

Ley de Ampère

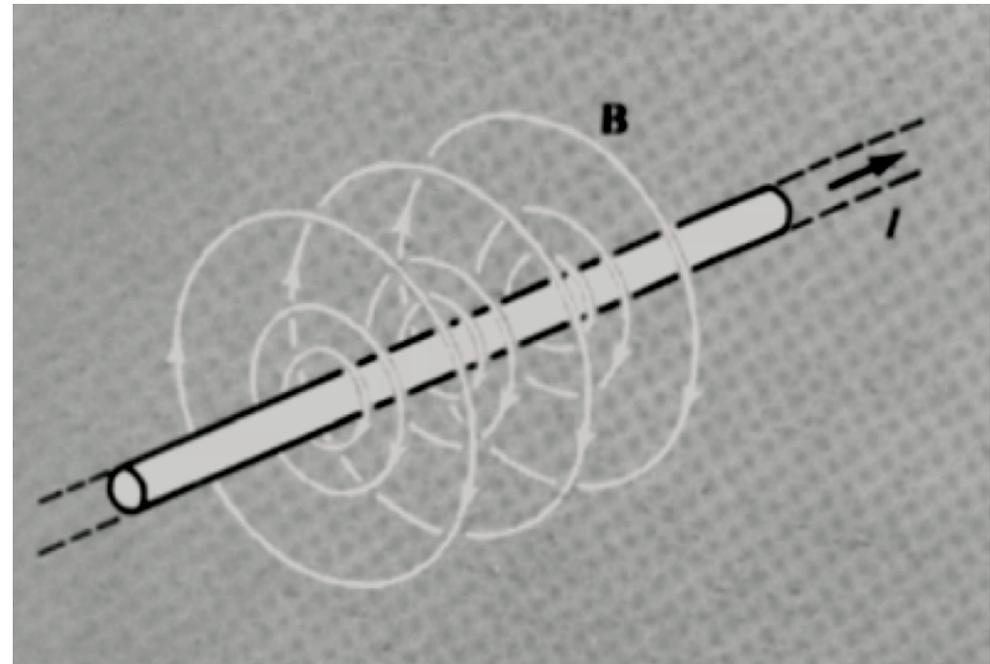


André – Marie Ampère (1775-1836)

Campo magnético y corriente

- Supongamos un hilo rectilíneo de corriente I .
- Veamos cuánto vale la integral de camino cerrado del campo magnético.
- En el plano de las líneas de campo.

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

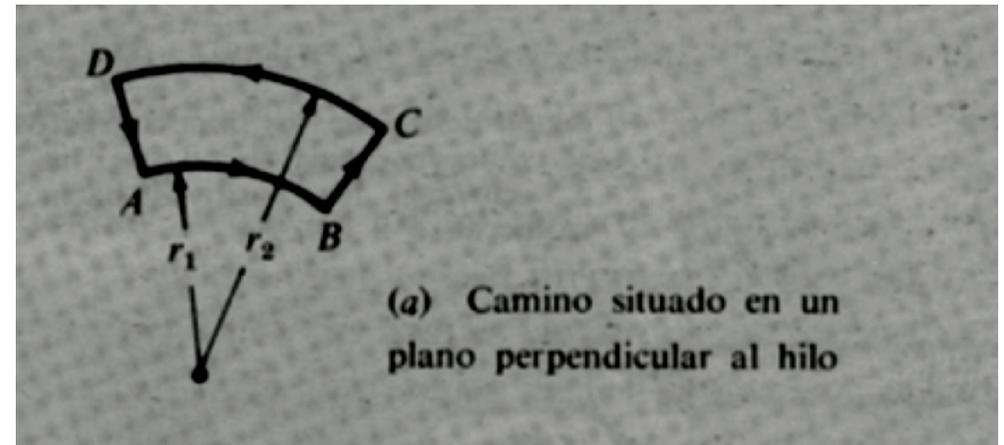


Campo magnético y corriente

Plano de las líneas de campo

- Para caminos C que no encierran la corriente, como el (a), como el campo varía como $\frac{1}{r}$ la integral de camino sobre AB es igual y opuesta a la CD.
- Además como en los tramos BC y DA \vec{B} es perpendicular a \vec{dl} por lo que la integral es nula.
- Entonces

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \int_{AB} \vec{B} \cdot \vec{dl} + \int_{CD} \vec{B} \cdot \vec{dl} = 0$$



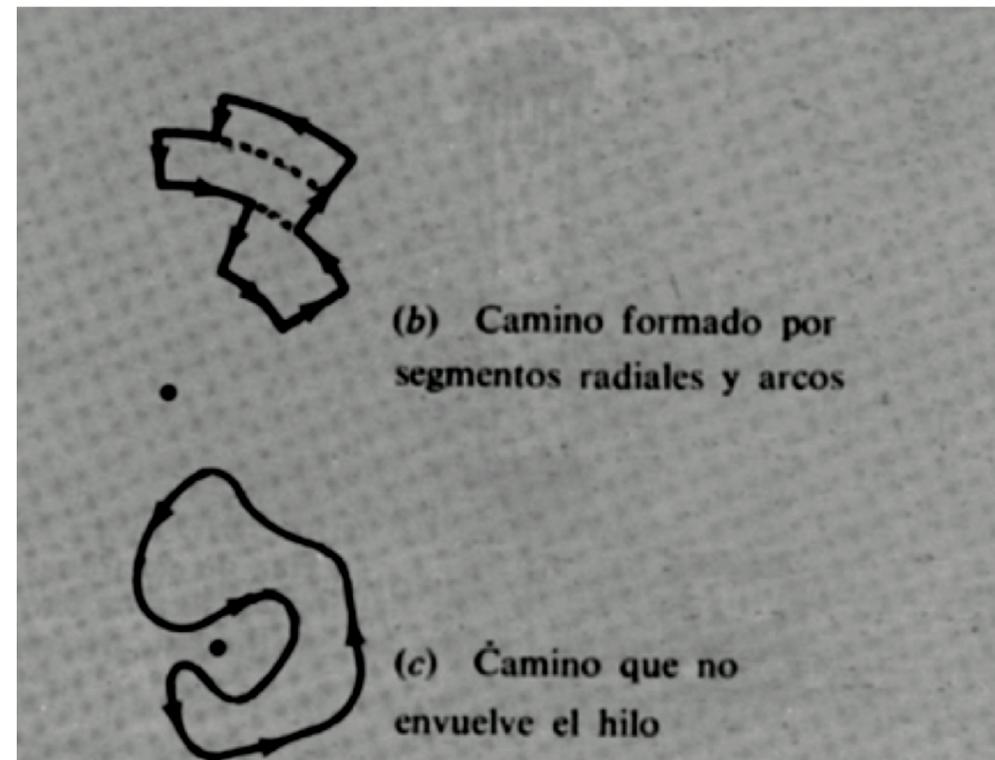
Campo magnético y corriente

- Para un camino como el (b) puedo hacer tres caminos cerrados como el (a), con lo cual también:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

- De la misma manera yo puedo aproximar cualquier camino (c) por una sucesión de segmentos infinitesimales radiales y a r constante (arco).

