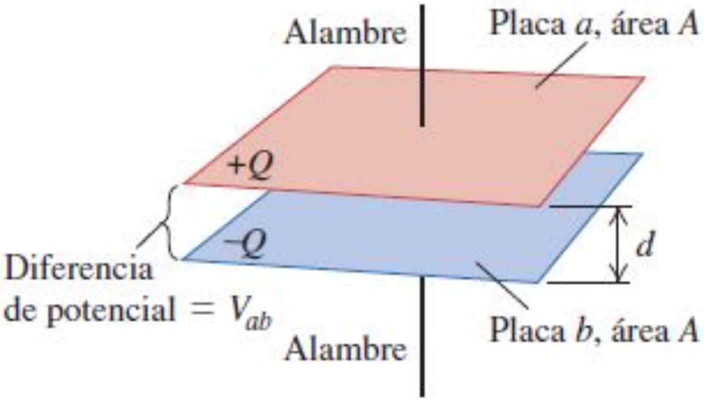
Repaso Clase 4

- Cálculo de un potencial
- Concepto de equipotencial
- Momentos de una distribución de carga (ejemplo: momento dipolar)
- Conductores: propiedad fundamental
- Capacitores
- Capacitancia de un capacitor de caras paralelas

la capacitancia C de un capacitor de placas paralelas con vacío es

$$C = \frac{Q}{V_{ab}} = \epsilon_0 \frac{A}{d} \qquad \text{(capacitancia de un capacitor de placas paralelas con vacío)} \qquad (24.2)$$

a) Arreglo de las placas del capacitor



Recordemos que: • $\epsilon_0 = 8.854\ 10^{-12}\ Farad/m$!

deci	[d]	10^{-1}	= 0.1
centi	[c]	10^{-2}	= 0.01
milli	[m]	10^{-3}	= 0.001
micro	[μ]	10^{-6}	= 0.000 001
nano	[n]	10^{-9}	= 0.000 000 001
pico	[p]	10^{-12}	= 0.000 000 000 001
femto	[f]	10^{-15}	= 0.000 000 000 000 001
atto	[a]	10^{-18}	= 0.000 000 000 000 000 001

Almacenamiento de energía en un capacitor

Podemos determinar la energía potencial U de un capacitor con carga mediante el cálculo del trabajo W que se requiere para cargarlo. Suponga que cuando se carga el capacitor, la carga final es Q y la diferencia de potencial final es V. Según la ecuación (24.1), estas cantidades están relacionadas de la siguiente forma

$$V = \frac{Q}{C}$$

Sean q y v la carga y la diferencia de potencial, respectivamente, en una etapa intermedia del proceso de carga; entonces, $v = q/C$. En esta etapa, el trabajo dW que se requiere para transferir un elemento adicional de carga dq es

$$dW = v\,dq = \frac{q\,dq}{C}$$

El W_{total} necesario para aumentar la carga q del capacitor y que de 0 pase a Q será:

$$W = \int_0^W dW = \frac{1}{C}\int_0^Q q\,dq = \frac{Q^2}{2C}$$

Energía Potencial guardada en el capacitor

Si definimos la energía potencial de un capacitor sin carga = 0 ⇒

$$U = \frac{Q^2}{2C} =$$

Recordando que V=Q/C y reemplazando en la expresión anterior tenemos

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV$$

(energía potencial almacenada en un capacitor)

La expresión $U = \frac{1}{2}(Q^2/C)$ en la ecuación (24.9) indica que un capacitor con carga es el análogo eléctrico de un resorte estirado con energía potencial elástica $U = \frac{1}{2}kx^2$. La carga Q es análoga a la elongación x, y el *recíproco* de la capacitancia, $1/C$, es análogo a la constante k de la fuerza. La energía suministrada a un capacitor en el proceso de carga es análoga al trabajo que se realiza sobre un resorte al estirarlo.

