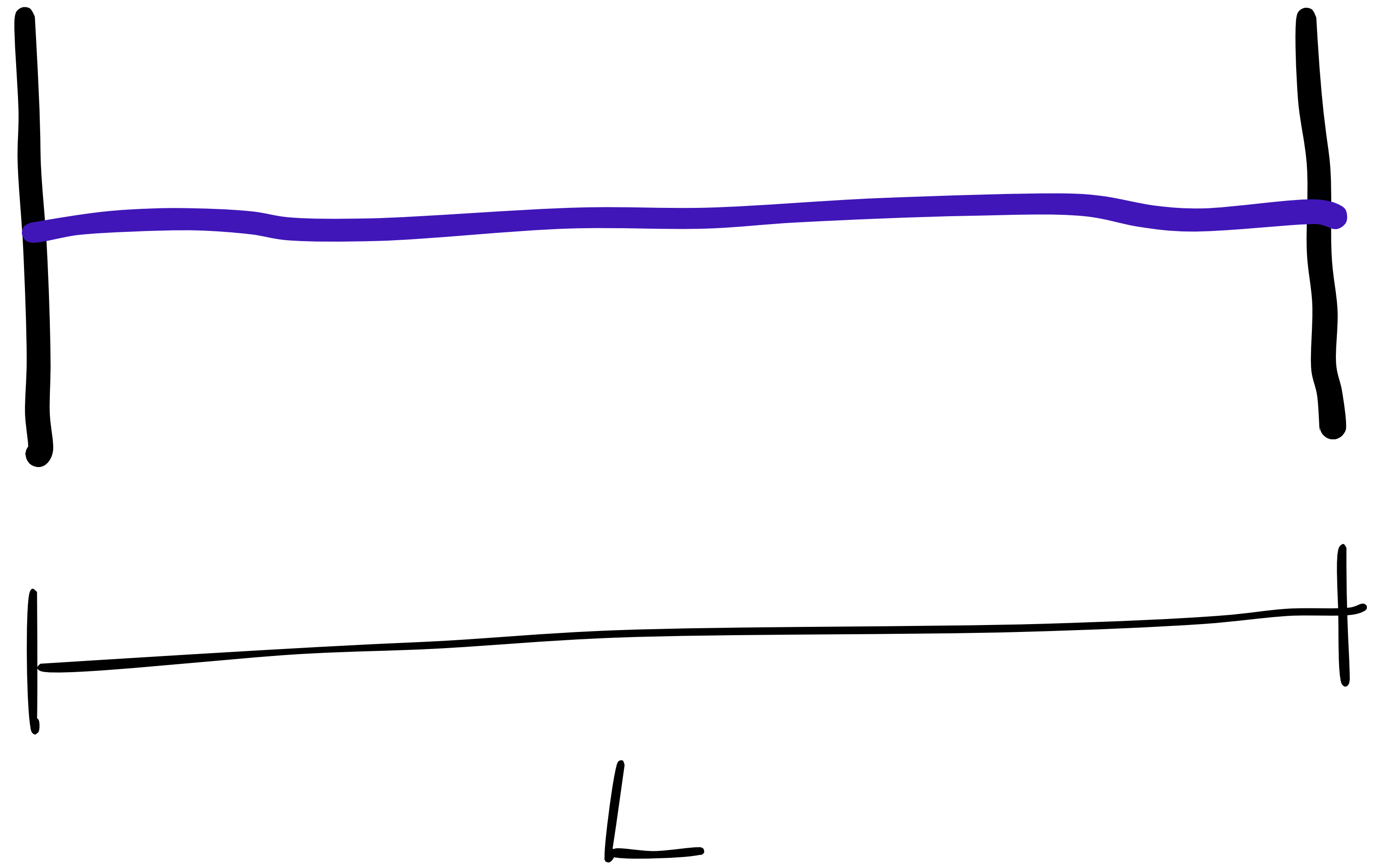
Laboratorio FII (Q)
1°C 2024

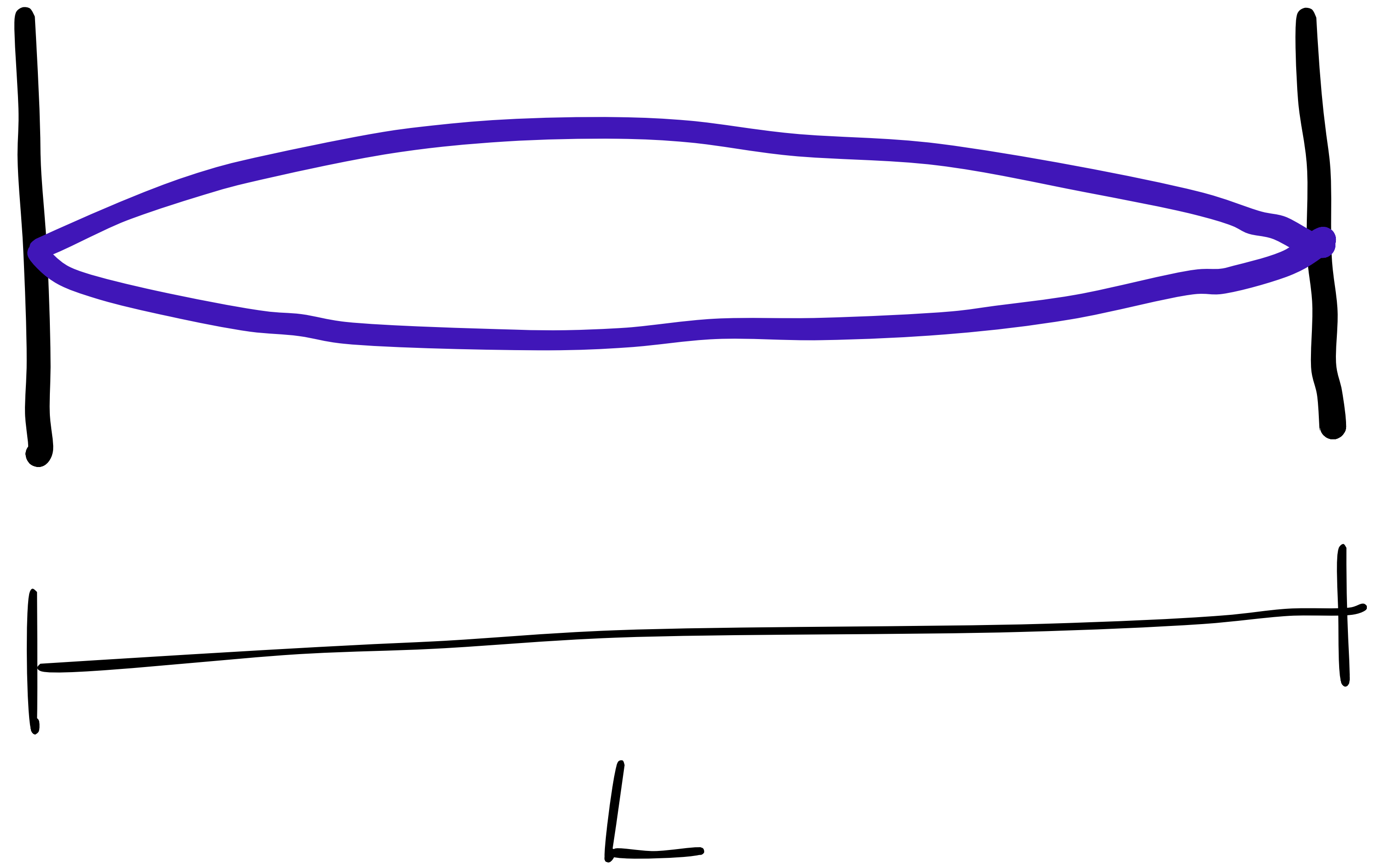
TP 4: Ondas mecánicas

Muriel Bonetto

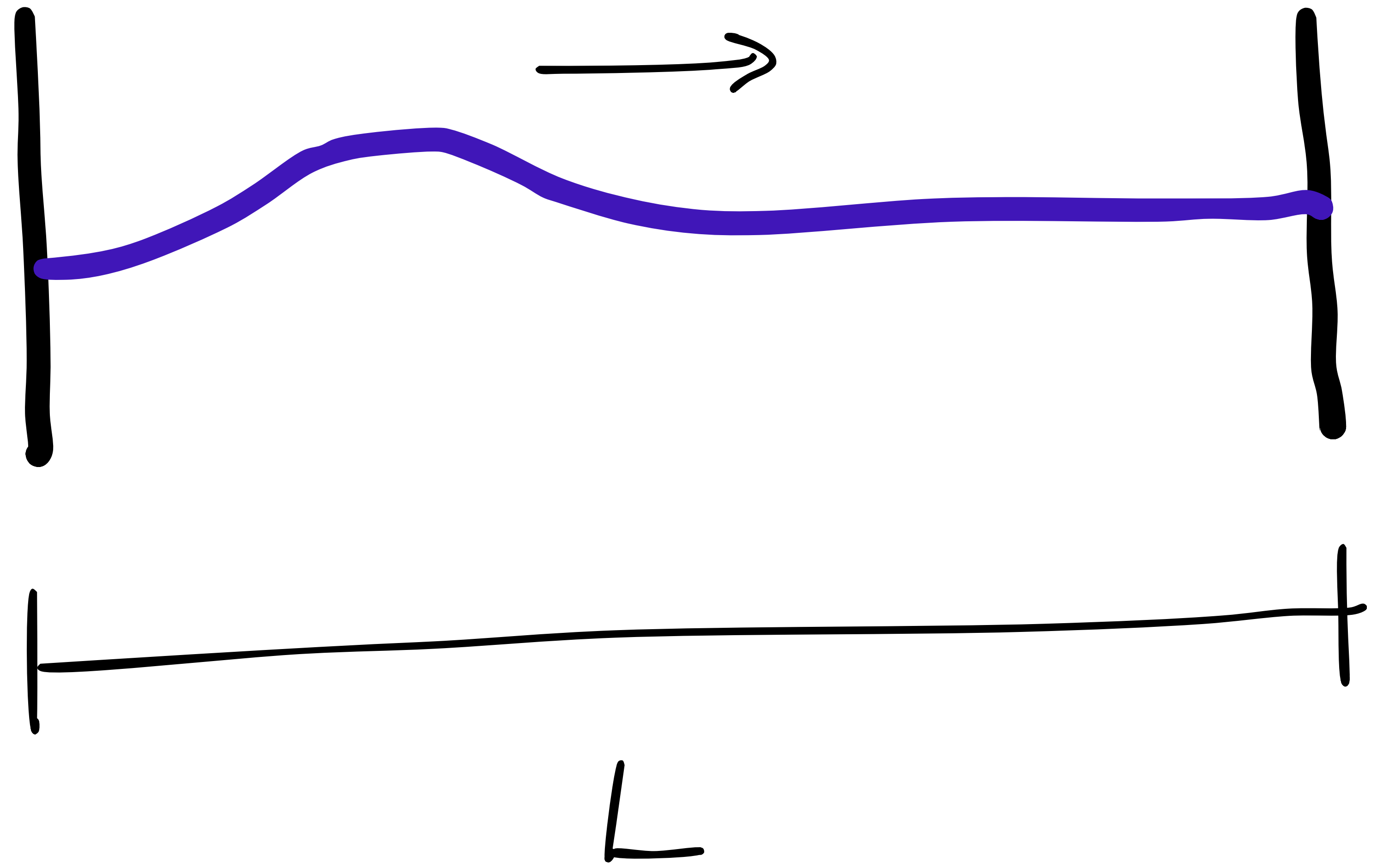
Ondas mecánicas



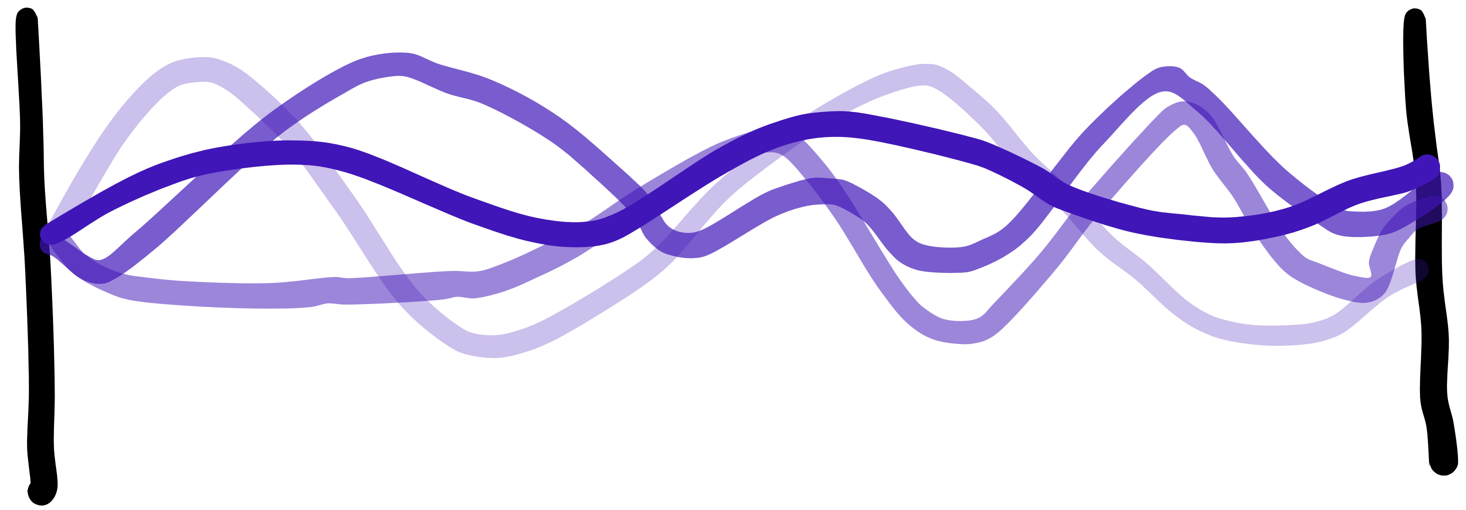
Ondas mecánicas



Ondas mecánicas

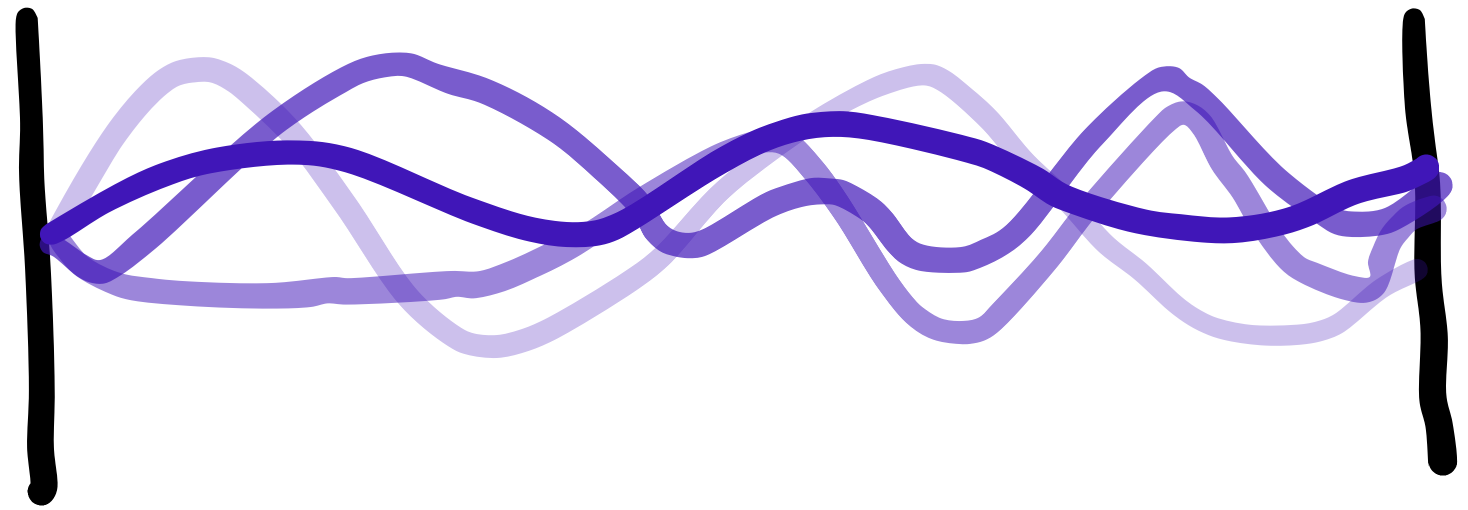