Plano de las líneas de campo

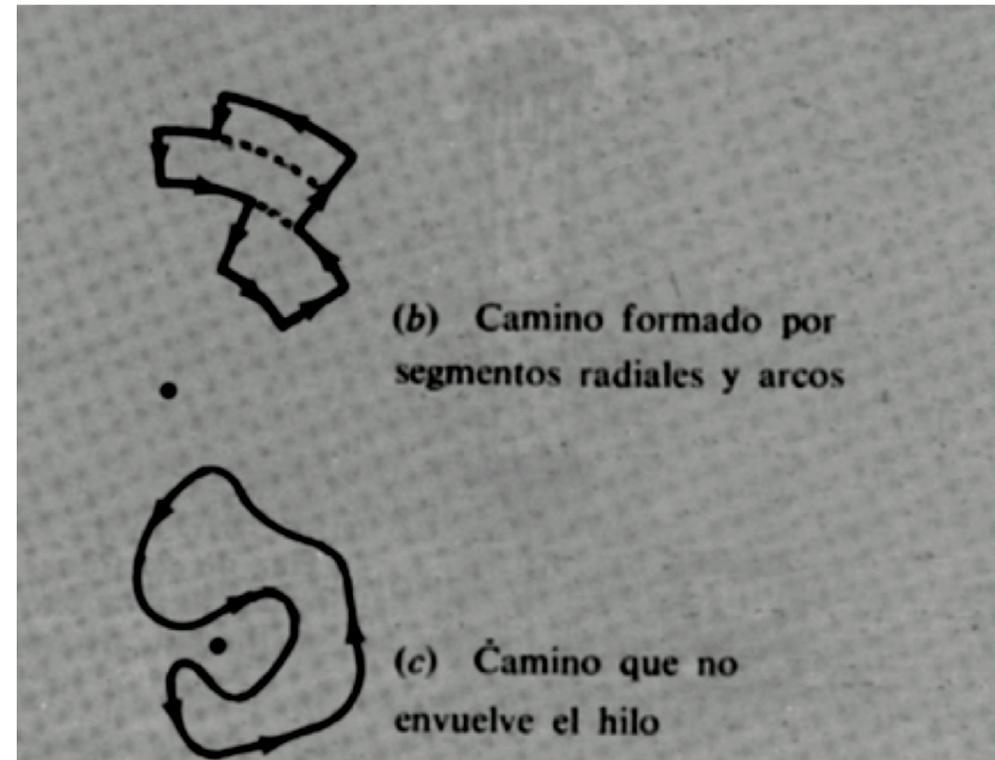


Campo magnético y corriente

- Entonces podemos concluir que para todo camino que no encierre la corriente:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

Plano de las líneas de campo

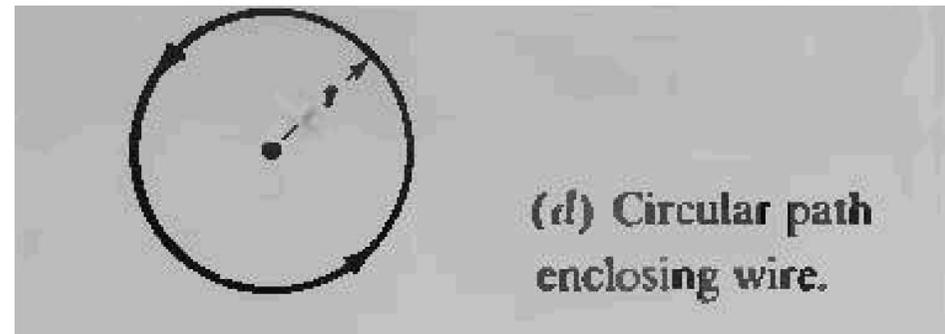


Campo magnético y corriente

- Para caminos C que encierran la corriente, como el círculo de radio r (d), \vec{B} es paralelo a \vec{dl} y entonces la integral de camino cerrado da:

$$\oint_C \vec{B} \cdot \vec{dl} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} 2\pi r = \mu_0 I$$

Plano de las líneas de campo



Campo magnético y corriente

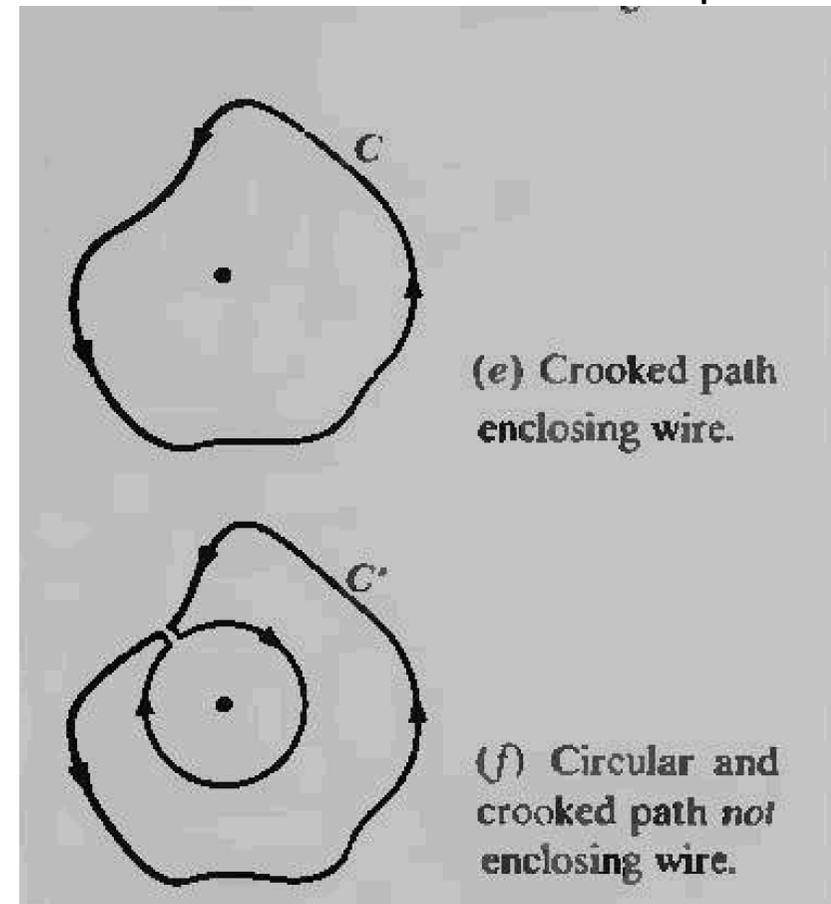
- Para caminos irregulares C como el (e), podemos pensar en un camino que no encierre a la corriente que es la suma de C y de un círculo **en sentido inverso** (f) unidos por un tramo muy estrecho de ida y vuelta que no suma.

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} + \oint_{\text{Circulo}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

- Entonces para todo camino C

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = - \oint_{\text{Circulo}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

Plano de las líneas de campo



Campo magnético y corriente

- Entonces, en general se puede demostrar que la integral de camino cerrado del campo magnético es igual a la permeabilidad magnética por la corriente que queda encerrada por ese camino.

