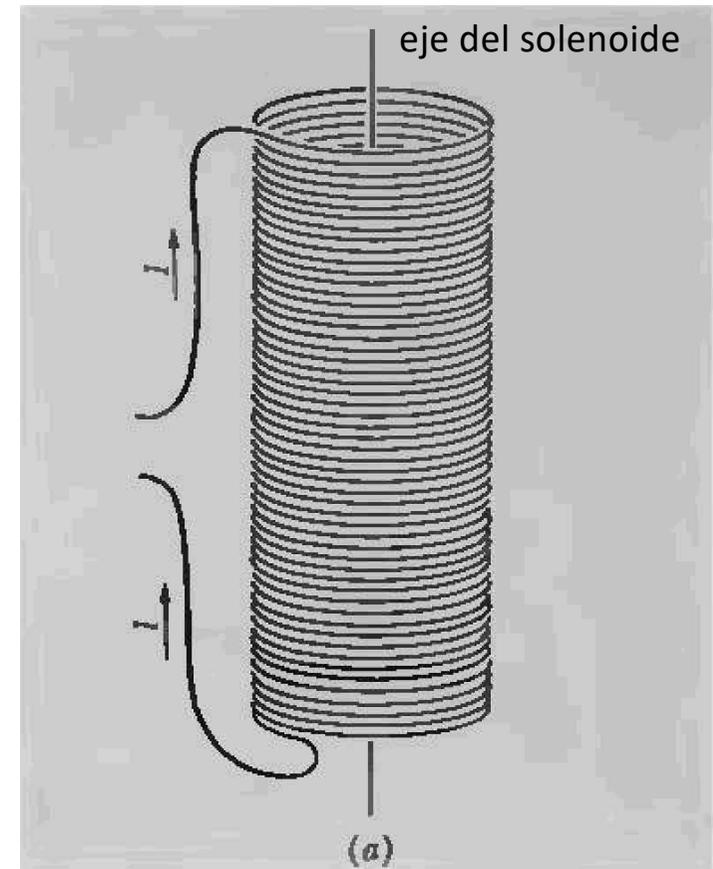
Espira circular



Campo magnético de una espira circular en el plano que contiene al eje de simetría

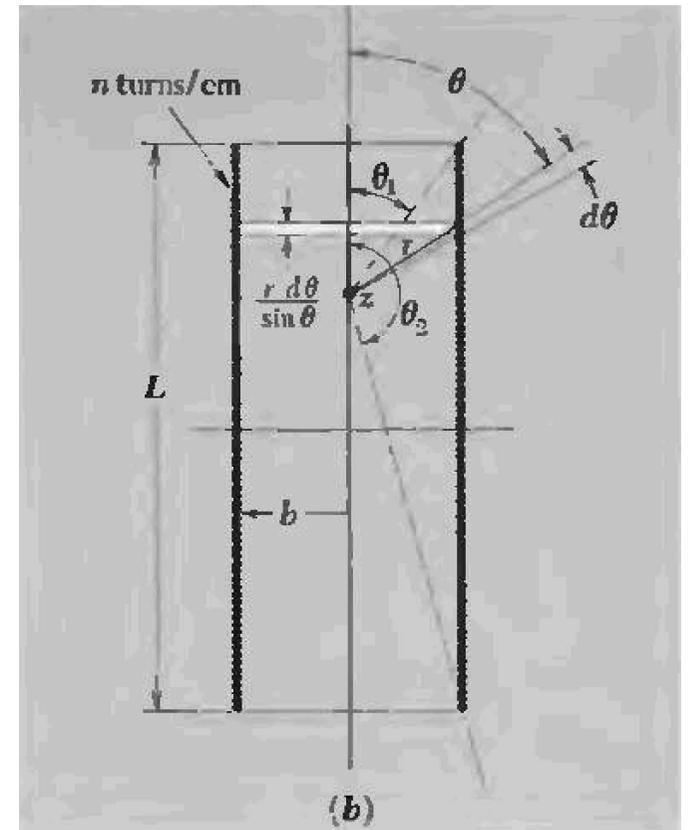
Solenoides

- Enrollado cilíndrico de un cable a paso (distancia entre una vuelta y la siguiente) constante.
- El recorrido del cable es helicoidal, pero si el enrollado es 'apretado' podemos ignorar la contribución al campo de la porción de cable paralelo al eje del cilindro e imaginar que un solenoide es un conjunto de espiras coaxiales del mismo radio apiladas.