Si uno vuelve al campo E como herramienta:

Podemos cargar el capacitor moviendo cargas pero eso implica efectuar trabajo contra el campo E que existe entre las placas.
Parece que la energía está
guardada en E (entre las placas).

$$u = \frac{U}{vol} = \frac{\frac{1}{2}CV^2}{A.d}$$

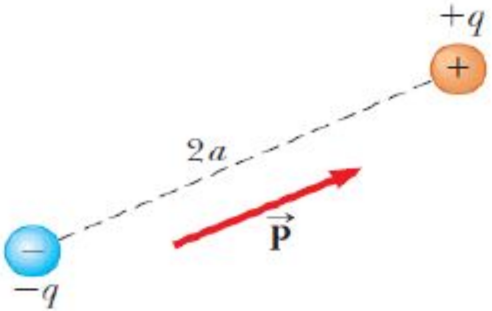
Recordando que: $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \longrightarrow Ed = V$

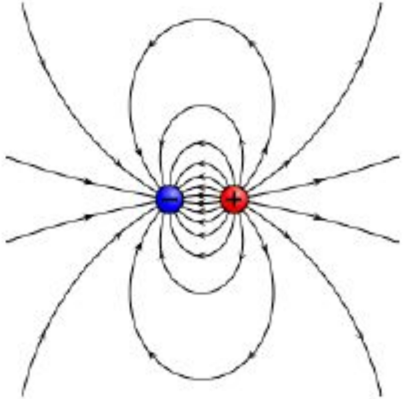
$$\boxed{u = \frac{\frac{1}{2}CV^2}{A.d} = \frac{\frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{A}{d}(Ed)^2}{A.d} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}}$$

Recordemos

Dipolos eléctricos

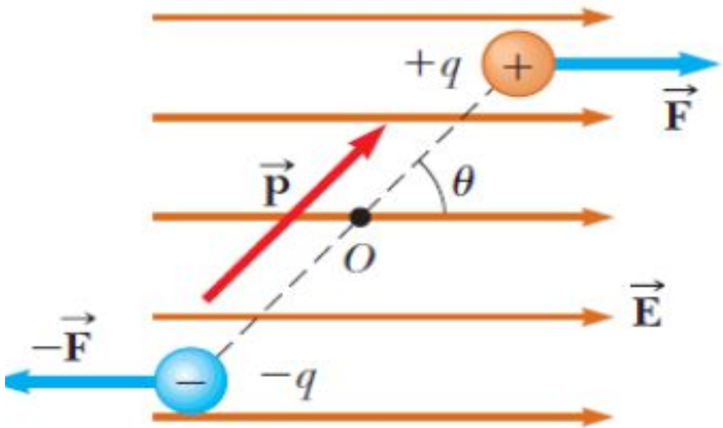
Un dipolo eléctrico es una configuración constituida por dos cargas de igual intensidad y signo opuesto, separadas por una distancia dada.





configuración caracterizada por un vector (Momento del dipolo) que va desde la carga negativa hacia la carga positiva y cuyo módulo está dado por $p = 2aq$.

Dipolo en presencia de un Campo Externo



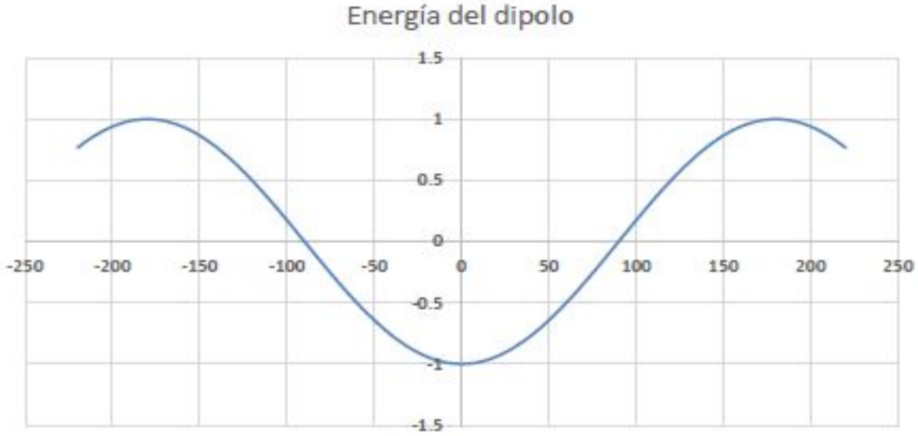
Sobre las cargas actúa una fuerza $F = Eq$.

La fuerza neta es nula, pero hay una cupla que genera un torque: $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$
La flecha del dipolo tiene a alinearse con el campo externo

Dipolo en presencia de un Campo Externo

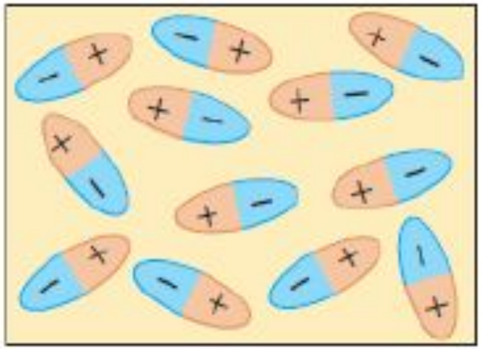
La energía eléctrica asociada a un dipolo en presencia de un campo eléctrico externo es (tomamos como cero de energía cuando el dipolo es perpendicular al campo)

$$U = -\vec{p}\,.\vec{E} = -pE\cos(\theta)$$

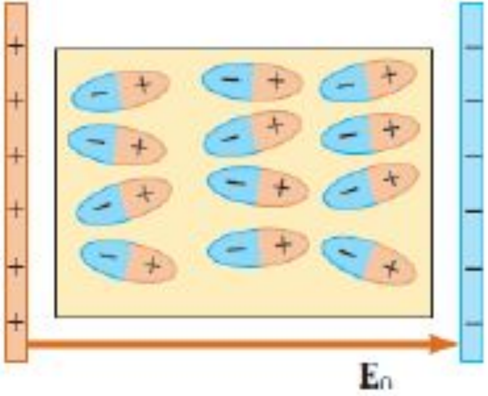


Dieléctricos

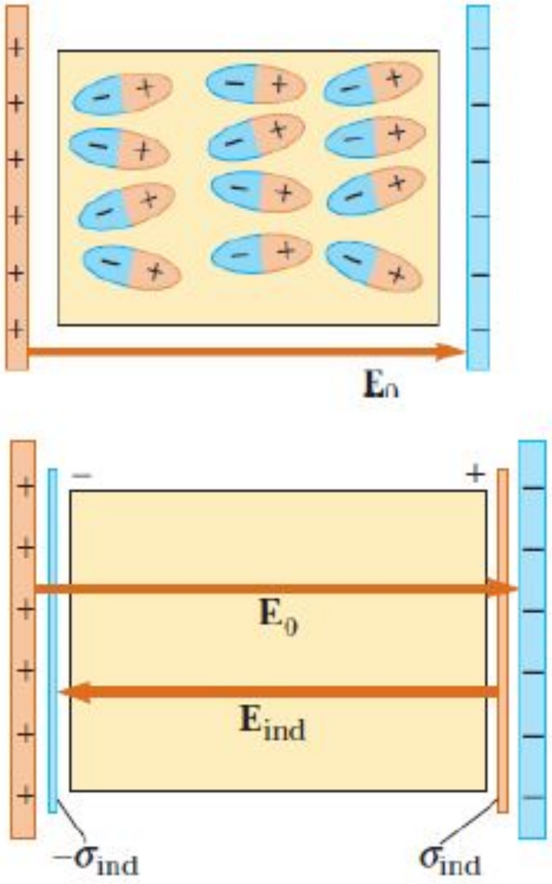
- Un dieléctrico es un material aislante (caucho, vidrio, plástico).
- Modelo atómico simple: Los núcleos atómicos se encuentran en posiciones fijas, pero los electrones se encuentran confinados a posiciones cercanas a los núcleos
- Se puede pensar que dentro del dieléctrico tenemos una multitud de dipolos orientados en direcciones al azar.



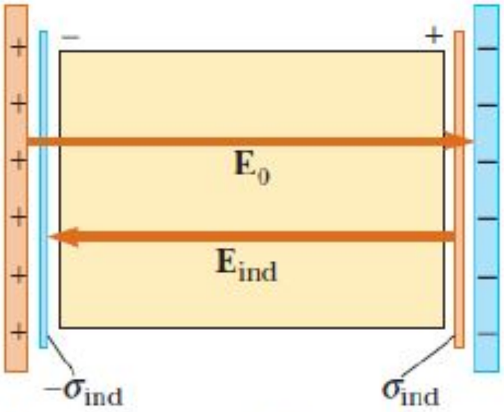
Se puede pensar que dentro del dieléctrico tenemos una multitud de dipolos orientados en direcciones al azar.