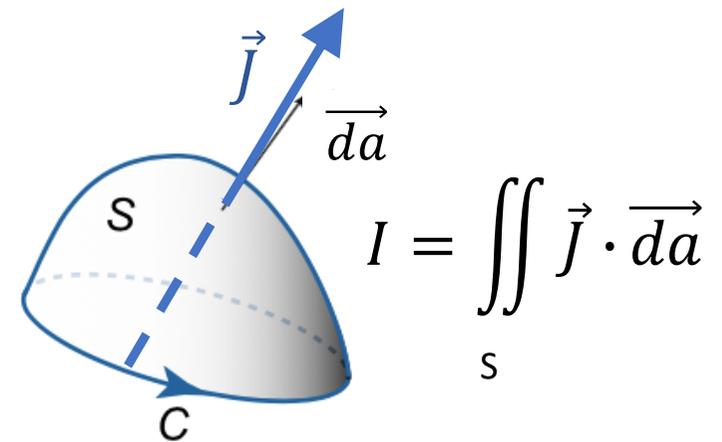
$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \textit{Corriente encerrada}$$

Campo magnético y corriente

- Entonces, en general se puede demostrar que la integral de camino cerrado del campo magnético es igual a la permeabilidad magnética por la corriente que queda encerrada por ese camino.

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \text{ Corriente encerrada}$$

- La corriente encerrada I puede ser vista como el flujo de densidad de corriente \vec{J} a través de cualquier superficie S encerrada por C .



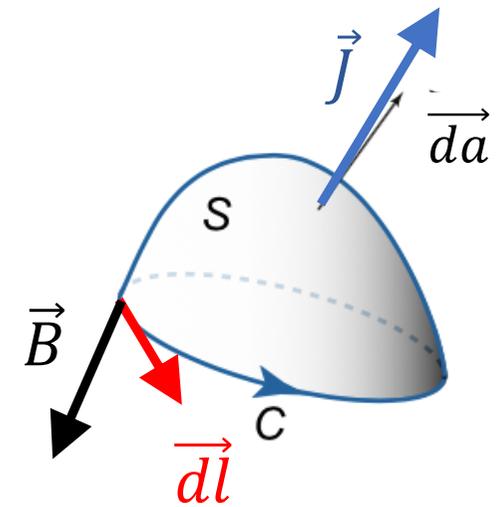
Ley de Ampère

- Entonces reemplazando I por $\iint_S \vec{J} \cdot \vec{da}$ tenemos la Ley de Ampère.

$$\oint_C \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 \iint_S \vec{J} \cdot \vec{da}$$

- Según el Teorema de Stokes esto equivale a escribir:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

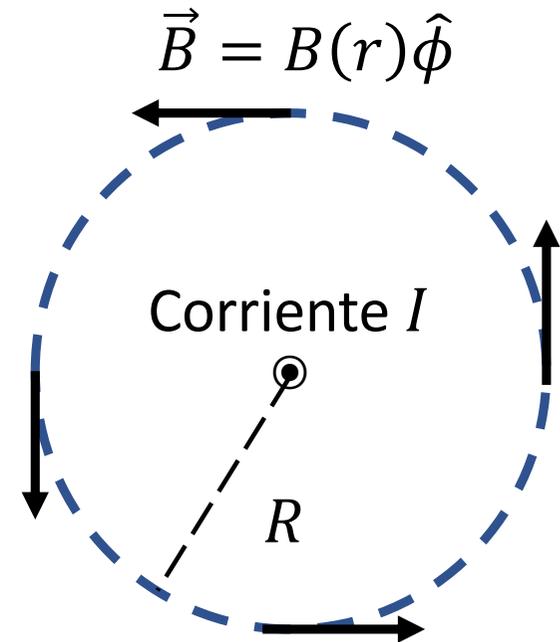


Importante !

El sentido de recorrido del camino C y \vec{da} se relacionan por la regla de la mano derecha

Aplicaciones de la ley de Ampère: hilo de corriente I

- Problema con simetría de traslación a lo largo del hilo
- El campo \vec{B} es tangente a los círculos concéntricos centrados en el hilo.
- El módulo de \vec{B} depende sólo de la distancia r .

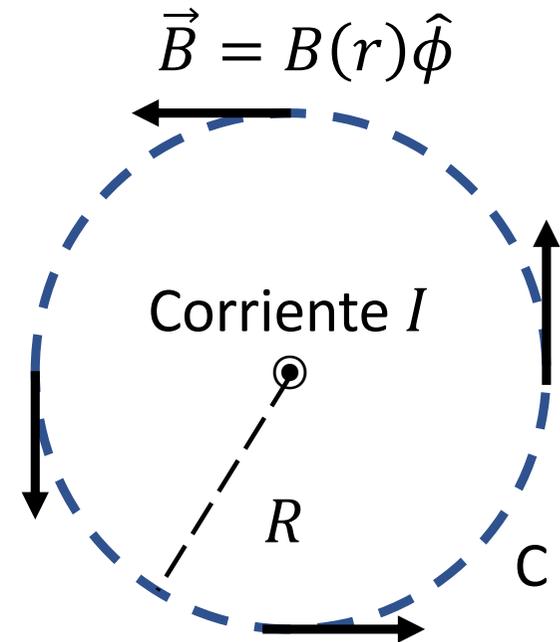


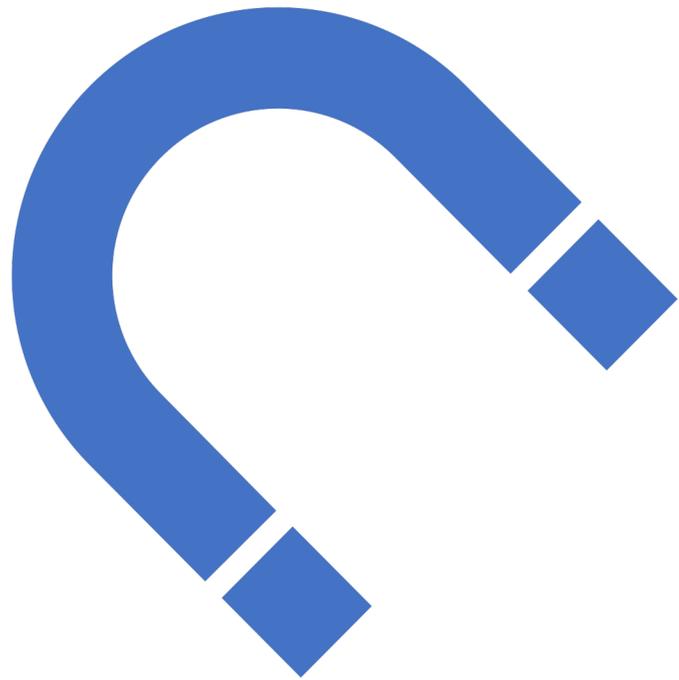
Aplicaciones de la ley de Ampère: hilo de corriente I

- Tomemos C como la circunferencia de radio R recorrida en sentido antihorario con la corriente hacia afuera de la pantalla.

- Tomando $\vec{dl} = R d\phi \hat{\phi}$ la integral queda

$$\oint_C \vec{B} \cdot \vec{dl} = \oint B(R) \hat{\phi} \cdot R d\phi \hat{\phi} = \mu_0 I$$
$$B(R) R \int_0^{2\pi} d\phi = 2\pi B(R) R = \mu_0 I$$
$$B(R) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$





Magnetismo en la
materia

La ausencia de monopolos magnéticos

- Normalmente la ley de Ampère en notación diferencial no alcanza por sí sola para obtener \vec{B} a partir de \vec{J} .

- Por eso se necesita otra ecuación. Una relativa a la divergencia de \vec{B} .