Solenoides finitos

- Supongamos un solenoide finito de largo L de densidad longitudinal de vueltas n y radio b por cuyo cable circula una corriente I .
- Calculemos el campo en el eje del solenoide.
- Podemos usar el campo de una espira circular en su eje de simetría en cualquier posición z .
- Tomemos la contribución del segmento definido por los ángulos polares θ y $\theta + d\theta$ al campo en la posición z (en blanco).



Solenoides finitos

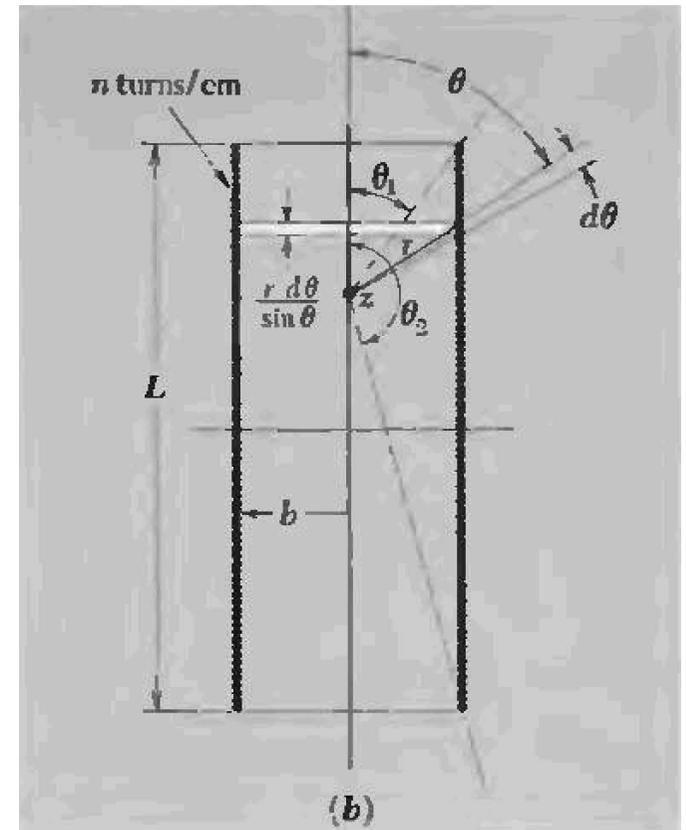
- El largo del segmento es:

$$\frac{r d\theta}{\sin \theta}$$

- Donde r es la distancia del punto de evaluación al borde del segmento.
- El campo del segmento en la posición z equivale al de una espira de corriente:

$$In \frac{rd\theta}{\sin \theta}$$

- donde $n \frac{rd\theta}{\sin \theta}$ es la cantidad de vueltas que entran en el segmento



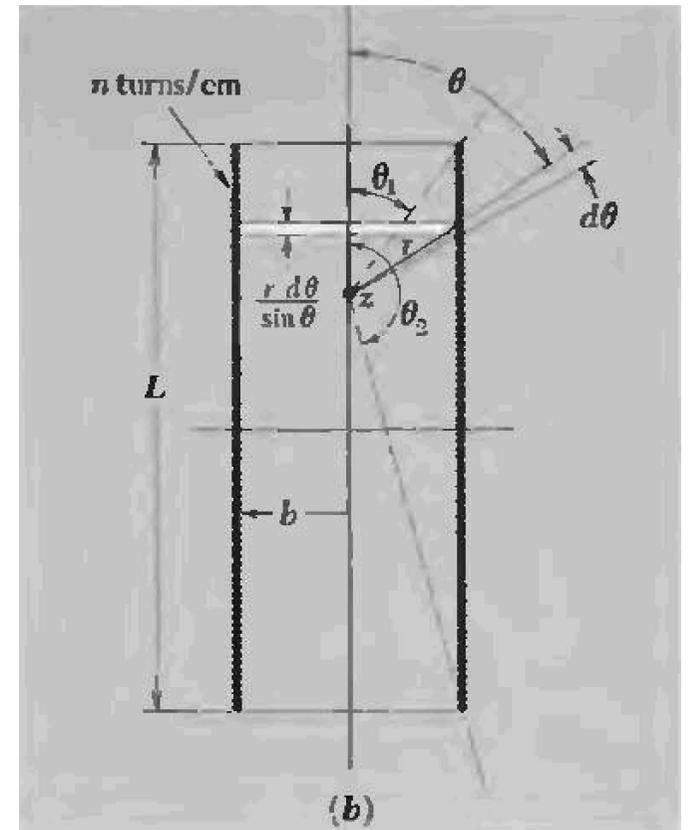
Solenoides finitos

- Entonces tomando el resultado de la espira y recordando que $r = \frac{b}{\sin \theta}$:

$$dB_z = \frac{\mu_0 b^2}{2r^3} In \frac{rd\theta}{\sin \theta} = \frac{\mu_0 In}{2} \sin \theta d\theta$$

