Repaso Clase 2

- Cálculo de un campo E a partir de una distribución (acotada e infinita) de carga.

- Flujo de un vector (campo E) a través de una superficie.

- Ley de Gauss

Cálculo del campo de una esfera con ρ

POTENCIAL ELECTROSTATICO

Energía Potencial Eléctrica

Sabemos de F1 que está asociada a un Trabajo

Cuando una partícula con carga se mueve en un campo eléctrico, el campo ejerce una fuerza que efectúa *trabajo* sobre la partícula. Este trabajo siempre se puede expresar en términos de la energía potencial eléctrica. Así como la energía potencial gravitatoria depende de la altura de una masa sobre la superficie terrestre, la energía potencial eléctrica depende de la posición que ocupa la partícula con carga en el campo eléctrico.

Potencial Eléctrico

- Trabajo de una fuerza: $$W_{a\to b} = \int_a^b \vec{F}\cdot d\vec{l} = \int_a^b F\cos\phi\, dl$$

- Si la fuerza es conservativa=>

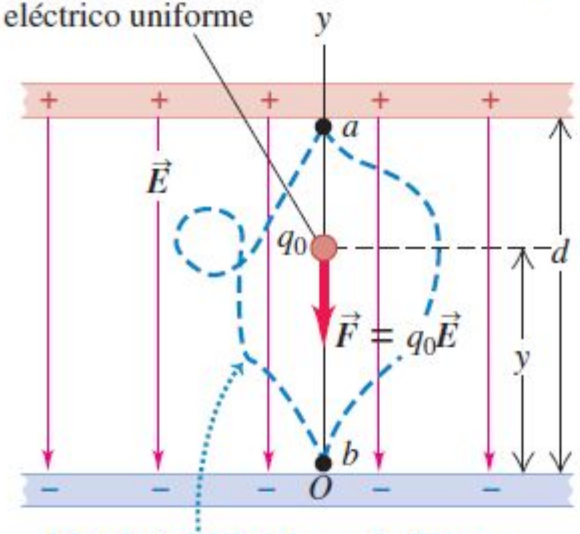
$$W_{a\to b} = U_a - U_b = -(U_b - U_a) = -\Delta U$$

- Teorema del Trabajo y Energía (Conservación de la Energía):

$$K_a + U_a = K_b + U_b$$

Energía Potencial Eléctrica: Campo Uniforme

Carga puntual que se mueve en un campo eléctrico uniforme



El trabajo realizado por la fuerza eléctrica es el mismo para cualquier trayectoria de a a b:

$$W_{a\to b} = -\Delta U = q_0 E d.$$

W >0 si la **F** y el **d** están en la misma dirección.

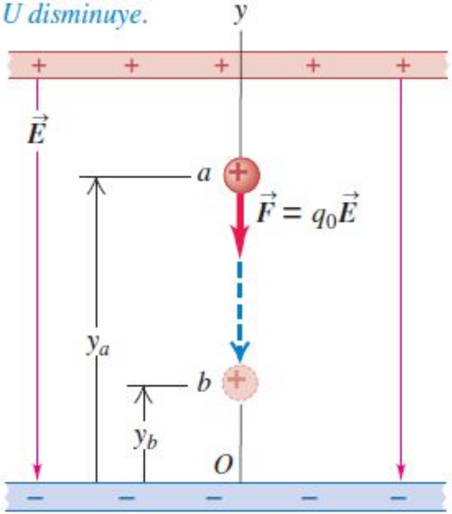
En este caso **F** tiene sólo componente **ŷ**