- Es posible demostrar (no lo haremos aquí) que:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

- Esto quiere decir que no hay manantiales ni sumideros de campo magnético (no hay monopolos magnéticos) sea cual fuere la distribución de corrientes representada por \vec{J} .

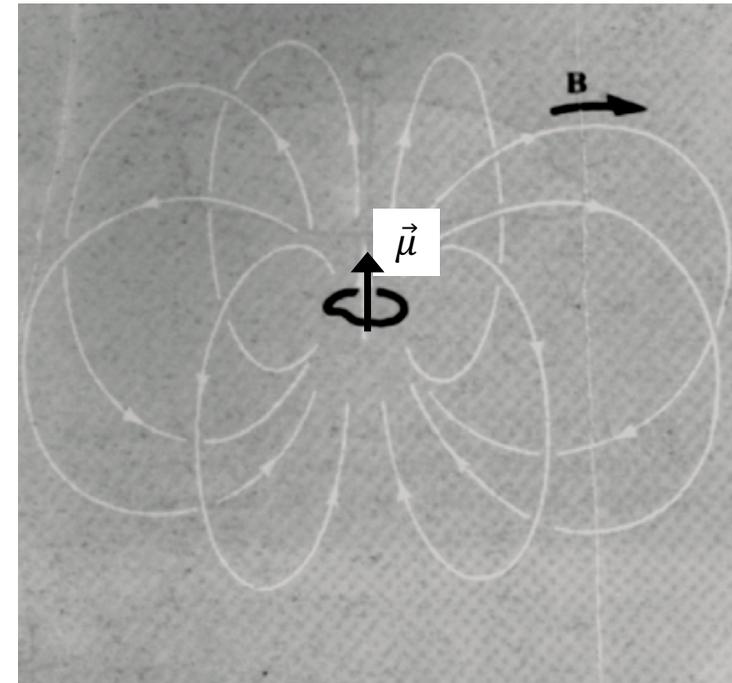
- $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ es otra de las ecuaciones de Maxwell

El campo lejano de una espira es dipolar

- La ausencia de monopolos magnéticos hace que un campo dipolar sea la forma más básica de un campo eléctrico.
- Es posible demostrar que el campo magnético **lejos de cualquier espira plana es de tipo dipolar**.
- En coordenadas esféricas y tomando $\vec{\mu} = IA\hat{z}$:

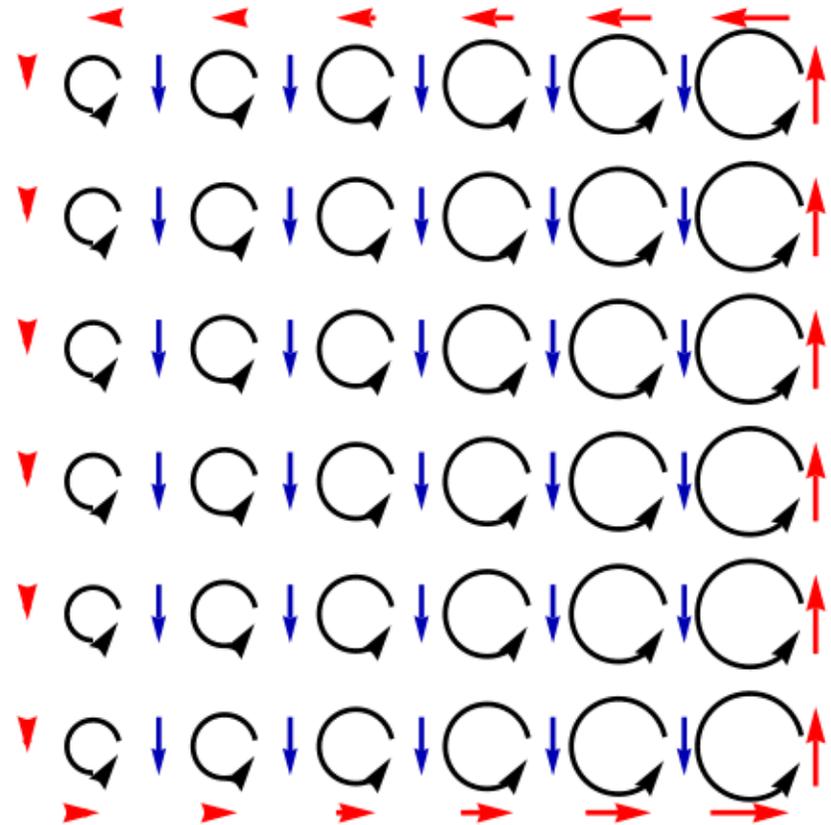
$$B_r = \frac{\mu_0\mu}{2\pi r^3} \cos \theta \quad B_\theta = \frac{\mu_0\mu}{4\pi r^3} \sin \theta \quad y \quad B_\phi = 0$$

- Ver deducción en documento en la página de la materia.



Magnetismo en la materia

- En particular Ampère formuló la hipótesis más simple sobre el magnetismo en la materia y era que un material puede aproximarse como un conjunto de pequeñas espiras distribuidas dentro del material



Materiales magnéticos

- Los materiales reaccionan de manera diferente a un campo magnético externo.
- Supongamos un campo magnético que llamaremos de vacío generado por un solenoide finito.
- Coloquemos una muestra conectada a un dinamómetro e introduzcamosla en el solenoide.