- Tras lo cual solo resta integrar entre los límites θ_1 y θ_2 .

$$B_z = \frac{\mu_0 In}{2} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$



Solenoides finitos

- Entonces tomando el resultado de la espira y recordando que $r = \frac{b}{\sin \theta}$:

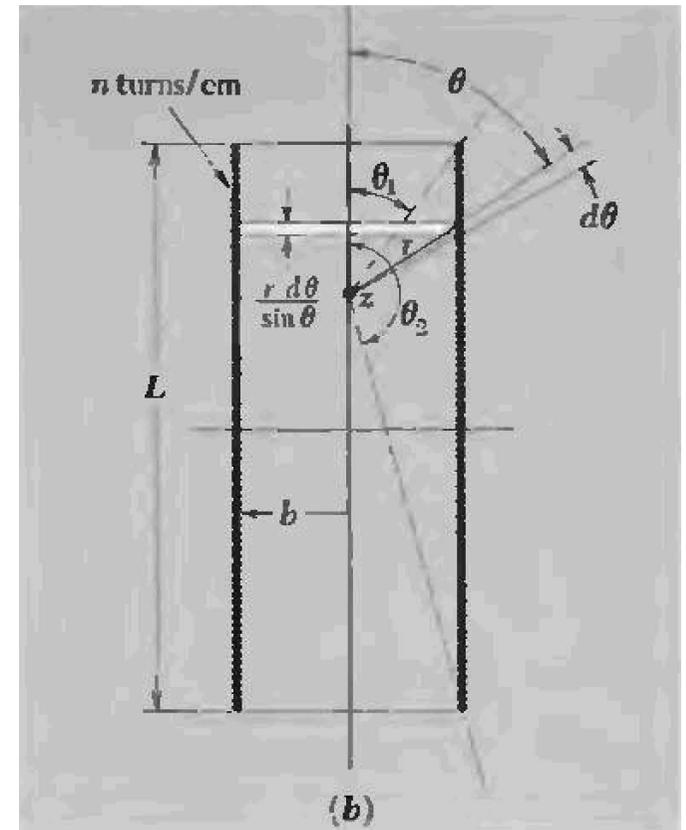
$$dB_z = \frac{\mu_0 b^2}{2r^3} In \frac{rd\theta}{\sin \theta} = \frac{2\pi In}{c} \sin \theta d\theta$$

- Tras lo cual solo resta integrar entre los límites θ_1 y θ_2 .