$$U = q_0 E y$$

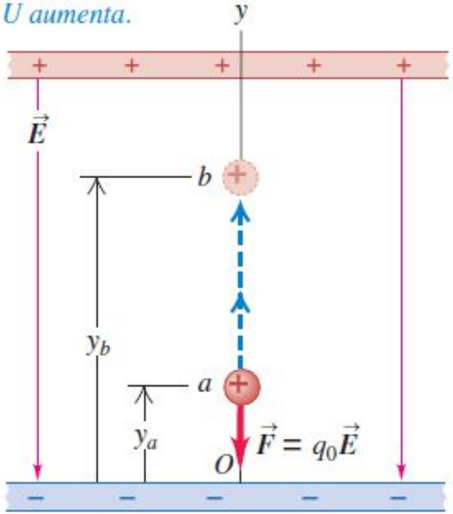
Cuando la carga de prueba se mueve de la altura y_a a la altura y_b, el trabajo realizado sobre la carga por el campo está dado por

$$W_{a\to b} = -\Delta U = -(U_b - U_a) = -(q_0 E y_b - q_0 E y_a) = q_0 E(y_a - y_b) \qquad (23.6)$$

a) La carga positiva se desplaza en dirección de $\vec{E}$:
- El campo realiza un trabajo *positivo* sobre la carga.
- *U disminuye.*



b) La carga positiva se desplaza en dirección opuesta a $\vec{E}$:
- El campo realiza un trabajo *negativo* sobre la carga.
- *U aumenta.*

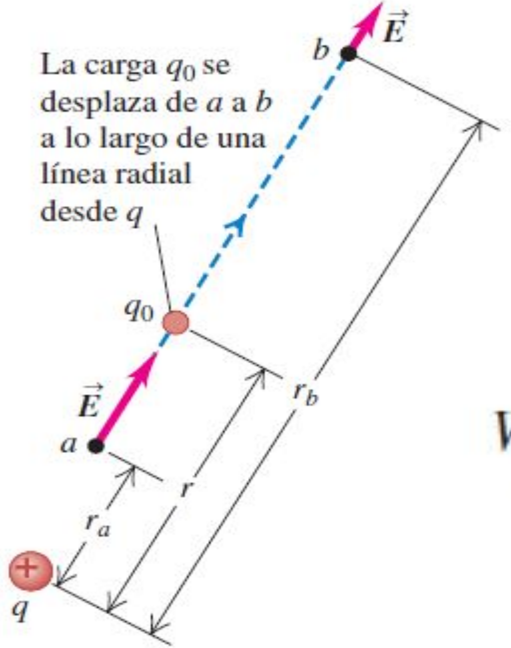


$$W_{a\to b} = -\Delta U = q_0E(y_a - y_b)$$

U aumenta si q_0 se mueve en dirección opuesta a **E**

U disminuye si q_0 se mueve en la misma dirección a **E**

Energía Potencial Eléctrica: Dos cargas puntuales



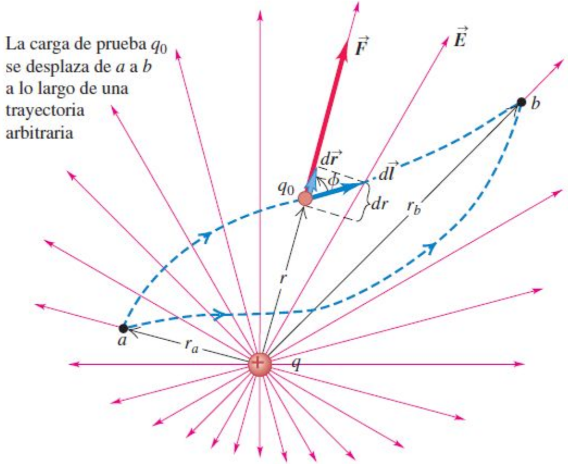
$$F_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}$$

Como F ≠ constante integramos:

$$W_{a\to b} = \int_{r_a}^{r_b} F_r dr = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r^2} dr = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)$$