Si aplicamos un campo externo, los dipolos tienden a alinearse en la dirección del campo



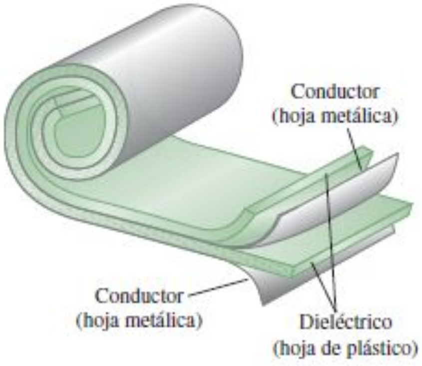
- Sobre la superficie del material quedan excesos de carga positiva y negativa
- Se genera entonces un campo inducido dentro del dieléctrico que se opone al campo externo
- Esto es físicamente equivalente a tener dos placas con la carga de la superficie de los dieléctricos.

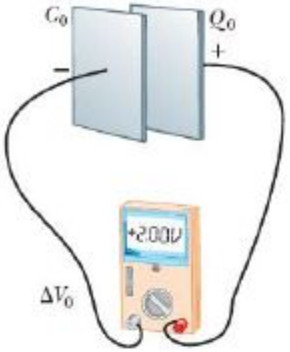


En el interior del dieléctrico, el campo eléctrico será menor al campo externo.

- Algunos materiales se caracterizan por una *constante dieléctrica* κ
- El campo en el interior del dieléctrico puede entonces escribirse como $\vec{E} = \frac{\vec{E_0}}{\kappa}$
- Si el dieléctrico está entre dos placas infinitas con densidad σ, entonces sobre la sup. del dieléctrico se induce $\sigma_{ind} = \left(\frac{\kappa-1}{\kappa}\right)\sigma$

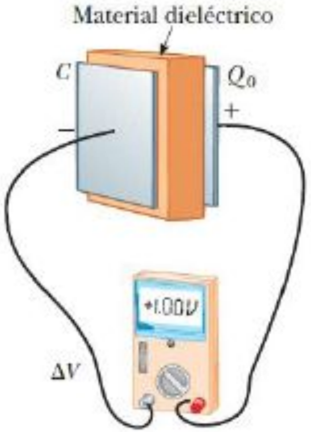
¿Qué pasa si ponemos un material dieléctrico entre las placas de un capacitor?



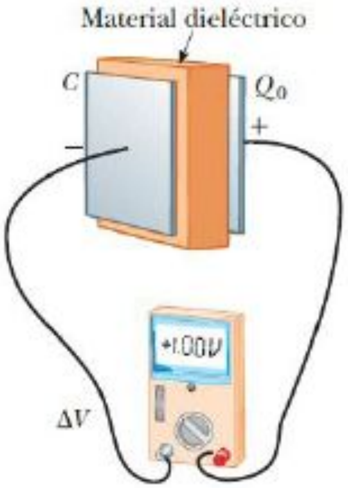


Capacitor con carga inicial Q_0 y capacidad C_0

Se coloca un dieléctrico entre las placas



Se verifica experimentalmente que la diferencia de potencial entre las placas disminuye.