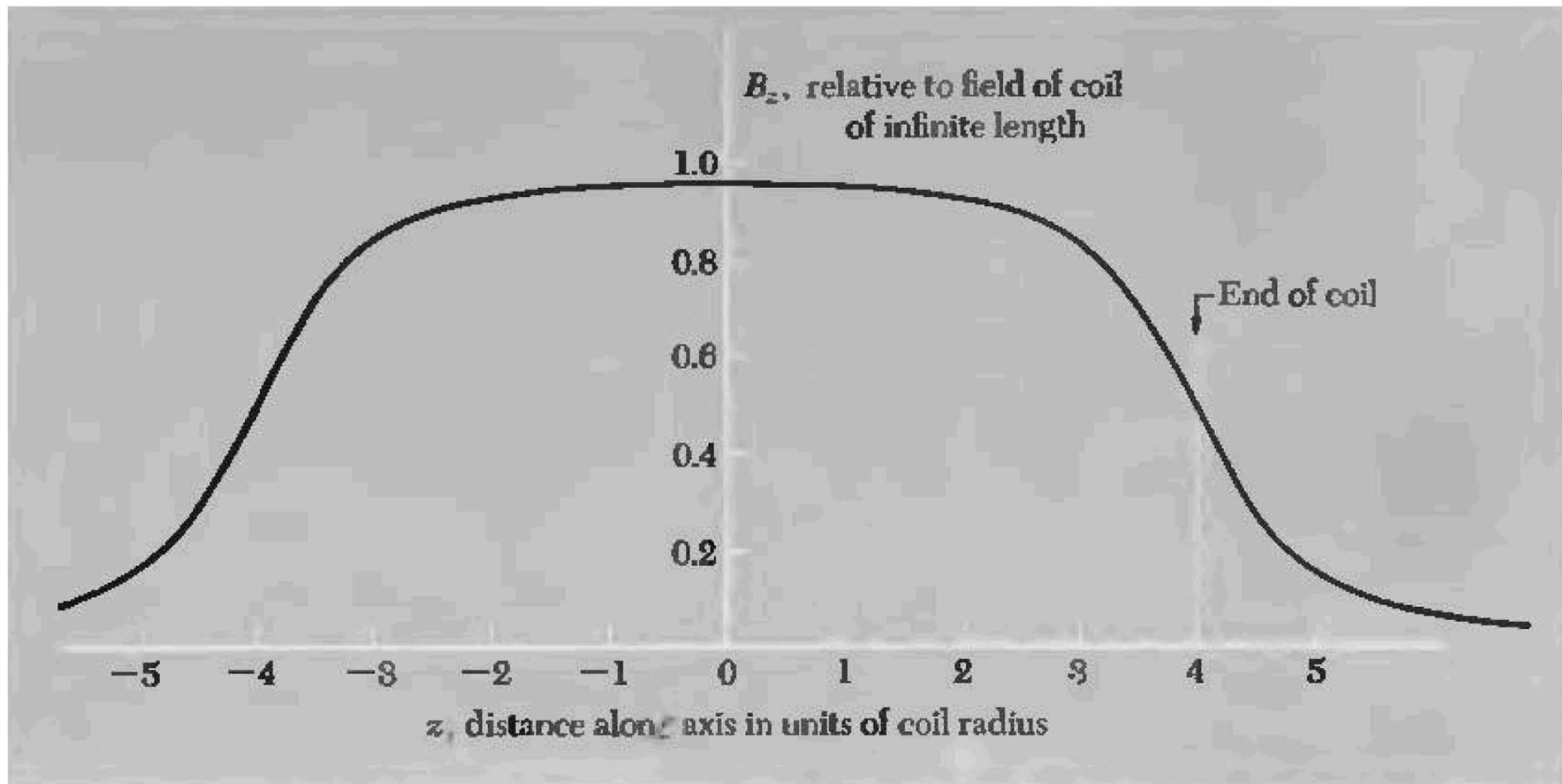
$$B_z = \frac{\mu_0 In}{2} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

- Si el solenoide es infinito $\theta_1 = 0$ y $\theta_2 = \pi$ entonces dentro de el

$$B_z = \mu_0 In$$

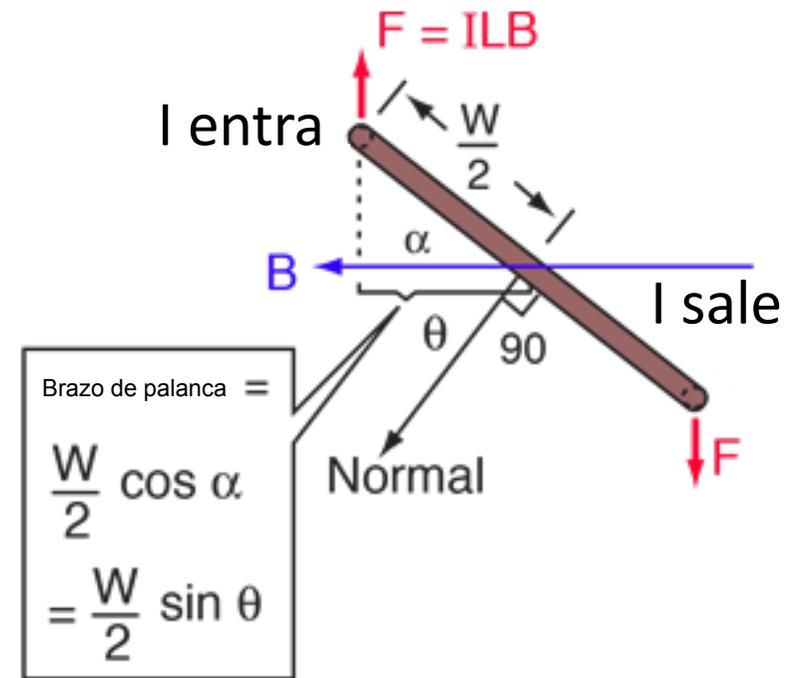


Solenoide finito



Torque sobre una espira de corriente

- Tomemos una espira rectangular de lados L y W por la que circula una corriente I .
- Coloquémosla en un campo uniforme \vec{B} que forma un ángulo α con el lado de largo W .
- Nos interesa saber qué fuerzas aparecen y cómo se va a mover la espira.



θ es el ángulo entre B y la normal a la espira

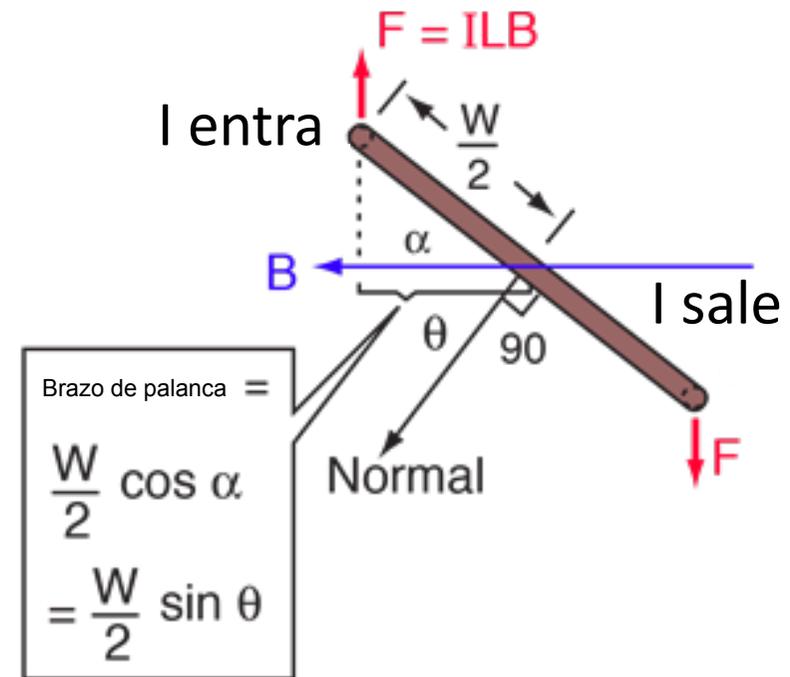
Torque sobre una espira de corriente

- Vimos en el caso de los dos hilos paralelos que la fuerza por unidad de distancia venía dada por

$$f = IB$$

- Entonces los lados de largo L experimentan fuerzas opuestas de intensidad

$$F = ILB$$

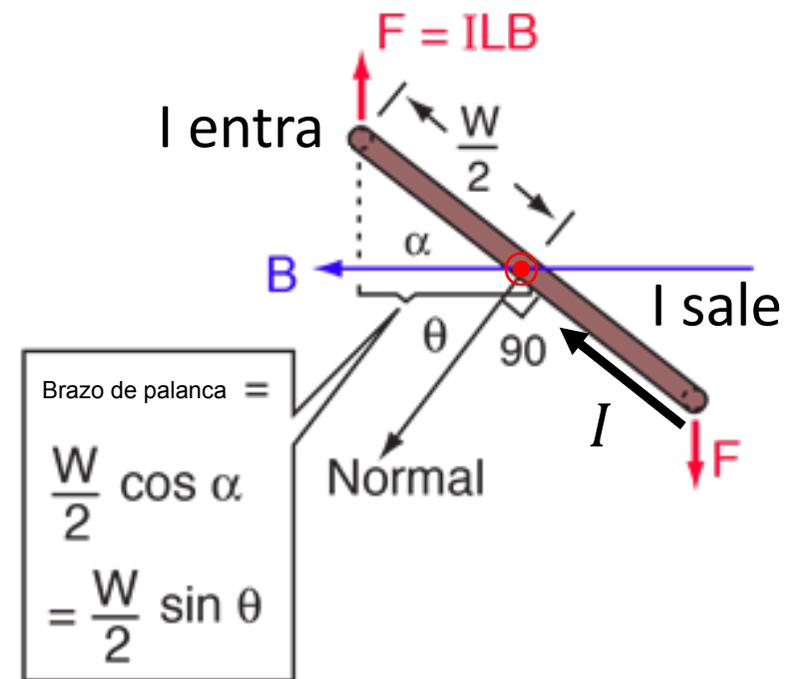


Torque sobre una espira de corriente

- Las fuerzas en los lados de largo W (salen y entran de la pantalla) también son iguales y opuestas, de valor