Ondas mecánicas



¿Cómo se describe la dinámica de la cuerda?

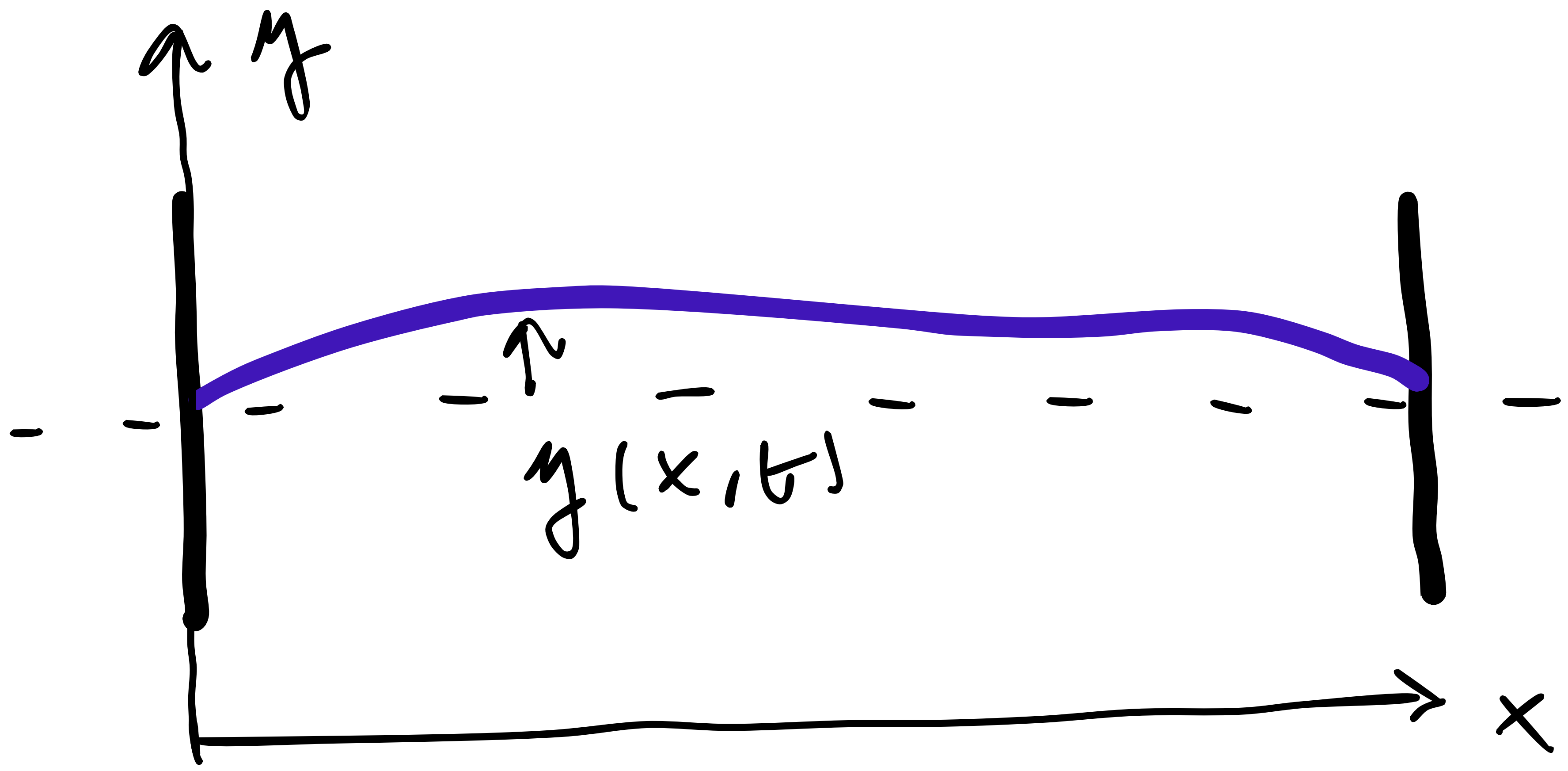
Ondas mecánicas



¿Cómo se describe la dinámica de la cuerda?

Ecuación de ondas

Ondas mecánicas



$y(x,t)$ Apartamiento del punto de equilibrio

¿Cómo se describe la dinámica de la cuerda?

Ecuación de ondas $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$

$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

T : Tensión

μ : Densidad lineal

Relación de dispersión $\boxed{k \cdot v = \omega}$

Ondas mecánicas

$y(x,t)$ Apartamiento del punto de equilibrio

¿Cómo se describe la dinámica de la cuerda?