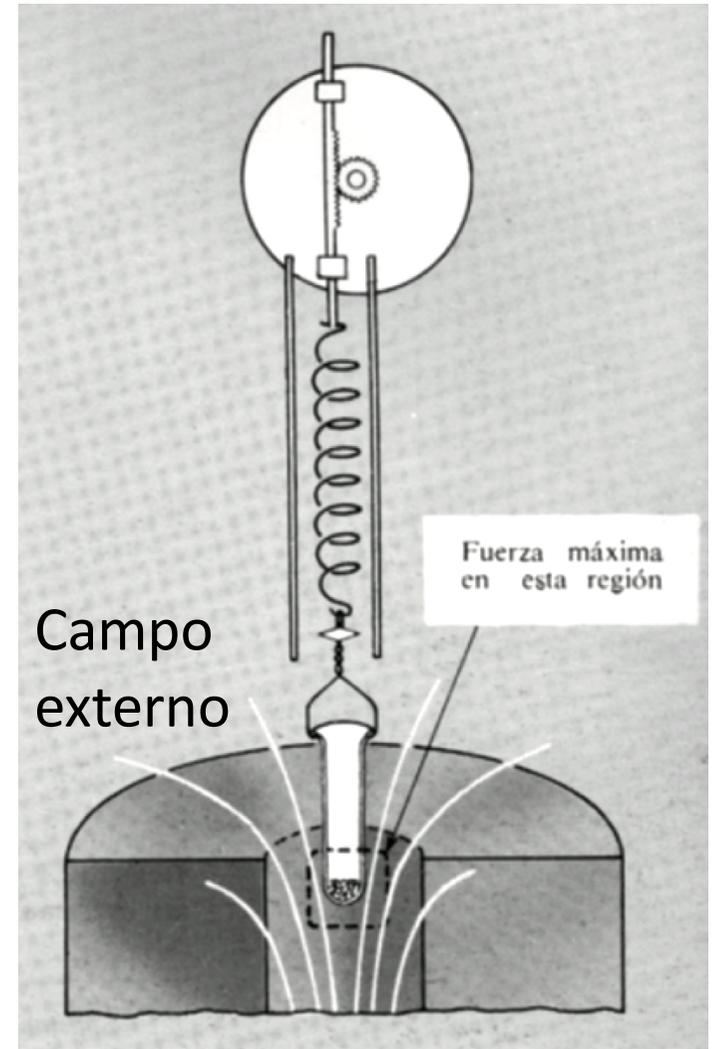
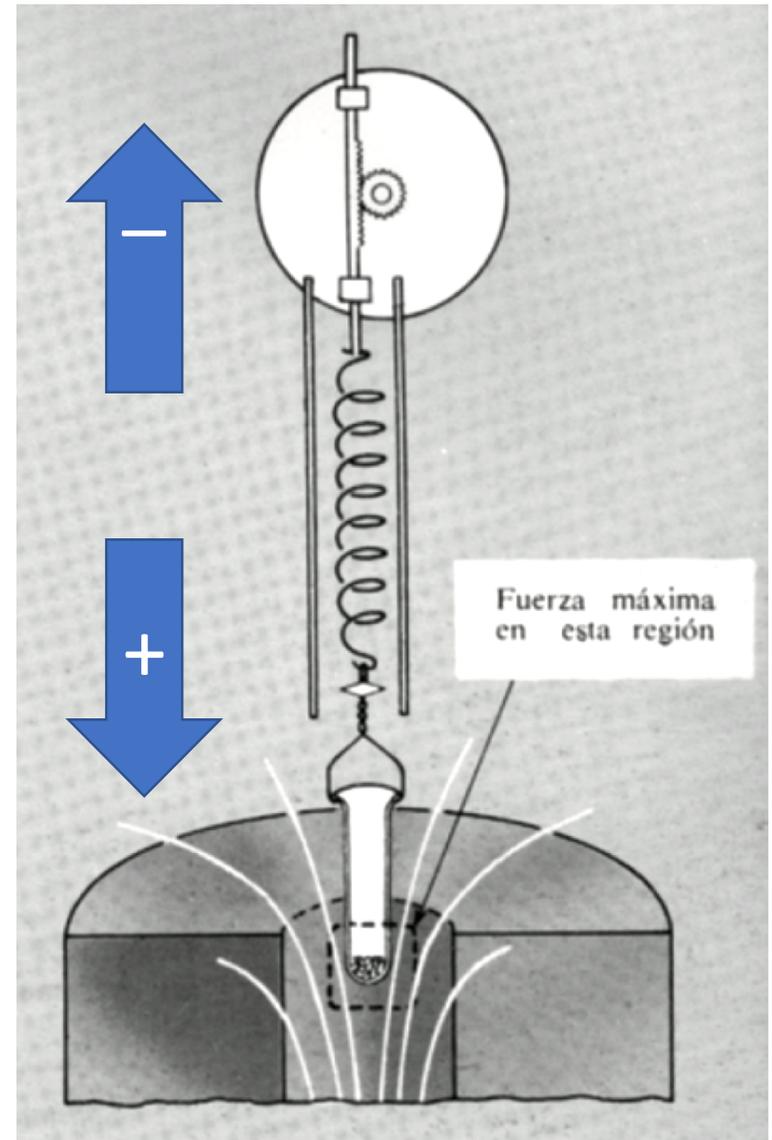


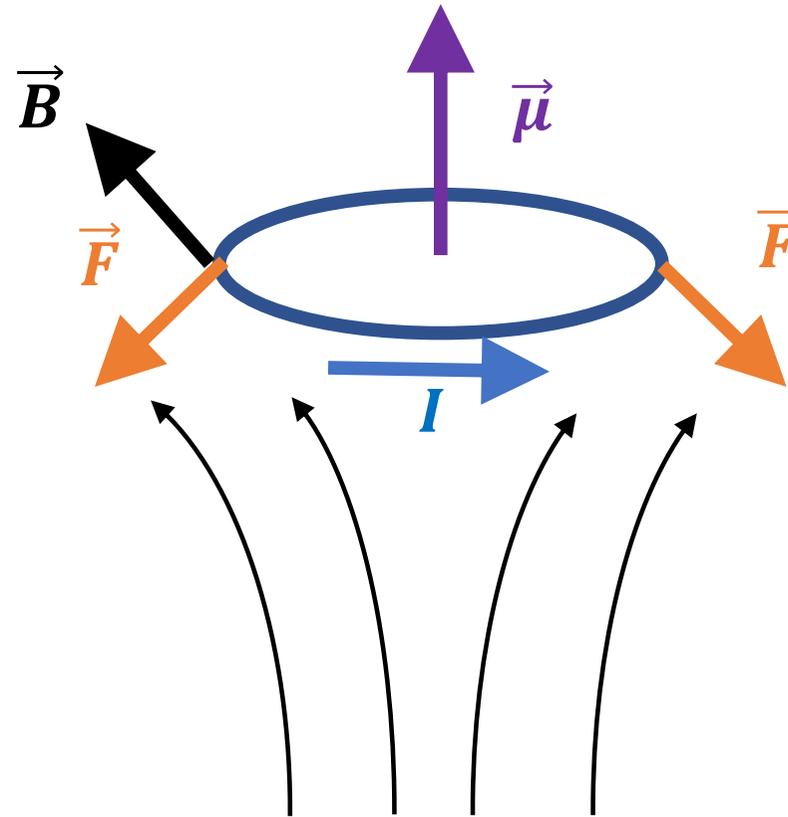
Tabla 11.1 Fuerza sobre un gramo de muestra cerca del extremo superior de una bobina con $B_z = 1,8$ tesla $dB_z/dz = 17$ T/m

<i>Substancia</i>	<i>Fórmula</i>	<i>Fuerza*</i> , <i>Newton · 10⁻⁵</i>
<i>Diamagnéticas</i>		
Agua	H ₂ O	— 22
Cobre	Cu	— 2,6
Plomo	Pb	— 37
Cloruro sódico	NaCl	— 15
Cuarzo	SiO ₂	— 16
Azufre	S	— 16
Diamante	C	— 16
Grafito	C	— 110
Nitrógeno líquido	N ₂	— 10 (78 K)
<i>Paramagnéticas</i>		
Sodio	Na	+ 20
Aluminio	Al	+ 17
Cloruro de cobre	CuCl ₂	+ 280
Sulfato de níquel	NiSO ₄	+ 830
Oxígeno líquido	O ₂	+ 7500 (90 K)
<i>Ferromagnéticas</i>		
Hierro	Fe	+ 400 000
Magnetita	Fe ₃ O ₄	+ 120 000

* Sentido de la fuerza: hacia abajo +, hacia arriba —, Todas las medidas se han efectuado a 20 °C excepto cuando se indica.