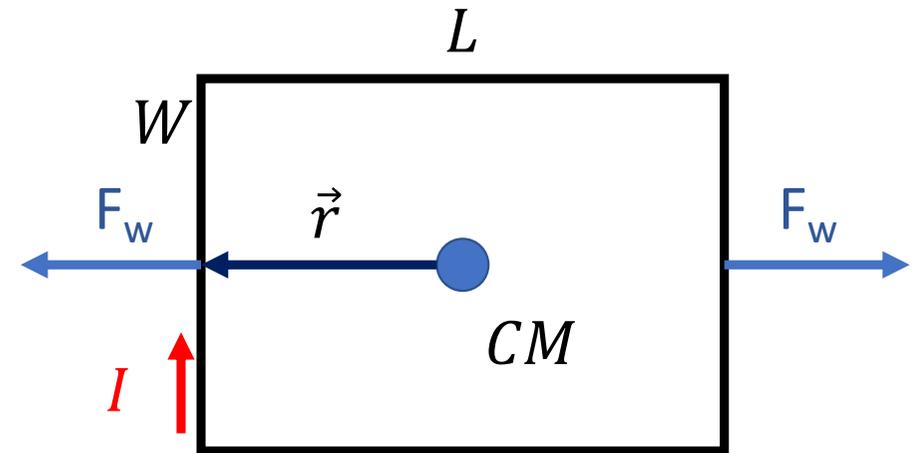
$$F_W = IWB \sin \alpha = IWB \cos \theta$$

- Entonces la suma total de fuerzas es cero y por lo tanto el centro de masa no se acelera.



Torque sobre una espira de corriente

- Respecto al centro de masa, el momento de las fuerzas sobre los lados de largo W son nulos



Vista de arriba

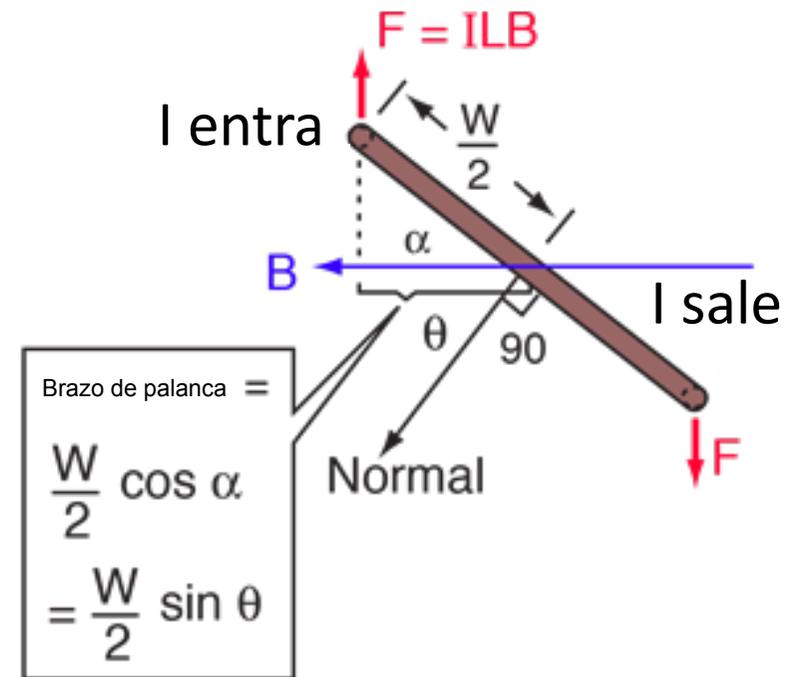
Torque sobre una espira de corriente

- Respecto al centro de masa, el momento de las fuerzas sobre los lados de largo W son nulos

- Mientras que los lados de largo L contribuyen con torques respecto al centro de masa

$$\begin{aligned}\tau &= 2F \frac{W}{2} \cos \alpha = ILBW \cos \alpha \\ &= B I Area \sin \theta\end{aligned}$$

- El torque apunta hacia adentro de la pantalla y tiende a alejar la 'espira' de \vec{B} o acercar la normal al campo.



Torque sobre una espira de corriente

- Entonces el torque $\vec{\tau}$ se define como el producto vectorial del campo magnético y un vector $\vec{\mu}$

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

- Llamaremos a $\vec{\mu}$ momento magnético y definido como

$$\vec{\mu} = IA\hat{n}$$

donde \hat{n} es la normal a la espira obtenida mediante la regla de la mano derecha.