Ecuación de ondas $\dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \dfrac{1}{v^2}\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$

$v = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}}$

T ; Tensión

μ ; Densidad lineal

$$y_1(x,t) = A \operatorname{sen}(kx)\cos(\omega t)$$

$$y_2(x,t) = B \cos(kx)\cos(\omega t)$$

Soluciones estacionarias

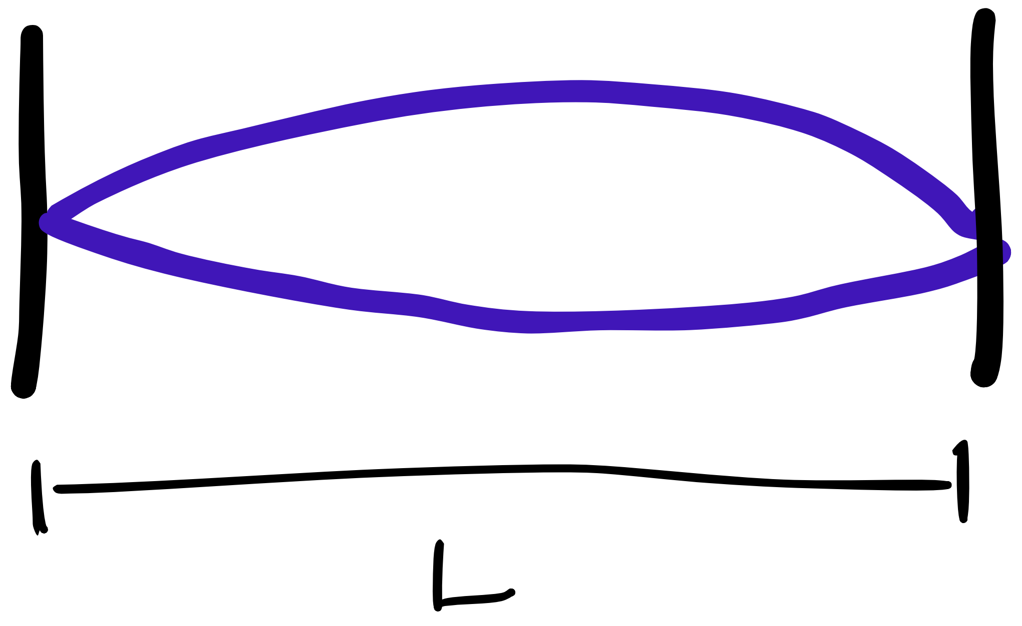
$$y(x,t) = \left[A \operatorname{sen}(kx) + B\cos(kx)\right]\cos(\omega t)$$

Ondas mecánicas

$$y(x,t) = [A \operatorname{sen}(kx) + B\cos(kx)]\cos(\omega t)$$

Condiciones de contorno

Extremos fijos



$$y(0,t) = 0 \Rightarrow A \cdot 0 + B \cdot 1 = 0 \Rightarrow B = 0$$

$$y(L,t) = 0 \Rightarrow A \operatorname{sen}(kL) = 0 \Rightarrow kL = n\pi$$

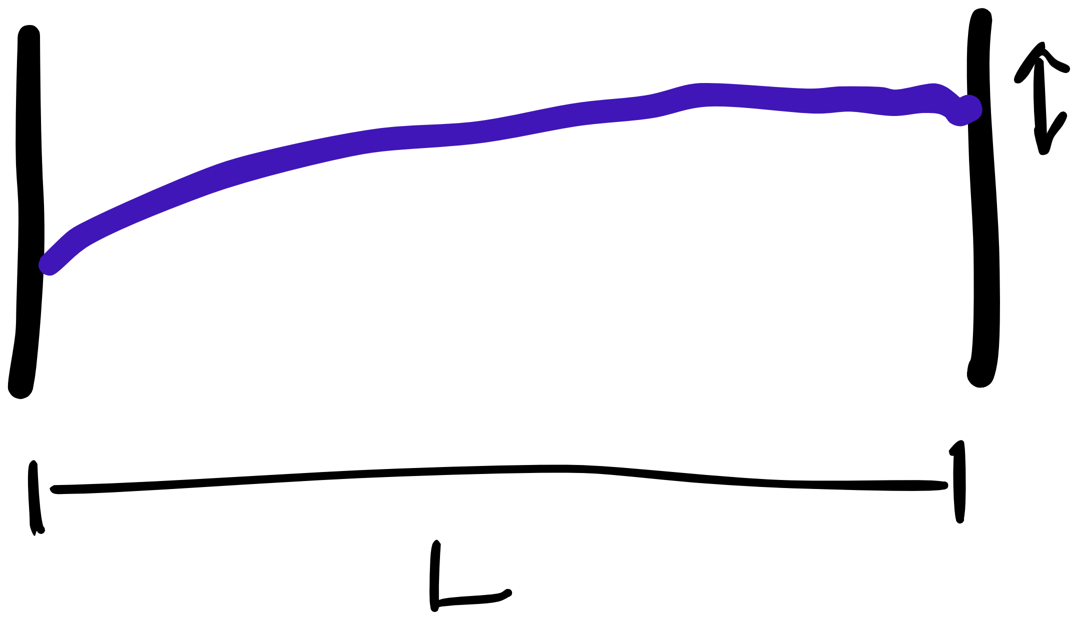
$$k_n = \frac{n\pi}{L} \qquad \omega_n = v \cdot k_n$$

Ondas mecánicas

$$y(x,t) = [A \operatorname{sen}(kx) + B\cos(kx)]\cos(wt)$$

Condiciones de contorno

Extremo fijo - extremo libre



$$y(0,t) = 0 \Rightarrow B = 0$$

$$\frac{dy}{dx}(L,t) = A \cdot k \cos(kL) = 0 \Rightarrow kL = \frac{(2n+1)\pi}{2}$$

$$k_n = \frac{(2n+1)\pi}{L} \qquad w_n = v \cdot k_n$$

Modos normales

Solución más general posible
si los extremos están fijos

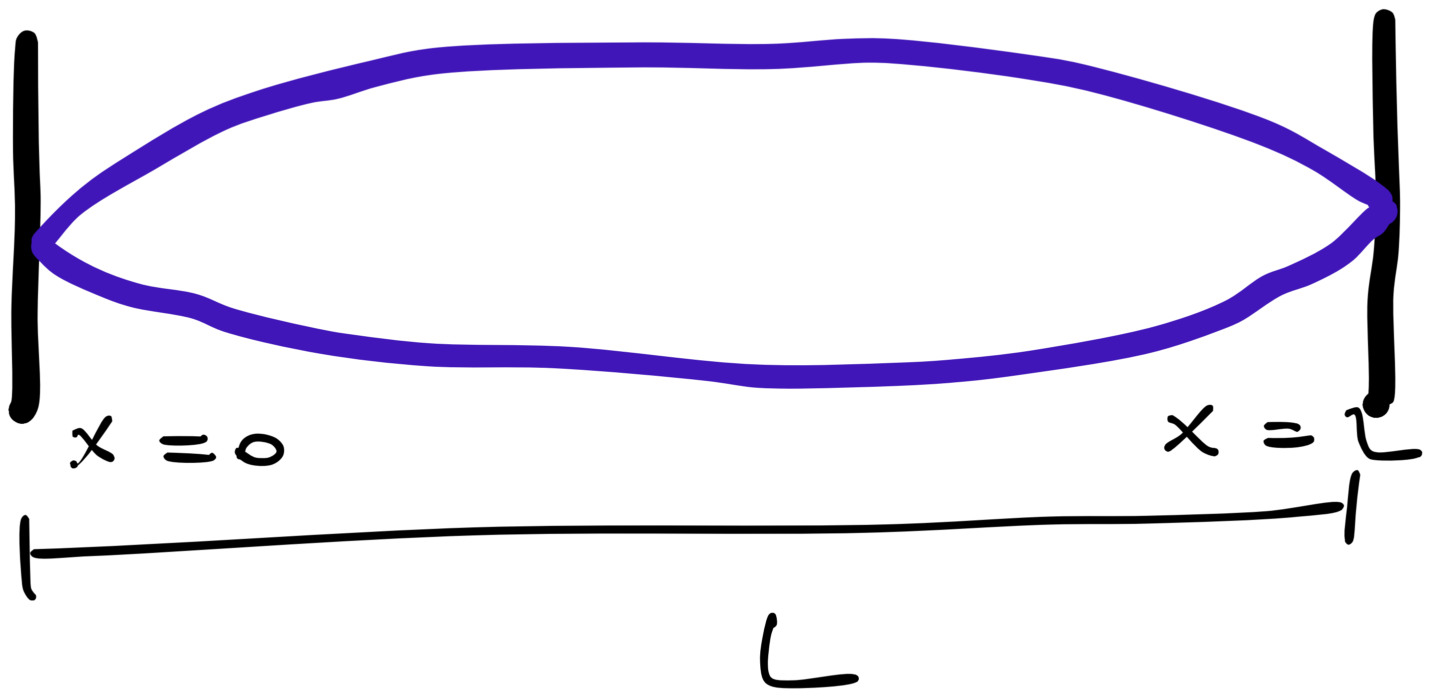
$$y(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \,\text{sen}(k_n x)\cos(\omega_n t)$$

$$y_1(x,t) = A_1 \,\text{sen}\left(\frac{\pi}{L} x\right)\cos(\omega_1 t)$$

Modos normales

Solución más general posible
si los extremos están fijos

$$y(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \operatorname{sen}(k_n x) \cos(w_n t)$$