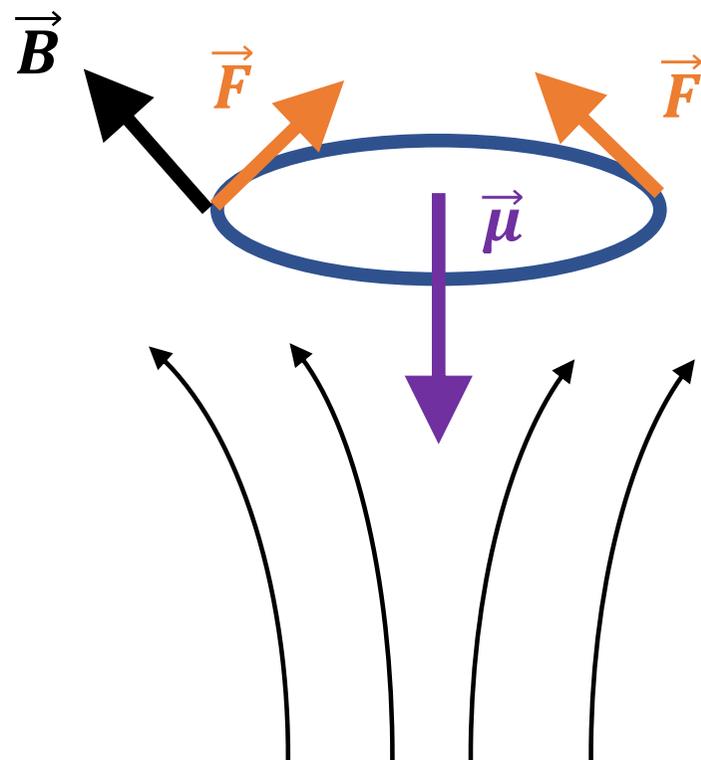
Fuerza
sobre un
dipolo en
campo no
uniforme



Campo externo
(solenoid)

z

Fuerza
sobre un
dipolo en
campo no
uniforme

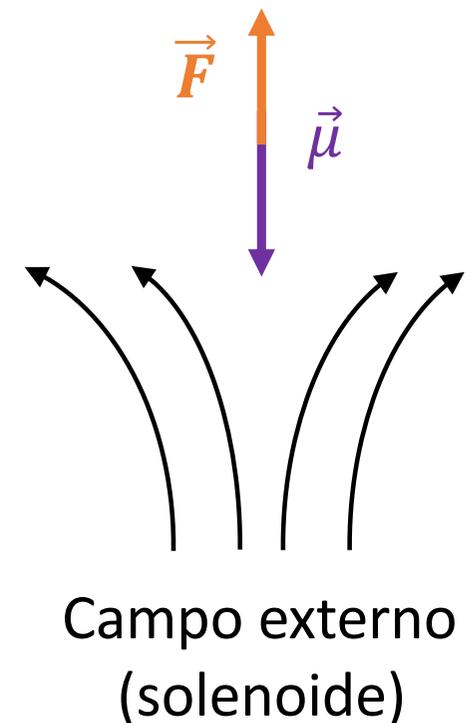


Campo externo
(solenoid)

z

Diamagnetismo

- En los elementos diamagnéticos, el campo exterior induce a nivel atómico y molecular momentos dipolares magnéticos microscópicos en la dirección opuesta.
- Se trata de un efecto descrito por la mecánica cuántica.
- En consecuencia el campo en el interior del material es menor que el campo externo.
- La fuerza resultante sobre el dipolo inducido tiende a alejarlo del solenoide



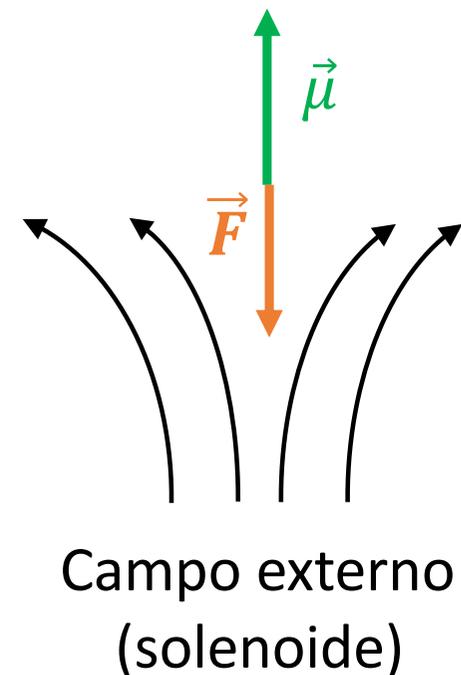
Paramagnetismo

- Estructura formada por átomos que poseen dipolos magnéticos permanentes normalmente distribuidos al azar.



Paramagnetismo

- Estructura formada por átomos tienen que poseen dipolos magnéticos permanentes normalmente distribuidos al azar.
- Dipolos atómicos se alinean con el campo externo.
- Es atraído hacia donde el campo externo aumenta



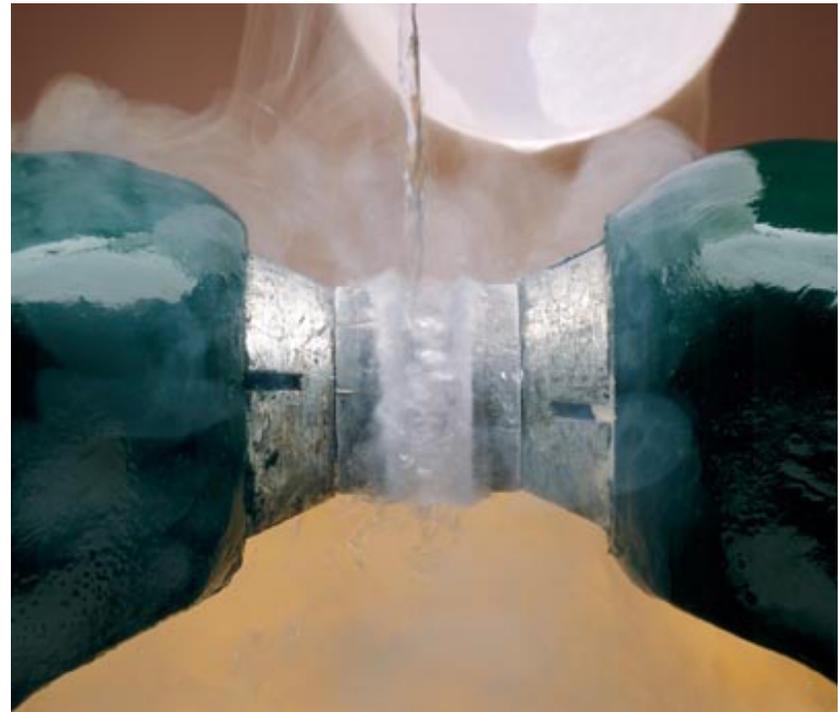
Paramagnetismo

- Estructura formada por átomos tienen que poseen dipolos magneticos permanentes normalmente distribuidos al azar.
- Dipolos atómicos se alinean con el campo externo.
- Es atraído hacia donde el campo externo aumenta
- Al dejar de exponer el material al campo externo, los dipolos se vuelven a desordenar.