Antes de poner el dieléctrico tenían̈os $Q_0 = C_0 V_0$

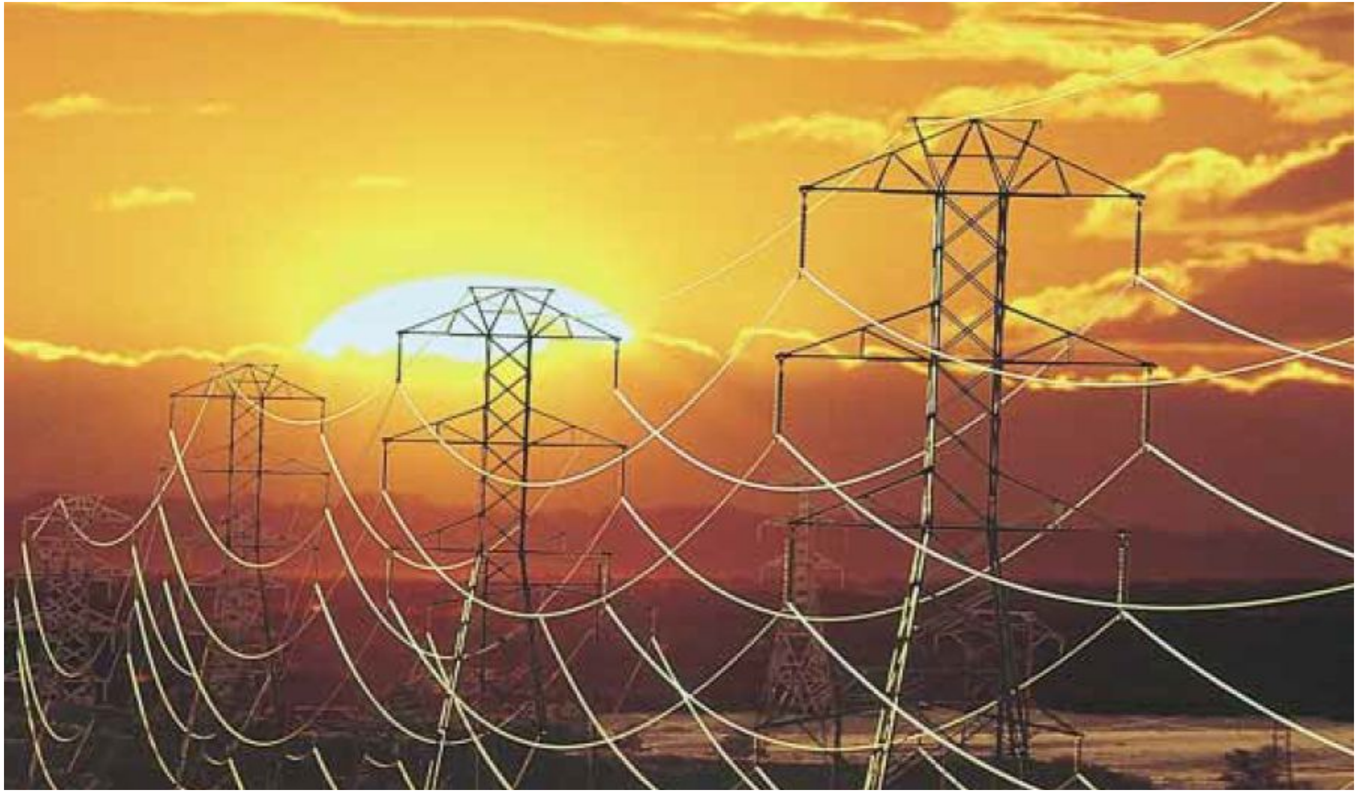
La disminución de potencial tiene que ver con el dieléctrico

$$V = \frac{V_0}{\kappa}$$

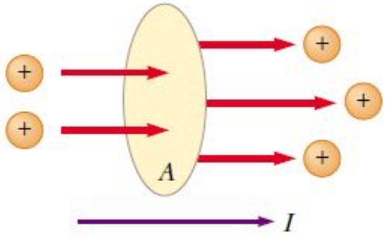
La carga no varía porque el capacitor está aislado $Q_0 = CV$, entonces la capacidad con el dieléctrico será

$$C = \kappa C_0$$

Corriente-Resistencia-Circuitos



Corriente Eléctrica



La corriente eléctrica es la cantidad de carga que atraviesa una superficie por unidad de tiempo

La corriente promedio indica cuánta carga atraviesa en un cierto intervalo de tiempo

$$I_{av} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

La cantidad de carga que atraviesa la superficie para cada instante de tiempo está dada por la corriente instantánea

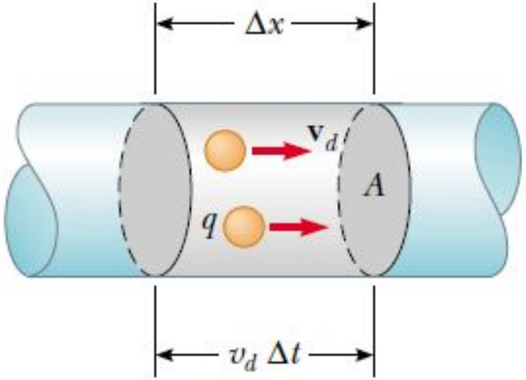
$$I \equiv \frac{dQ}{dt}$$

$$\boxed{1\ \mathrm{A} = \frac{1\ \mathrm{C}}{1\ \mathrm{s}}}$$

Unidad de Corriente: **Ampere (A)**

Convención: El sentido de circulación de la corriente es el sentido del movimiento de las cargas positivas.

Modelo microscópico de circulación de carga: Se aplica una diferencia de potencial entre los extremos del conductor



n = Densidad de cargas

V_d= Velocidad de deriva o de arrastre

$$\Delta Q = (nAv_d\,\Delta t)\,q$$

$$I_{av} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nqv_dA$$

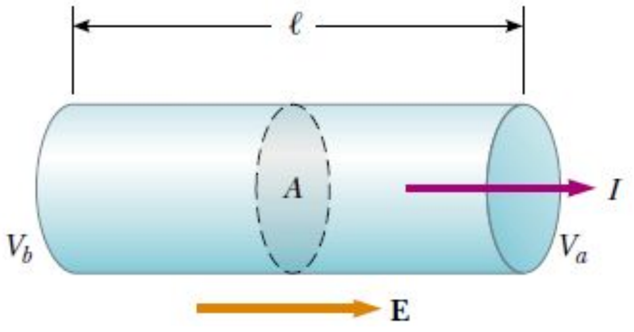
Valor típico de la velocidad de deriva: 10^{-4} m/s

Resistencia

¿Qué pasa con el campo eléctrico en el interior de un conductor cuando éste no está en equilibrio electrostático?

Definimos la **densidad de corriente *J*** como la corriente por unidad de área

$$J \equiv \frac{I}{A} = nqv_d$$



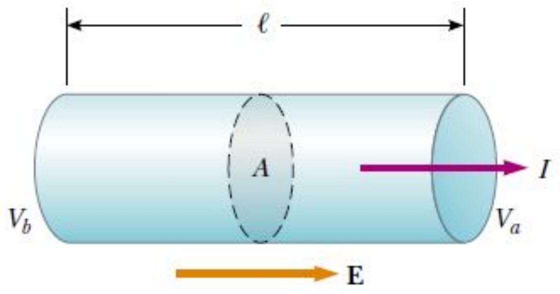
Aplicamos una diferencia de potencial en los extremos de un conductor.

Ley de Ohm: $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$

Ley de Ohm: La densidad de corriente es proporcional al campo eléctrico aplicado. Válida para muchos materiales (y casi todos los metales)

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

conductividad eléctrica



$$\Delta V = E\ell \quad \Longrightarrow \quad J = \sigma E = \sigma \frac{\Delta V}{\ell}$$

$$\Delta V = \frac{\ell}{\sigma} J = \left(\frac{\ell}{\sigma A}\right) I = RI$$

Unidades: Ohm (Ω)

R es la Resistencia del conductor $R \equiv \dfrac{\Delta V}{I}$

$$\Delta V = IR$$

La inversa de la conductividad es la resistividad:

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$ → **Unidades:** Ohm.m

Tenemos entonces:

$$\boxed{R = \rho \frac{\ell}{A}}$$

- La resistividad es una propiedad intrínseca de cada material, depende de su estructura atómica y también de la temperatura.
- La resistencia depende de la resistividad y de la geometría del objeto.

Resistencia & Temperatura

Un modelo simple nos permite modelar cómo varía la resistividad con la temperatura:

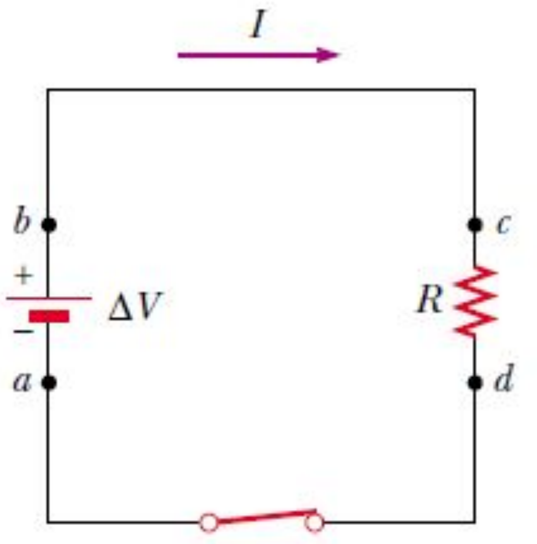
$$\rho = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

Donde ρ_0 es la resistividad a la temperatura T_0 (a 20° C)

Dado que R es proporcional a ρ, tenemos también:

$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

Potencia eléctrica



La batería transforma energía química en energía eléctrica, entrega energía eléctrica al circuito.

La resistencia transforma energía eléctrica en calor. El circuito pierde energía eléctrica

Los conductores (cables) se consideran ideales, por lo que el potencial en ellos se mantiene constante.

¿Cuánta energía se entrega o pierde por unidad de tiempo?

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}(Q\,\Delta V) = \frac{dQ}{dt}\Delta V = I\,\Delta V$$

La energía eléctrica perdida o ganada por unidad de tiempo es la Potencia eléctrica:

$$\mathcal{P} = I\,\Delta V$$

La resistencia disipa una potencia de:

$$\mathcal{P} = I^2 R = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$