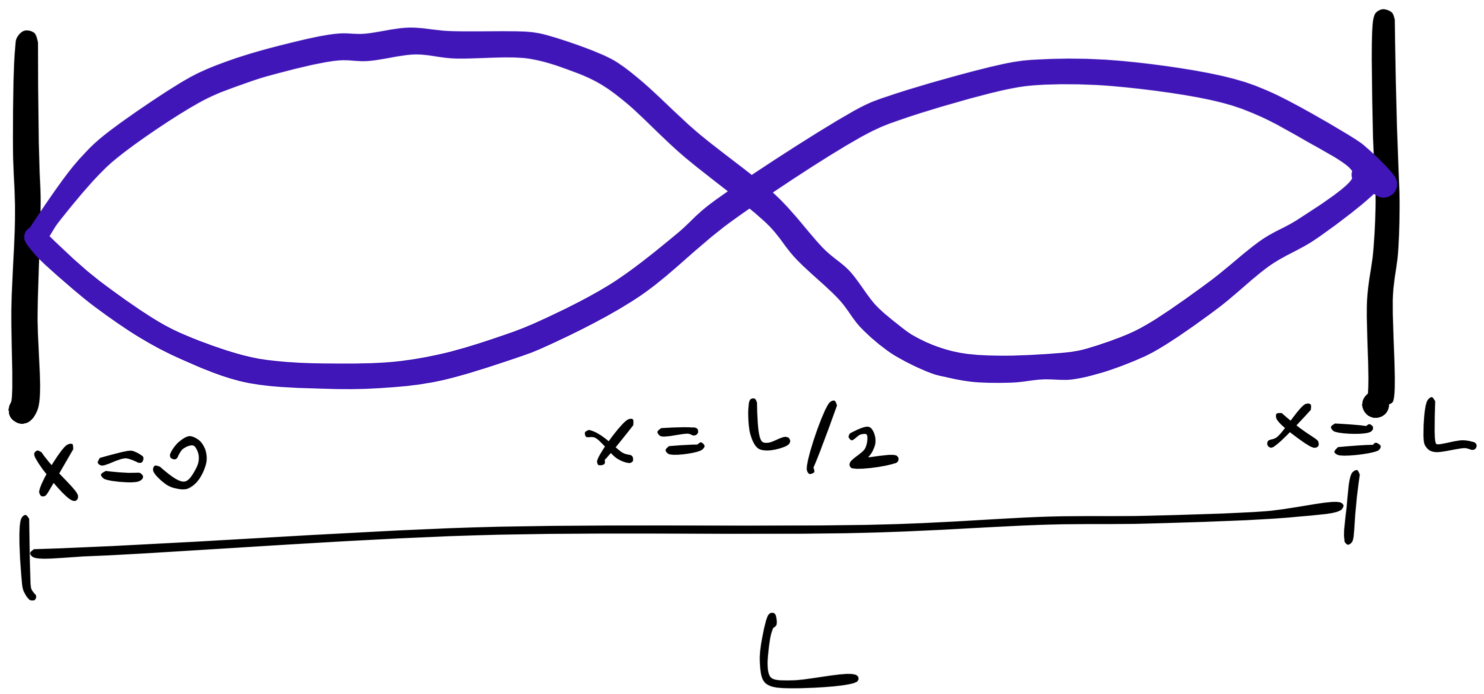
$$y(x,t) = A_1 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{L} x\right) \cos(w_1 t)$$

$$k_n = \frac{n\pi}{L}$$

Modos normales

Solución más general posible
si los extremos están fijos

$$y(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \,\text{sen}(k_n x)\cos(\omega_n t)$$



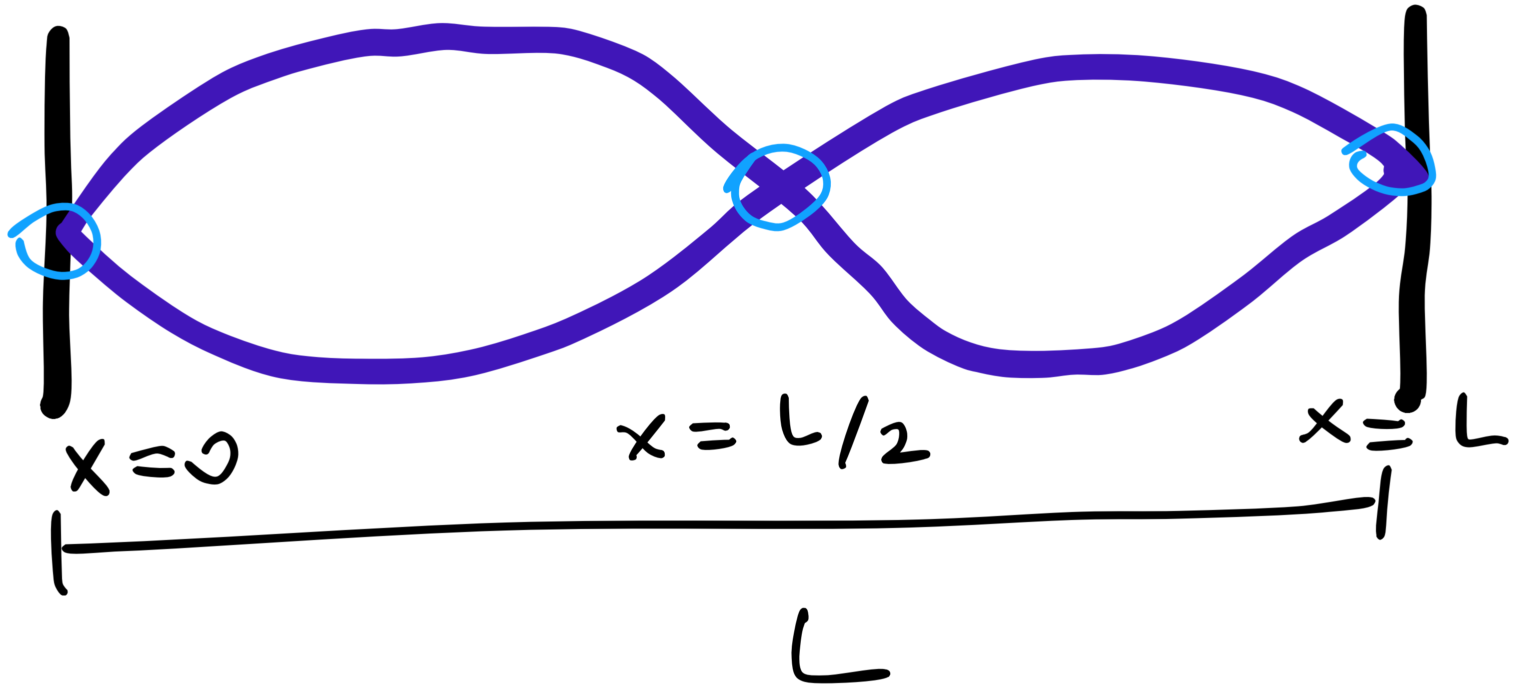
$$y_2(x,t) = A_2 \,\text{sen}\left(\frac{2\pi}{L}x\right)\cos(\omega_2 t)$$

$$y_2(0) = 0 \qquad y_2\left(\frac{L}{2}\right) = 0 \qquad y_2(L) = 0$$

Modos normales

Solución más general posible
si los extremos están fijos

$$y(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \,\text{sen}(k_n x)\cos(\omega_n t)$$