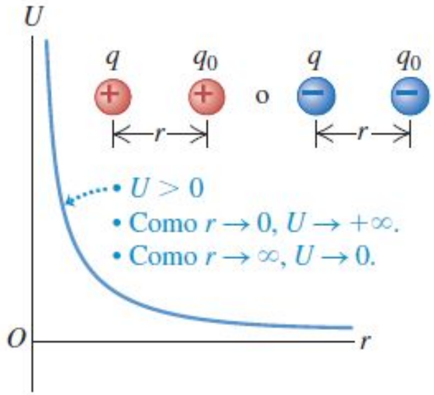
Si hacemos esta misma cuenta en general (para cualquier lugar)

$$W_{a\to b} = \int_{r_a}^{r_b} F\cos\phi\, dl = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}\boxed{\cos\phi\, dl}$$



Veamos que esto nos permite pensar que la energía potencial U es:

a) q y q_0 tienen el mismo signo

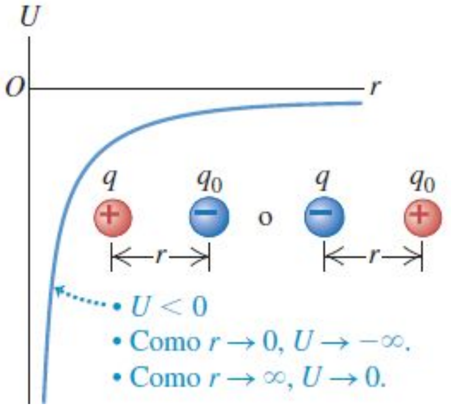


$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r} \quad \text{(energía potencial eléctrica de dos cargas puntuales } q \text{ y } q_0\text{)}$$

La energía potencial U se define respecto de algún “cero” (U=0).
En este caso eso ocurre cuando r→∝.

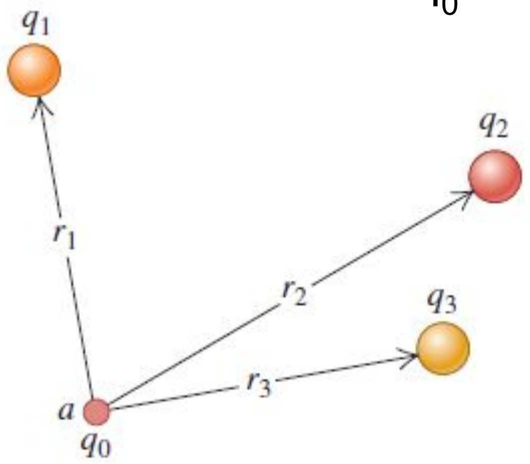
U es “una medida” del W que realizaría el campo de q sobre la carga q_0 si ésta se desplazara de una r dada hacia ∝.

b) q y q_0 tienen signos opuestos



Energía Potencial Eléctrica: q_0 en presencia de varias cargas puntuales

q_0 es la carga de prueba y está en presencia de q_1, q_2 y q_3

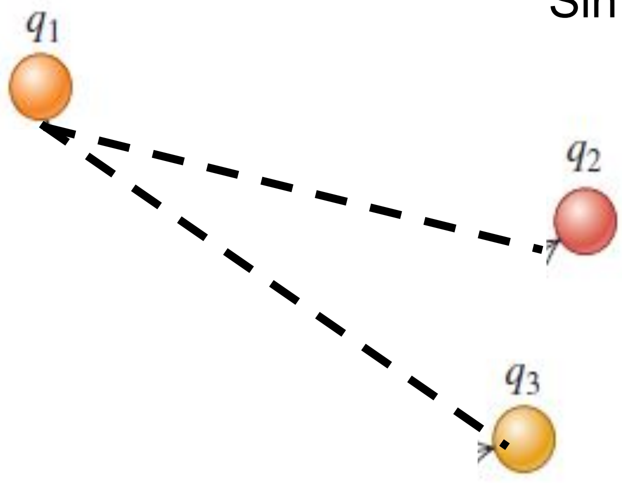


$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \cdots\right) = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

Se puede representar *cualquier* distribución de carga como un conjunto de cargas puntuales, por lo que la ecuación (23.10) muestra que siempre es posible encontrar una función de la energía potencial para *cualquier* campo eléctrico estático. Se infiere que **para todo campo eléctrico debido a una distribución de carga estática, la fuerza ejercida por ese campo es conservativa.**

Atención:

Sin q_0 igual tenemos interacción entre q_1, q_2 y q_3



$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i<j} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

Notar que sumamos de esta forma para no contar dos veces las interacciones ni contar la interacción de una carga consigo misma.