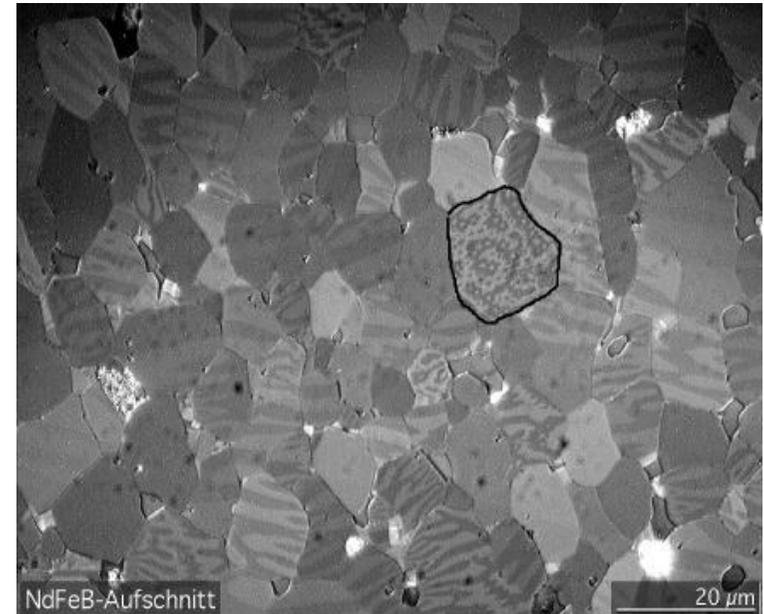
Paramagnetismo

- En general son fuerzas débiles, pero en el caso de algunos líquidos, la fuerza es capaz de compararse al peso
- La figura muestra oxígeno líquido siendo vertido entre los polos de un imán



Ferromagnetismo

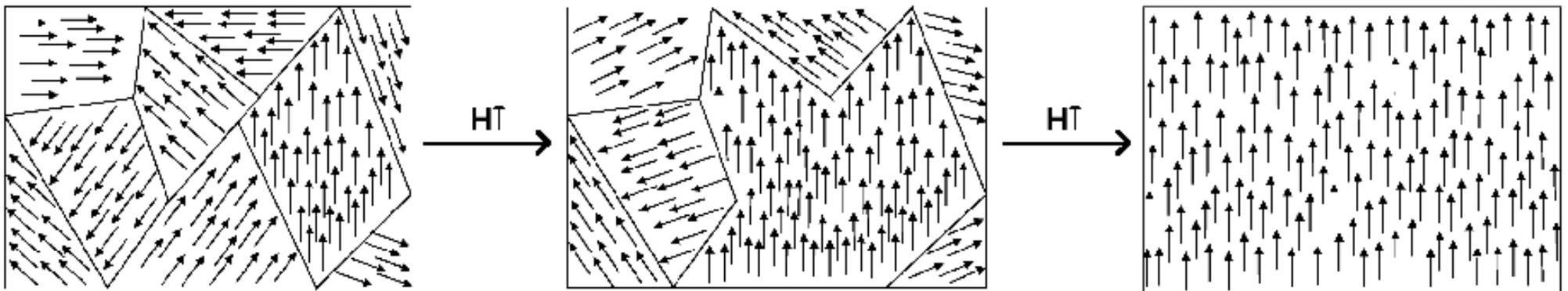
- Átomos tienen dipolos magnéticos permanentes.
- Por razones cuánticas, estos materiales poseen zonas llamadas dominios magnéticos.
- Los dominios tienen un tamaño de algunos $\mu\text{m} = 10^{-6}$ m.
- En estos dominios, los dipolos magnéticos de los átomos/moléculas están 100% alineados.



Vista de dominios magnéticos (rayas oscuras y claras) en una aleación usada para hacer imanes

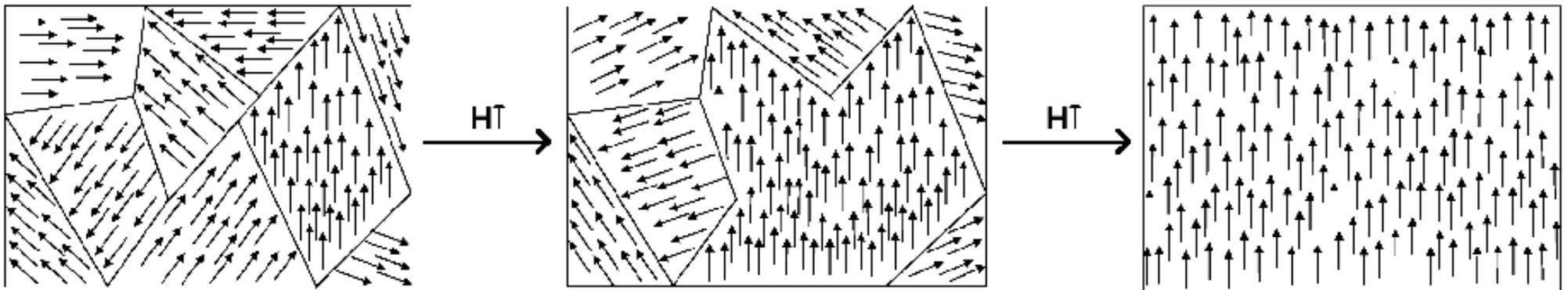
Ferromagnetismo

- Al ser expuestos a un campo externo los dominios se alinean más o menos con él dependiendo de la intensidad de aquel, y la temperatura.
- Son materiales atraídos al campo externo con una fuerza mayor a los paramagnéticos.
- Dentro del material el campo puede ser varios órdenes de magnitud más grande que el campo externo.

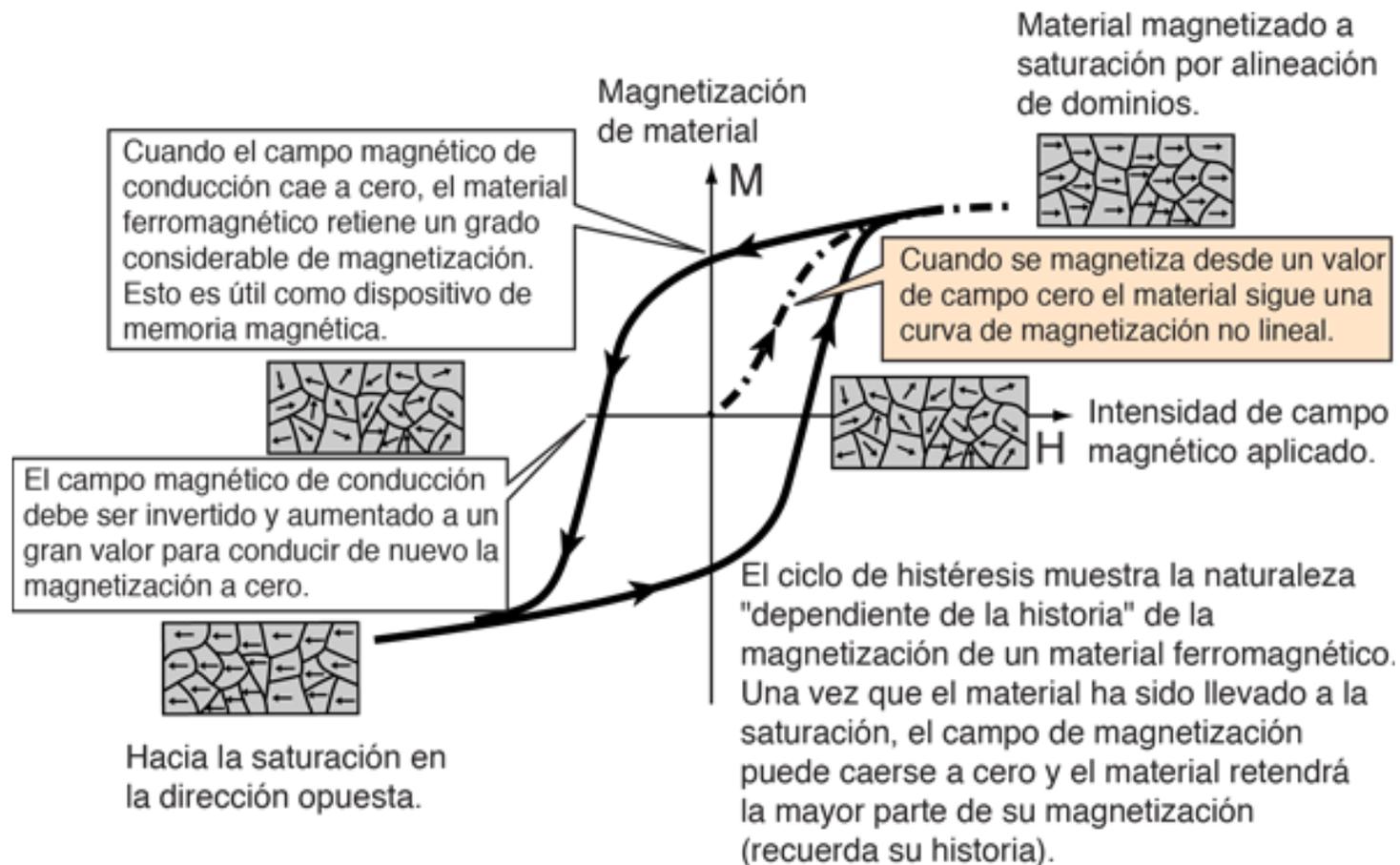


Ferromagnetismo

- Al quitar el campo externo algunos dominios pueden desorganizarse, otros no, quedando el material magnetizado permanentemente.
- Para desmagnetizar hay que calentarlo mucho o alterarlo mecánicamente.



Ferromagnetismo: ciclo de Histéresis



Imanes permanentes



Ley de Ampère para materiales magnéticos

- Muchas veces el campo generado por el material \vec{B}_{mat} es proporcional al campo externo \vec{B}_{ext}

$$\vec{B}_{mat} = \chi_m \vec{B}_{ext}$$

χ_m es la susceptibilidad magnética del material

- Entonces el campo total en el material es la suma del campo generado por el material y el campo externo.

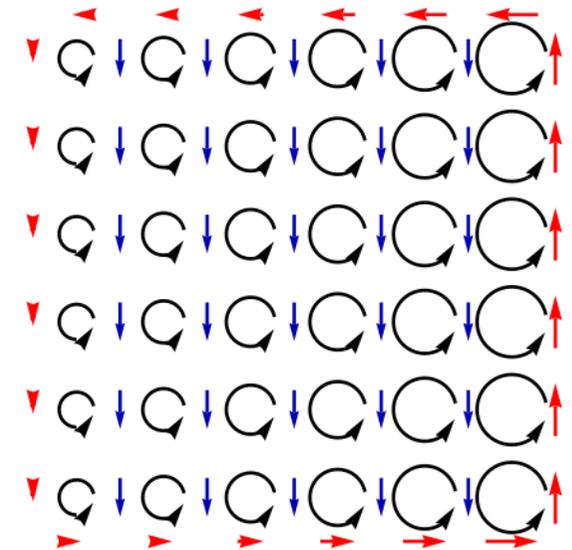
$$\vec{B} = \vec{B}_{ext} + \vec{B}_{mat} = \vec{B}_{ext} + \chi_m \vec{B}_{ext} = (1 + \chi_m) \vec{B}_{ext}$$

Ley de Ampère para materiales magnéticos

- El segundo término del segundo miembro es el campo debido al material. De la misma manera que para dieléctricos se define un vector polarización magnética \vec{M} tal que

$$\vec{M} = \frac{\chi_m}{\mu_0} \vec{B}_{ext} = \frac{\chi_m}{\mu_0(1 + \chi_m)} \vec{B}$$

- El vector \vec{M} una densidad volumétrica de momento magnético. Es el producto del número de dipolos orientados por unidad de volumen por el momento magnético $\vec{\mu}$ de cada átomo o molécula (debidos a movimiento orbital y spin).

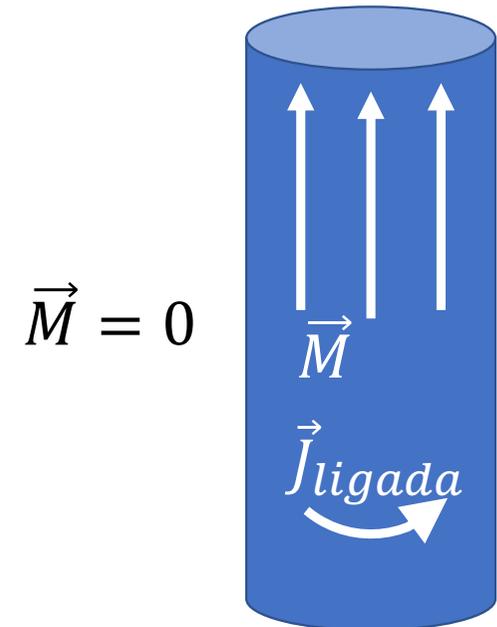


Ley de Ampère para materiales magnéticos

- A partir de un análisis similar al que realizamos con dieléctricos es posible llegar a la relación entre \vec{M} y la densidad de corriente asociada a los momentos magnéticos del material polarizado, es decir, \vec{J}_{ligada}

$$\vec{\nabla} \times \vec{M} = \vec{J}_{ligada}$$

- En el caso de un material con \vec{M} uniforme, \vec{J}_{ligada} corre sobre la superficie del material.



Ley de Ampère para materiales magnéticos

- Usando la definición de \vec{M} tenemos:

$$\vec{B} = \vec{B}_{ext} + \chi_m \vec{B}_{ext} = \vec{B}_{ext} + \mu_0 \vec{M}$$

- Es decir, el campo total en el material es la suma del campo externo más una contribución de los dipolos magnéticos inducidos por el mismo campo externo.
- Ahora definimos el campo \vec{H} tal que considera el campo total menos la contribución del material:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \frac{\chi_m \vec{B}}{\mu_0(1 + \chi_m)} = \frac{\vec{B}}{(1 + \chi_m)\mu_0} = \frac{\vec{B}}{\mu_m}$$

- Se define la permeabilidad magnética del material μ_m .

Ley de Ampère para materiales magnéticos

- Entonces,

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{\nabla} \times (\vec{B}_{ext} + \mu_0 \vec{M}) = \vec{\nabla} \times \vec{B}_{ext} + \mu_0 \vec{\nabla} \times \vec{M}$$

- Como $\vec{\nabla} \times \vec{B}_{ext} = \mu_0 \vec{J}_{libre}$, entonces:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 (\vec{J}_{libre} + \vec{J}_{ligada})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} - \mu_0 \vec{J}_{ligada} = \mu_0 \vec{J}_{libre}$$

$$\frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{B} - \vec{J}_{ligada} = \vec{J}_{libre}$$

Ley de Ampère para materiales magnéticos

- Entonces:

$$\frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{B} - \vec{\nabla} \times \vec{M} = \vec{\nabla} \times \left[\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right] = \vec{J}_{libre}$$

- Y recordando la definición de \vec{H} :

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_{libre}$$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{J}_{libre} \cdot d\vec{a}$$

Ley de Ampère
para medios
magnéticos.