3 nodos

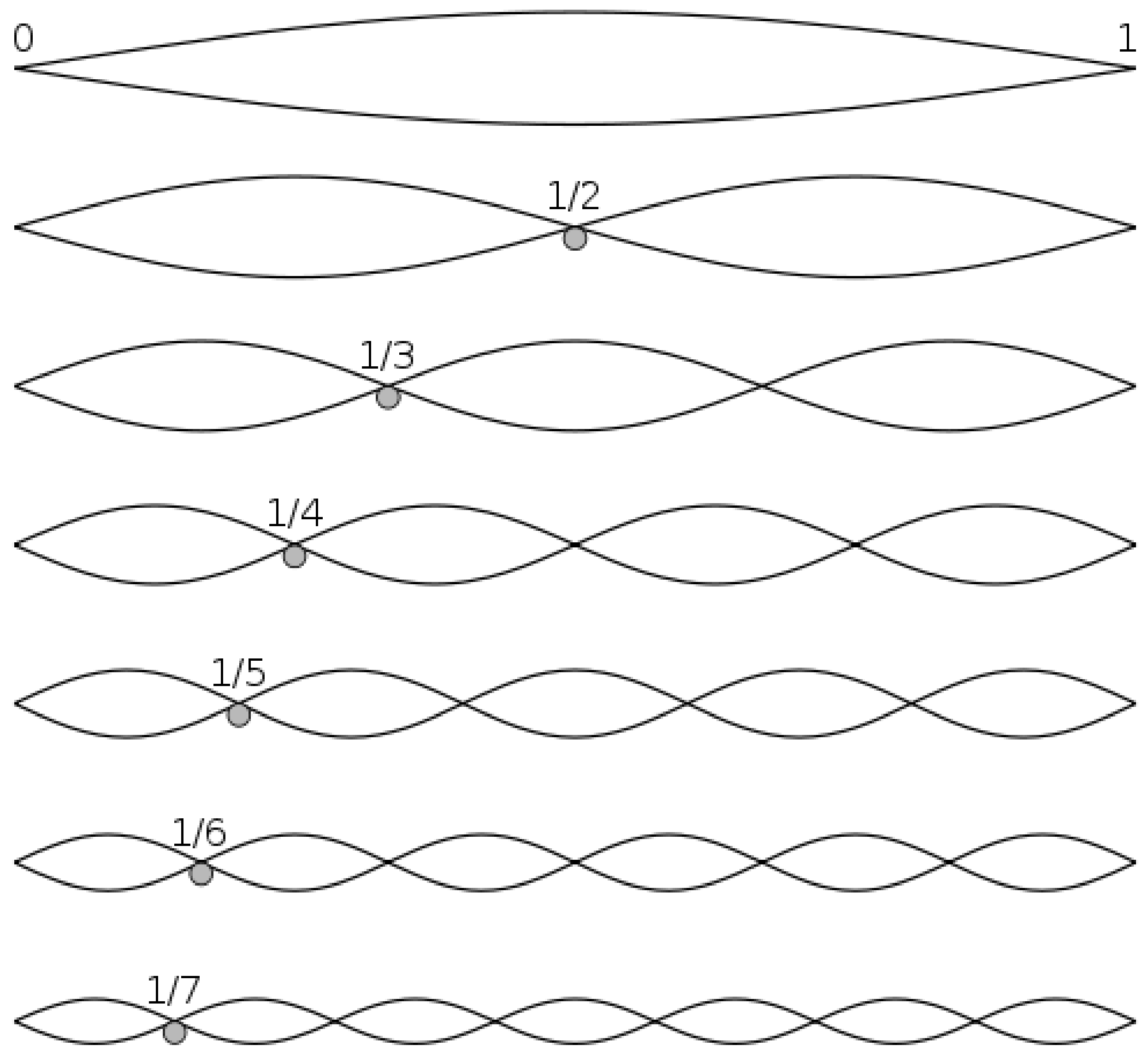
modo n $\longrightarrow$ $n+1$ nodos

↳ longitud de onda λ_n

$$\lambda_n = \frac{2\pi}{k_n} = \frac{2L}{n}$$

Modos normales

Solución más general posible
si los extremos están fijos



$$y(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \operatorname{sen}(k_n x) \cos(w_n t)$$

modo n $\longrightarrow$ $n+1$ nodos

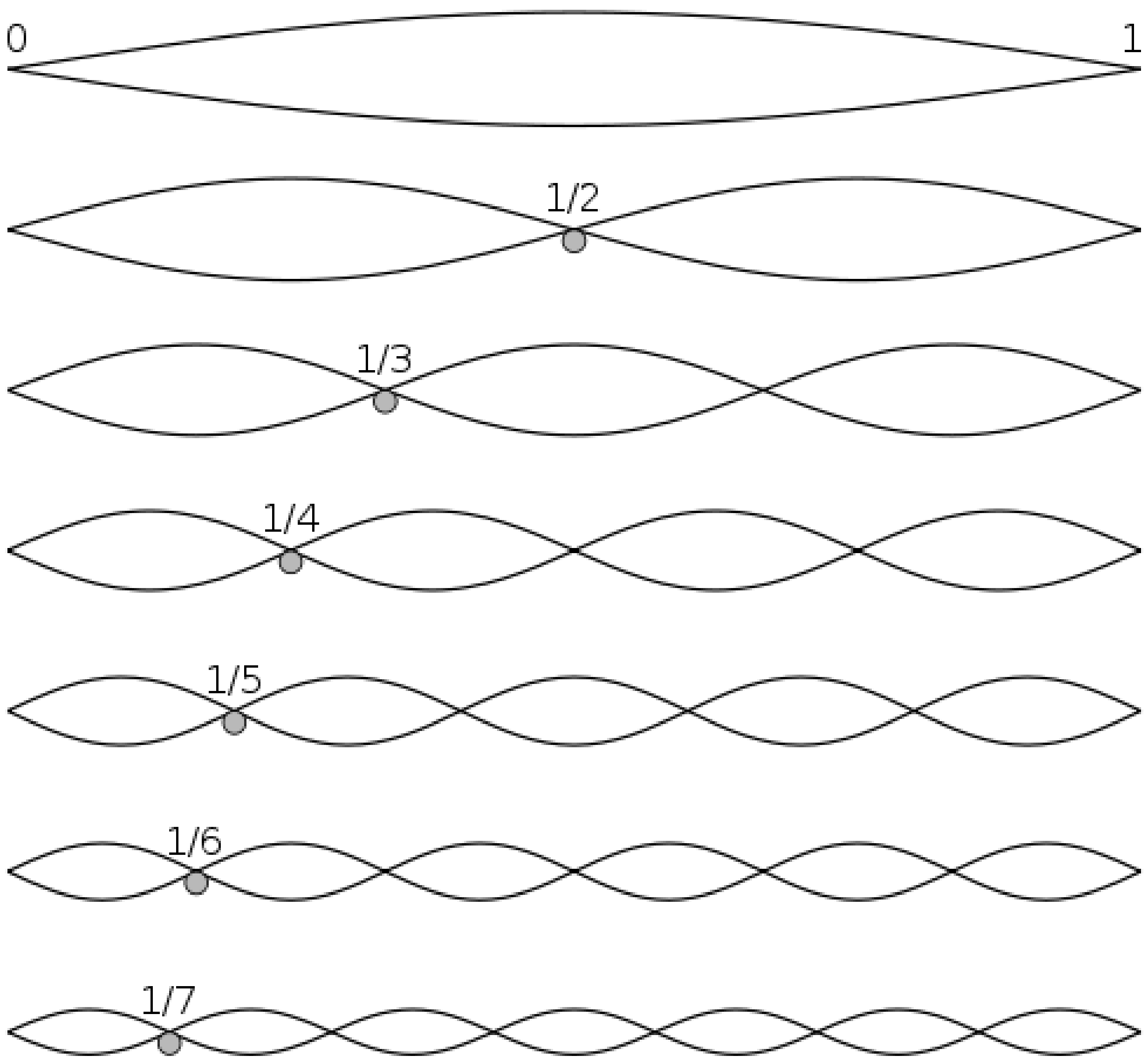
$\hookrightarrow$ longitud de onda λ_n

$$\lambda_n = \frac{2\pi}{k_n} = \frac{2L}{n}$$

Modos normales

Solución más general posible
si los extremos están fijos

$$y(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \,\text{sen}(k_n x)\cos(\omega_n t)$$



$n=1$ — $\lambda = 2L$

$n=2$ — $\lambda = L$

$n=3$ — $\lambda = \frac{2L}{3}$

$n=4$ — $\lambda = \frac{L}{2}$

$n=5$ — $\lambda = \frac{2L}{5}$

$n=6$ — $\lambda = \frac{L}{3}$

$n=7$ — $\lambda = \frac{2L}{7}$

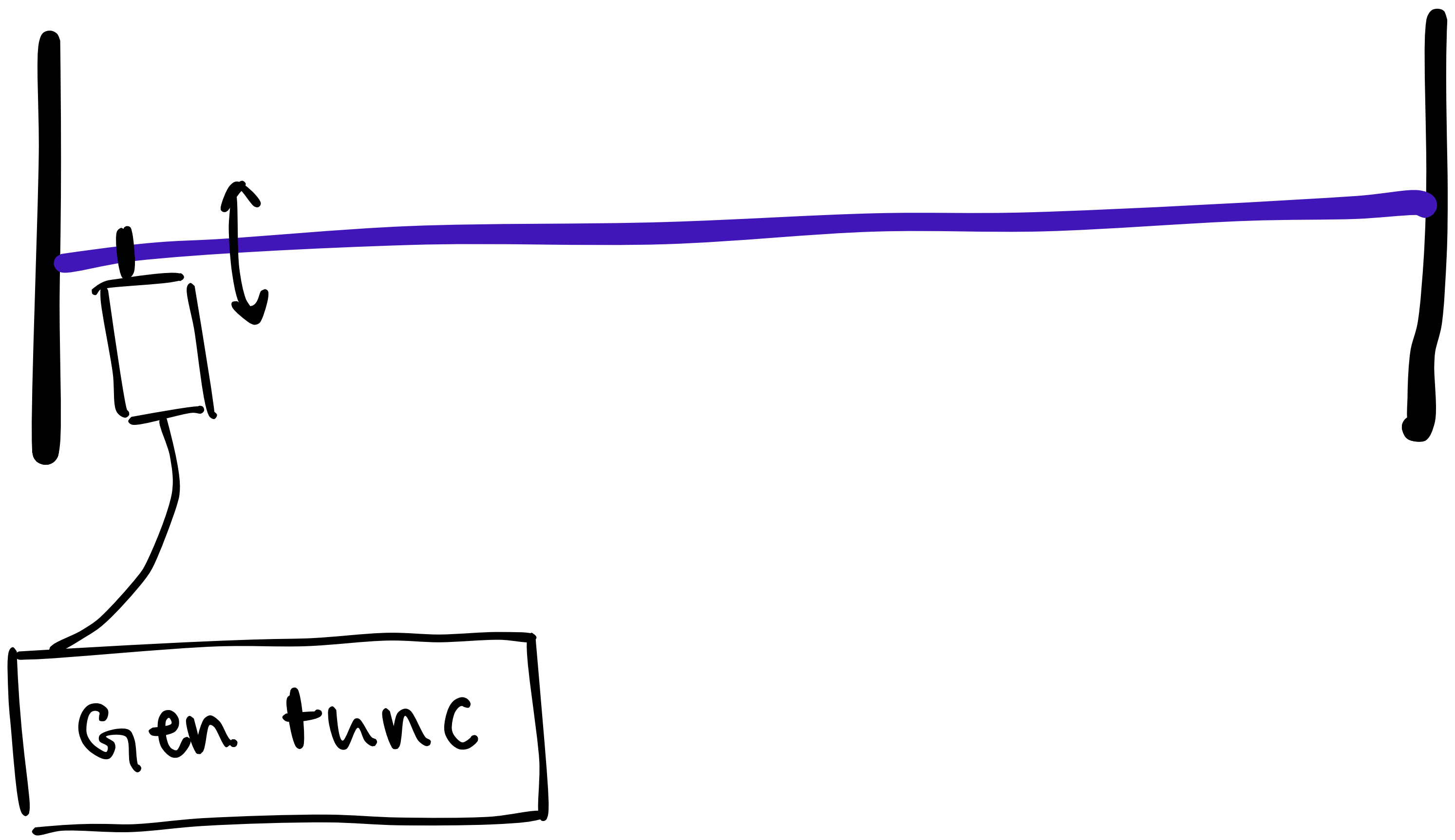
modo n $\longrightarrow$ $n+1$ nodos

↳ longitud de onda λ_n

$$\lambda_n = \frac{2\pi}{k_n} = \frac{2L}{n}$$

Modos normales

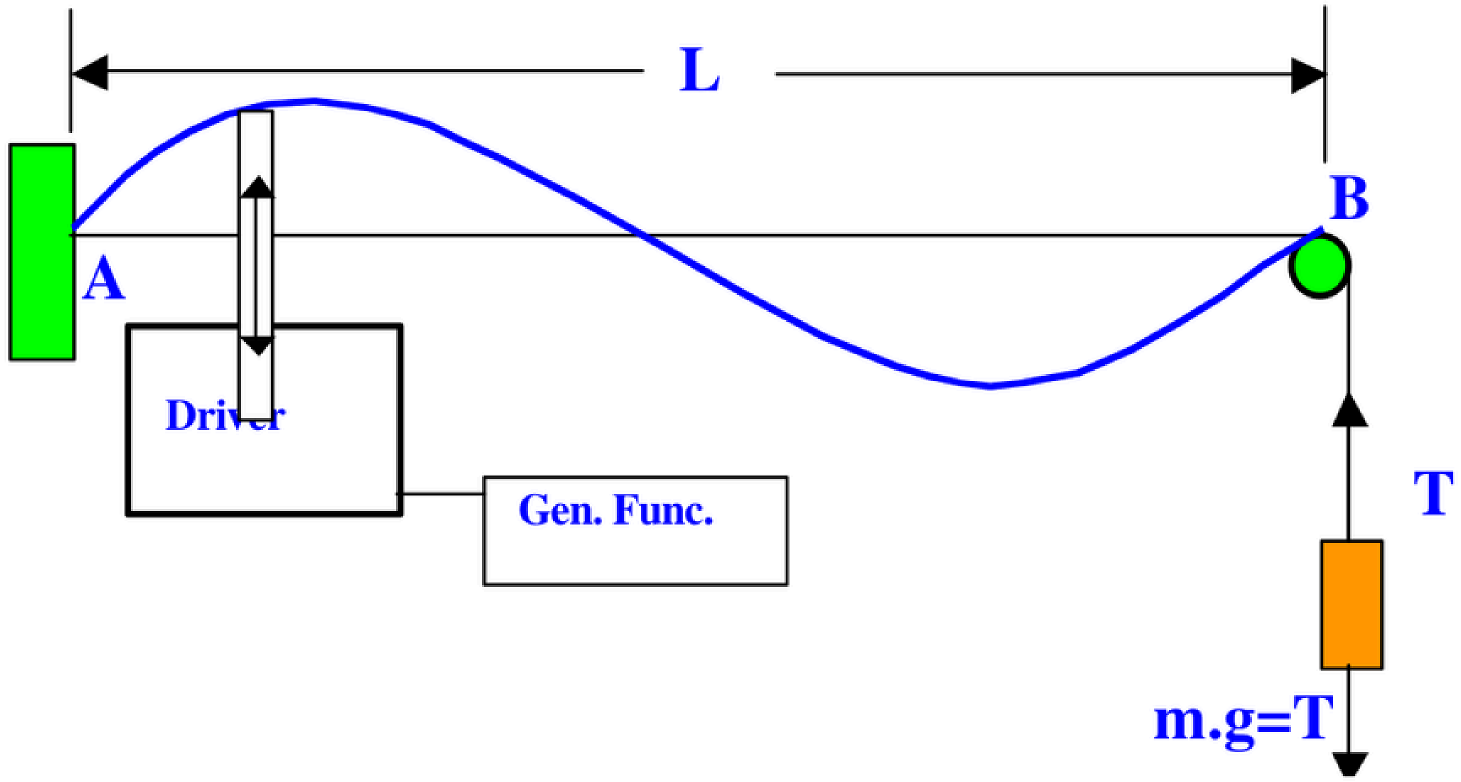
¿Cómo podemos hacer para elegir un modo normal?



$$y(x=0,t) = A_F \cos(\omega_F t)$$

Cuando la frecuencia del forzado sea igual a la de un modo normal de la cuerda, vamos a ver un modo normal, porque son **resonantes**

Actividad

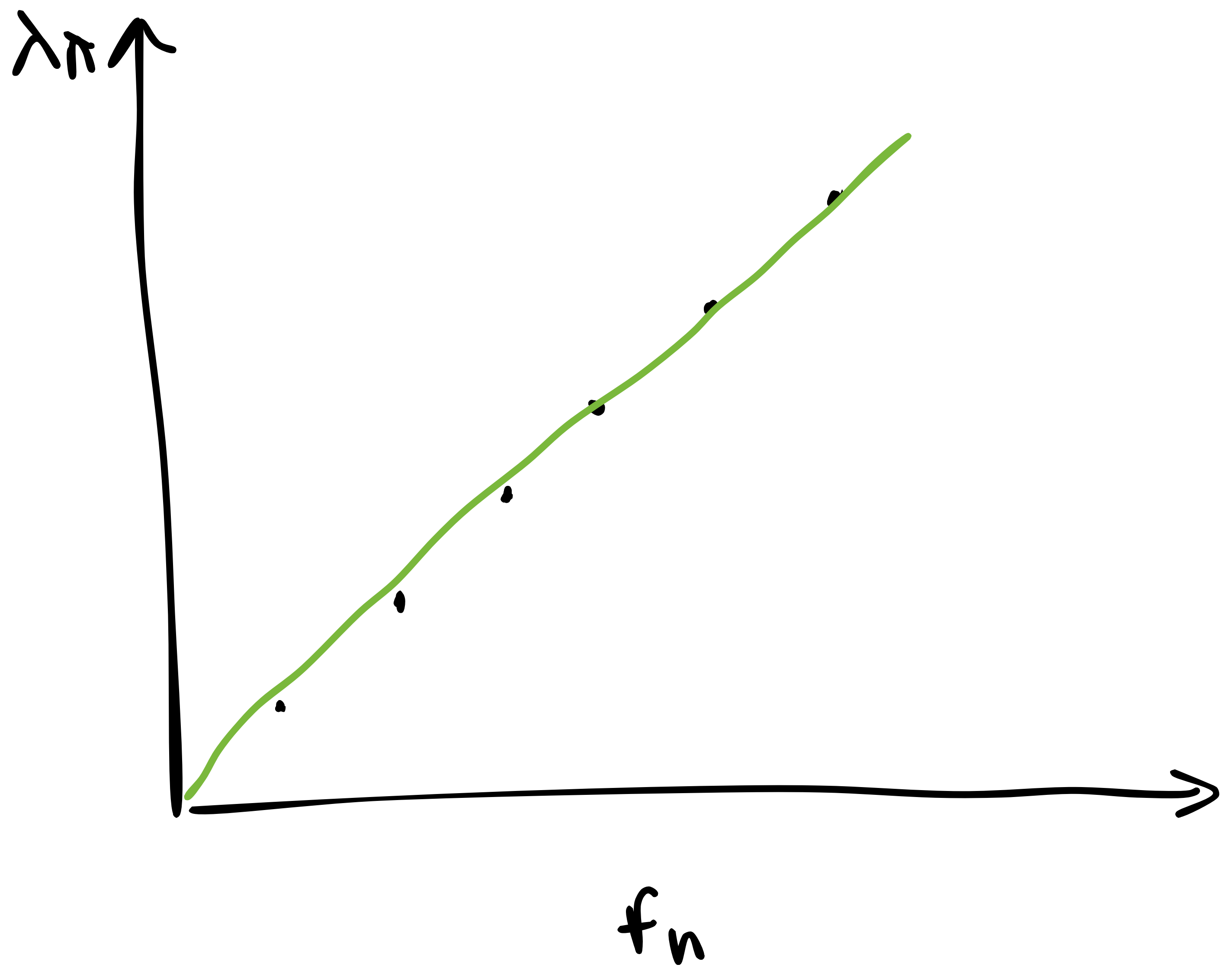


1) Encontrar los modos normales de una cuerda variando la frecuencia del forzado. Registrar la frecuencia. Pensar como estimar el error de la frecuencia.

2) Calcular la longitud de onda de cada modo normal midiendo la distancia entre nodos.¿El error es solo el del metro?

3) Variar la tensión y la densidad lineal de la cuerda. Comparar la velocidad de propagación medida en la cuerda con la estimada a partir de la fórmula.

Actividad



Teoría

$$f_n = \frac{w_n}{2\pi} \Rightarrow f_n = \frac{v}{\lambda_n}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$