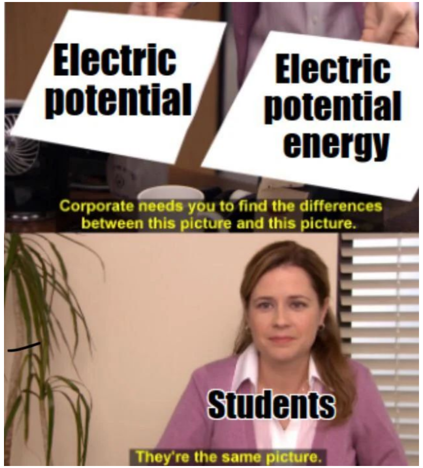
Recapitulando…

Energía Potencial Eléctrica

W realizado por el campo eléctrico sobre una q_0 que se mueve en dicho campo

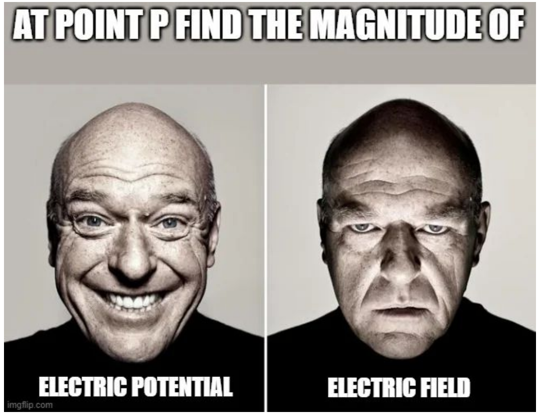
W que deberíamos realizar con una fuerza externa para mover a en a q_0 en contra de la fuerza que le hace el campo

Potencial Eléctrico



<u>Energía</u> Potencial por <u>unidad de carga</u>

$$\boxed{V = \frac{U}{q_0}}$$



$$[V] = \frac{\text{Joule}}{\text{Coulomb}} = \frac{J}{C} \equiv \text{Volt}$$

$$\frac{W_{a\to b}}{q_0} = -\frac{\Delta U}{q_0} = -\left(\frac{U_b}{q_0} - \frac{U_a}{q_0}\right) = -(V_b - V_a) = \boxed{V_a - V_b}$$

Diferencia de Potencial entre a y b

Circuitos

Cálculo del Potencial

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$$ (potencial debido a una carga puntual)

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$ (potencial debido a un conjunto de cargas puntuales)

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{dq}{r}$$ (potencial debido a una distribución continua de carga)

r es la distancia entre dq y el punto del campo donde quiero halla V(r)

El potencial definido por las ecuaciones (23.15) y (23.16) es igual a cero en puntos que están infinitamente lejos de *todas* las cargas. Más adelante se verán casos en los que la distribución de carga en sí se extiende al infinito. En tales casos se verá que en el infinito no se puede establecer $V = 0$,

Cálculo del Potencial a partir de $\vec{E}$

$$W_{a\to b} = \int_a^b \vec{F}\cdot d\vec{l} = \int_a^b q_0\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

Recordemos que tenemos una relación entre W y U:

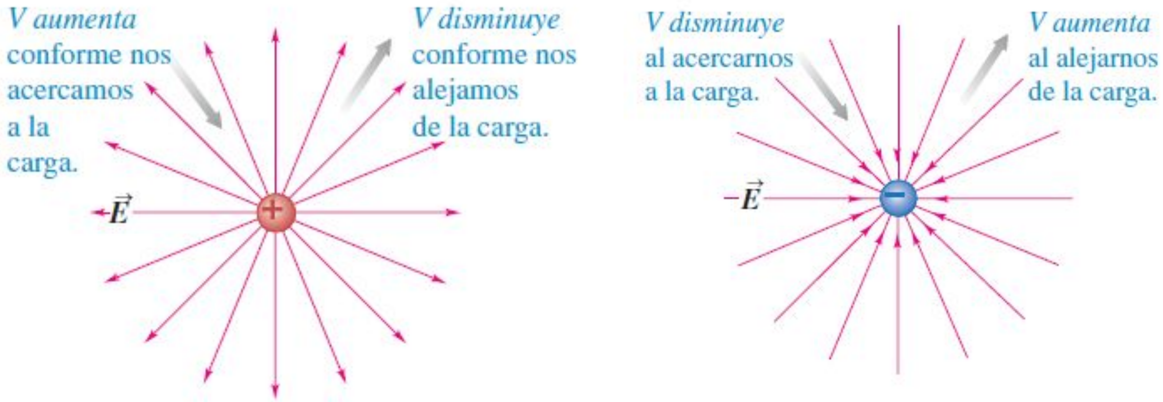
$$\frac{W_{a\to b}}{q_0} = -\frac{\Delta U}{q_0} = V_a - V_b$$

$$\boxed{V_a - V_b} = \int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_a^b E\cos\phi\, dl$$

Diferencia de potencial (delta V)

$$1\ \mathrm{V/m} = 1\ \mathrm{volt/metro}$$

23.12 Si nos movemos en la dirección de $\vec{E}$, el potencial eléctrico V disminuye; si nos movemos en dirección opuesta a $\vec{E}$, V se incrementa.



Electrón volts

La magnitud e de la carga del electrón se usa para definir una unidad de energía que es útil en muchos cálculos con los sistemas atómico y nuclear. Cuando una partícula con carga q se desplaza de un punto en el que el potencial es V_b a otro en que es V_a, el cambio en la energía potencial U es

$$U_a - U_b = q(V_a - V_b) = qV_{ab}$$

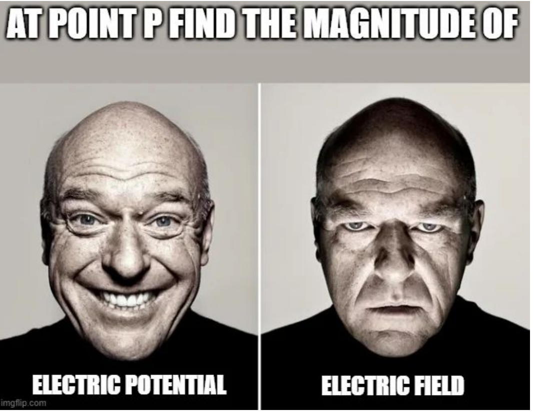
Si la carga q es igual a la magnitud e de la carga del electrón, 1.602×10^{-19} C, y la diferencia de potencial es V_{ab}, el cambio en la energía es

$$U_a - U_b = (1.602 \times 10^{-19}\ \mathrm{C})(1\ \mathrm{V}) = 1.602 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

Esta cantidad de energía se define como 1 **electrón volt** (1 eV):

$$1\ \mathrm{eV} = 1.602 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

A menudo se utilizan los múltiplos meV, keV, MeV, GeV y TeV.



$\vec{E}$ y V se relacionan (estrechamente):

$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$V_a - V_b = \int_b^a dV = -\int_a^b dV$$

$$-\int_a^b dV = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\boxed{-dV = \vec{E} \cdot d\vec{l}}$$

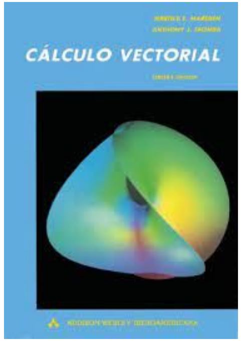
Escrito en componentes

$$\vec{E} = \hat{\imath}\, E_x + \hat{\jmath}\, E_y + \hat{k}\, E_z \text{ y } d\vec{l} = \hat{\imath}\, dx + \hat{\jmath}\, dy + \hat{k}\, dz.$$

$$-dV = E_x dx + E_y dy + E_z dz$$

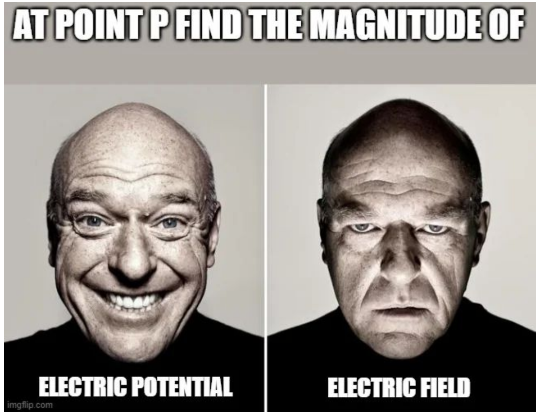
$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \qquad \text{(componentes de } \vec{E} \text{ en términos de } V\text{)}$$

$$\vec{E} = -\left(\hat{\imath}\frac{\partial V}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial V}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial V}{\partial z}\right) \qquad (\vec{E} \text{ en términos de } V)$$



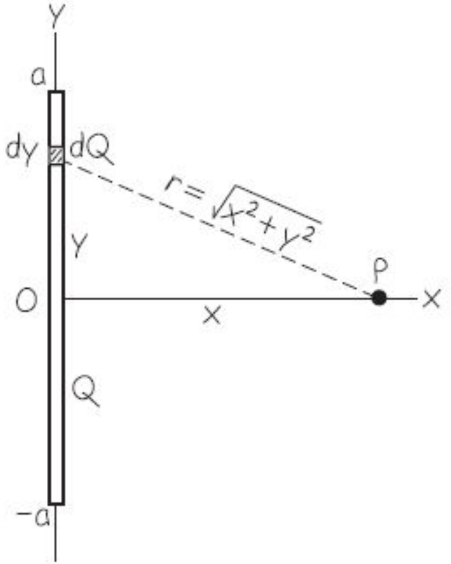
$$\vec{\nabla} f = \left(\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right) f$$

$$\boxed{\vec{E} = -\vec{\nabla} V}$$



Un ejemplo: Carga lineal acotada

Determinar el potencial en un punto P:



$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{2a}\frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2}} \Rightarrow V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{2a}\int_{-a}^{a}\frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\boxed{43.\quad \int \frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \ln\left(x+\sqrt{a^2+x^2}\right)}$$

+

BARROW

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{2a}\ln\left(\frac{\sqrt{a^2+x^2}+a}{\sqrt{a^2+x^2}-a}\right)$$

¿Cómo se visualiza el potencial?

Una superficie equipotencial es una superficie 3D donde se cumple que V es igual en todos los puntos.

Si q_0 se mueve sobre esa superficie ⇒ la energía potencial eléctrica es Constante

Superficies equipotenciales y líneas de campo

Como la energía potencial no cambia a medida que una carga de prueba se traslada sobre una superficie equipotencial, el campo eléctrico no realiza trabajo sobre esa carga. De ello se deriva que $\vec{E}$ debe ser perpendicular a la superficie en cada punto, de manera que la fuerza eléctrica $q_0\vec{E}$ siempre es perpendicular al desplazamiento de una carga que se mueva sobre la superficie. **Las líneas de campo y las superficies equipotenciales siempre son perpendiculares entre sí.**

Superficies Equipotenciales: