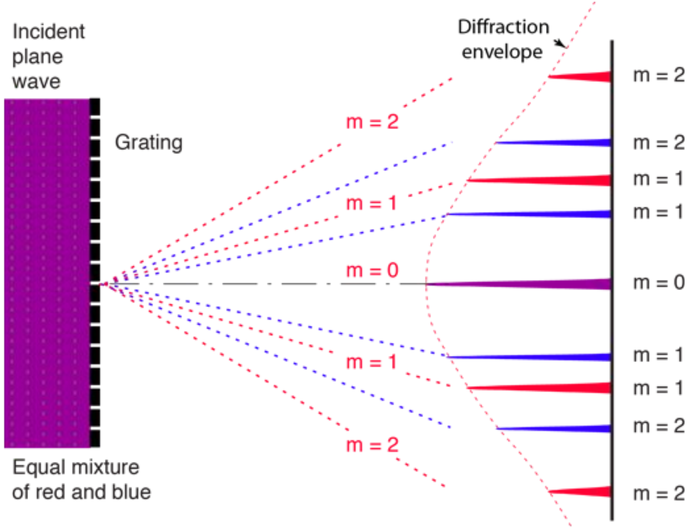
Redes de Difracción

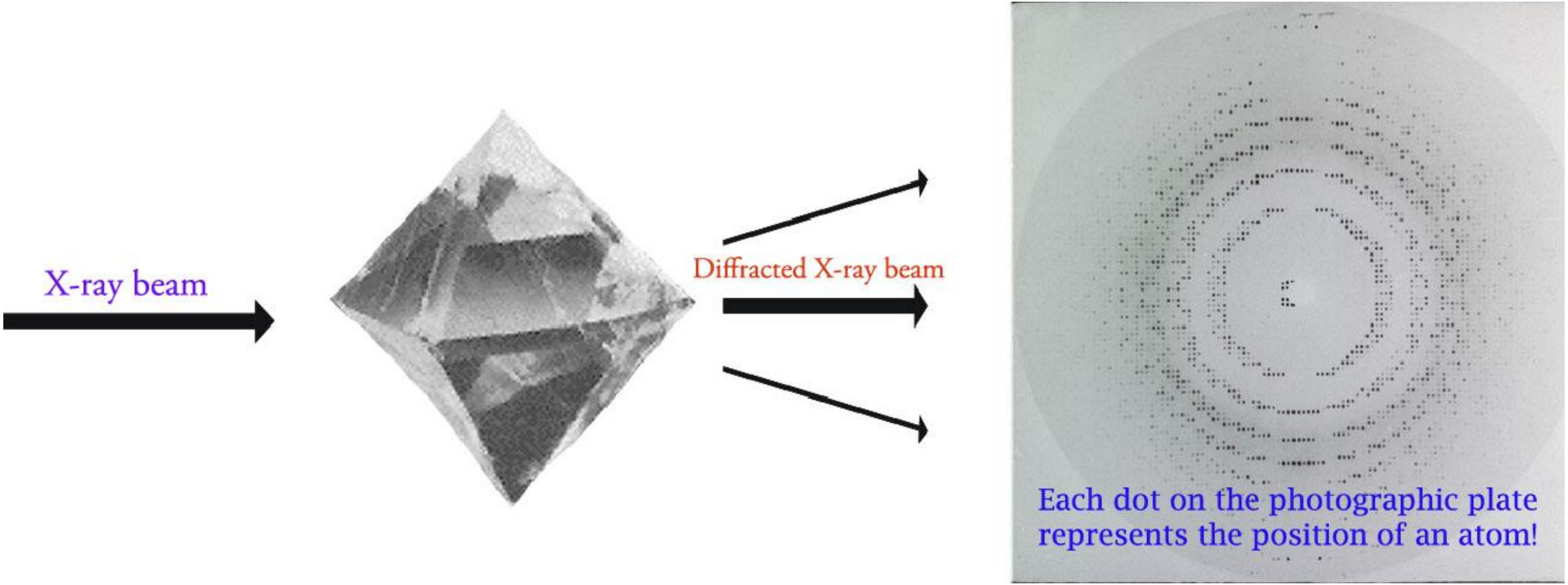
- Las redes de difracción son herramientas que permiten para separar los colores de un haz de luz con una alta resolución gracias a la dispersión entre diferentes λ.

- Aplicaciones: medición de espectros atómicos (transiciones electrónicas).

- La alta resolución se logra mediante un gran número de rendijas que vuelve a los máximos principales muy finos e intensos.



Ej: Difracción de Rayos X (0.01 to 10 nanometers)



Redes de transmisión

- Redes de transmisión: arreglos de rendijas múltiples.
- Piezas de material transparente (vidrio) con canaletas

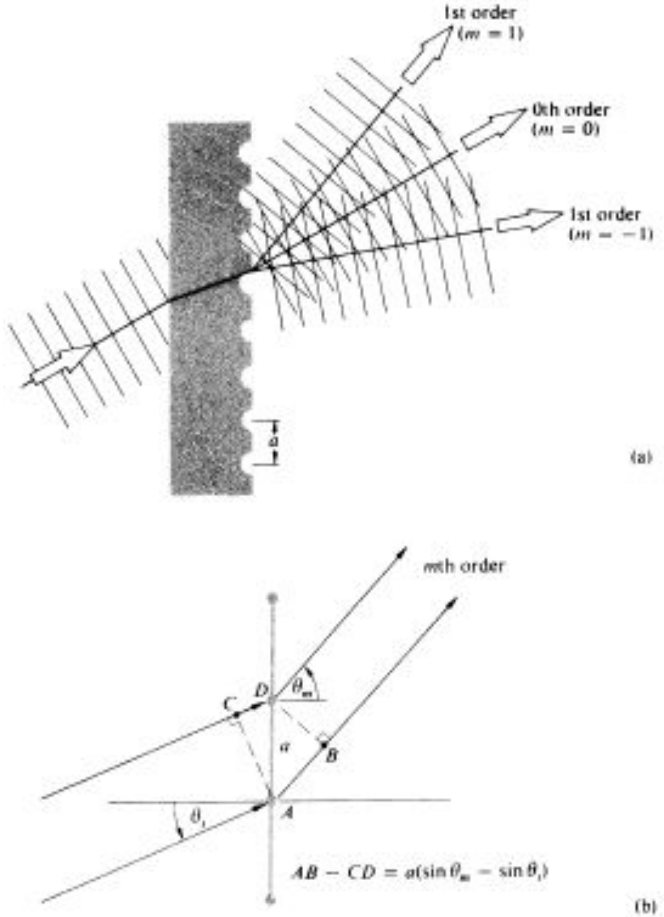


Figure 10.28 A transmission grating.

$$I(\theta) = I_0 \underbrace{\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2}_{\text{difracción}} \underbrace{\left[\frac{\sin N\alpha}{\sin\alpha}\right]^2}_{\text{N interferencias}}$$

difracción

N interferencias

$$\alpha = \frac{\pi b}{\lambda}\left(\sin\theta - \boxed{\sin\theta_0}\right)$$

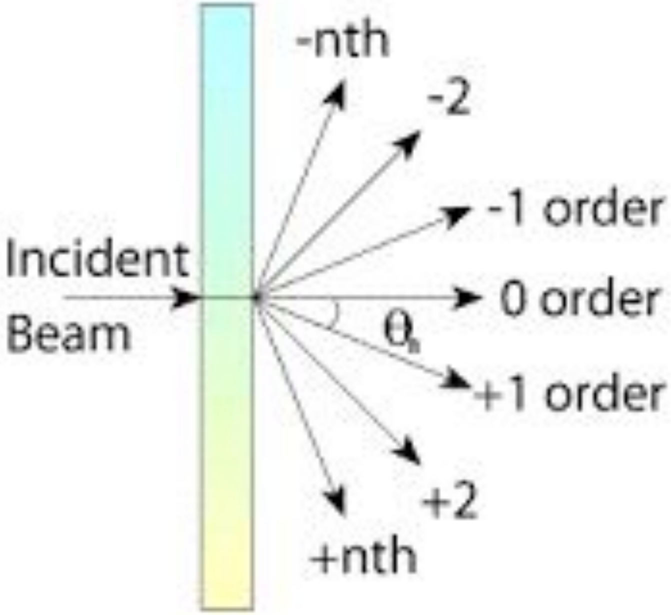
$$\beta = \frac{\pi a}{\lambda}\left(\sin\theta - \boxed{\sin\theta_0}\right)$$

si hay incidencia normal son 0

- La ecuación de una red de difracción de transmisión para un haz proveniente de una fuente lejana que incide sobre ella de manera perpendicular nos da la posición de los máximos principales θ_m.

$$a \sin \theta_m = m\lambda$$

Donde el parámetro a es la distancia inter-rendija y m es el orden.

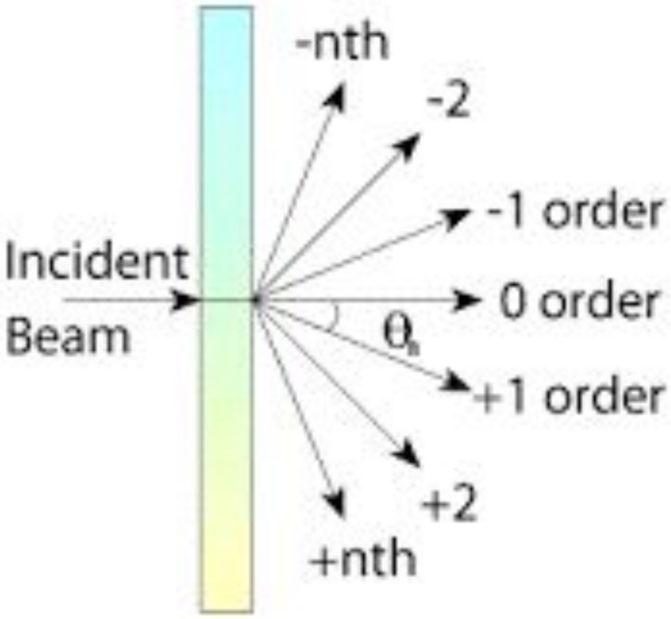


Ecuación de una red (incidencia normal)

- Para cada red y una determinada longitud de onda, existe un máximo orden que se puede ver con incidencia normal.

- Este corresponde al mayor orden M tal que: $$|\sin\theta_M| \leq 1$$

- En otras palabras $$\frac{M\lambda}{a} \leq 1$$

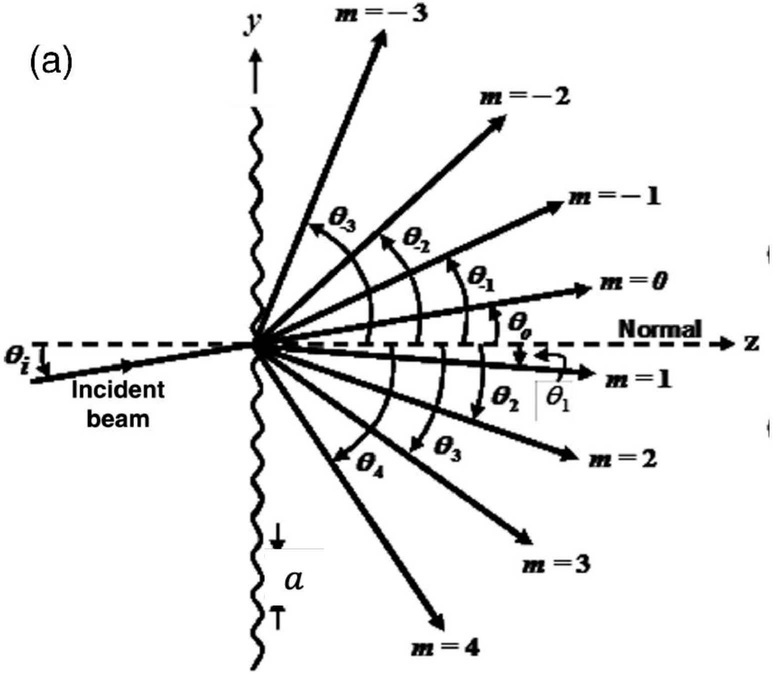


Ecuación de una red (general)

- Para acceder a órdenes mayores al máximo en condiciones de incidencia normal, se hace incidir el haz de manera inclinada.

- La ecuación para incidencia no normal es:

$$a(\sin\,\theta_m - \sin\,\theta_i) = m\lambda$$



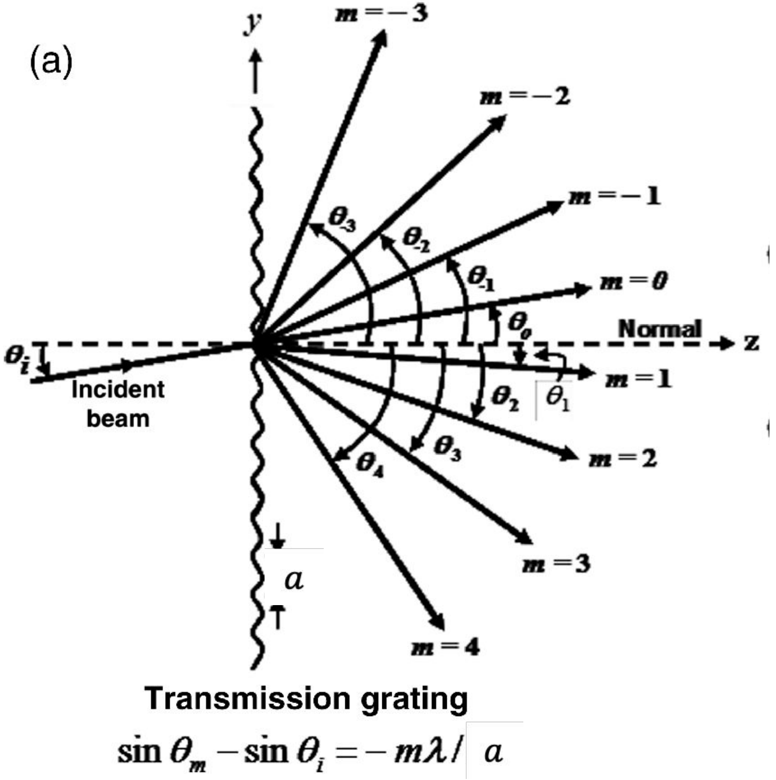
Transmission grating

$$\sin\theta_m - \sin\theta_i = -m\lambda / a$$

Repaso: Ecuación de una red (general)

La ecuación de una red de difracción para incidencia general es:

$$\boxed{a(\sin\theta_m - \sin\theta_i) = m\lambda}$$



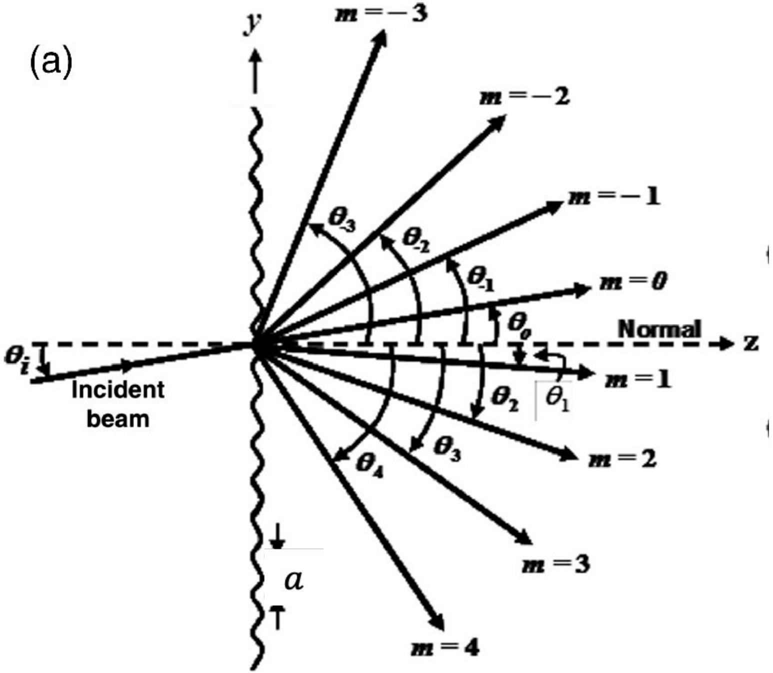
Ancho angular de una red

- El ancho efectivo de una línea espectral es la distancia angular entre los mínimos alrededor de un máximo principal:

$$\Delta\alpha = \frac{2\pi}{N}$$

- Para incidencia general α cambia un poco a:

$$\alpha = \frac{ka}{2}(\sin\theta - \sin\theta_i)$$



Transmission grating

$$\sin\theta_m - \sin\theta_i = -m\lambda / a$$

Dispersión angular

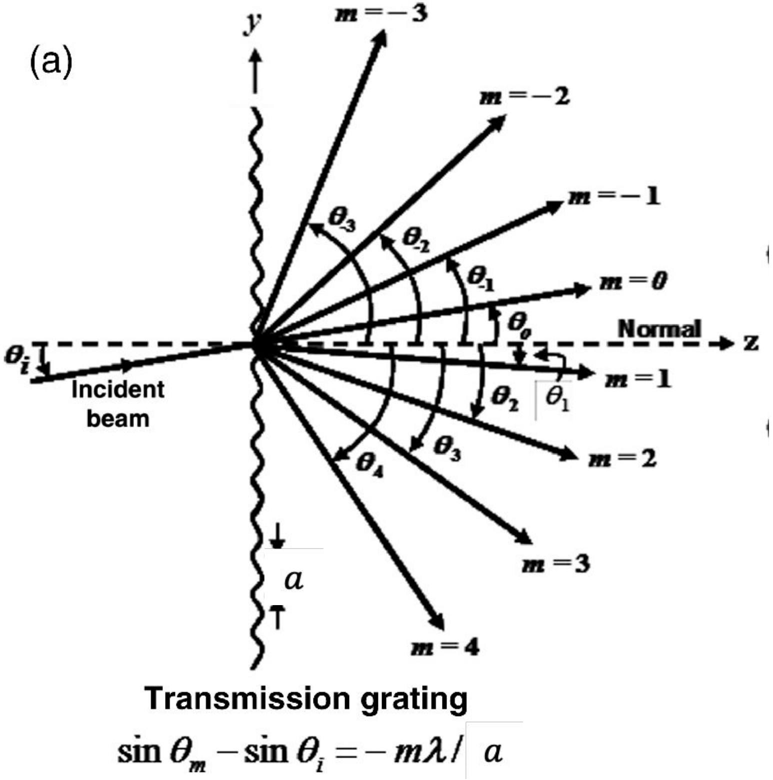
- La dispersión angular se define como:

$$\mathscr{D} \equiv d\theta/d\lambda$$

- Usando la ec. de la red, este valor queda:

$$\mathscr{D} = m/(a \cos \theta_m)$$

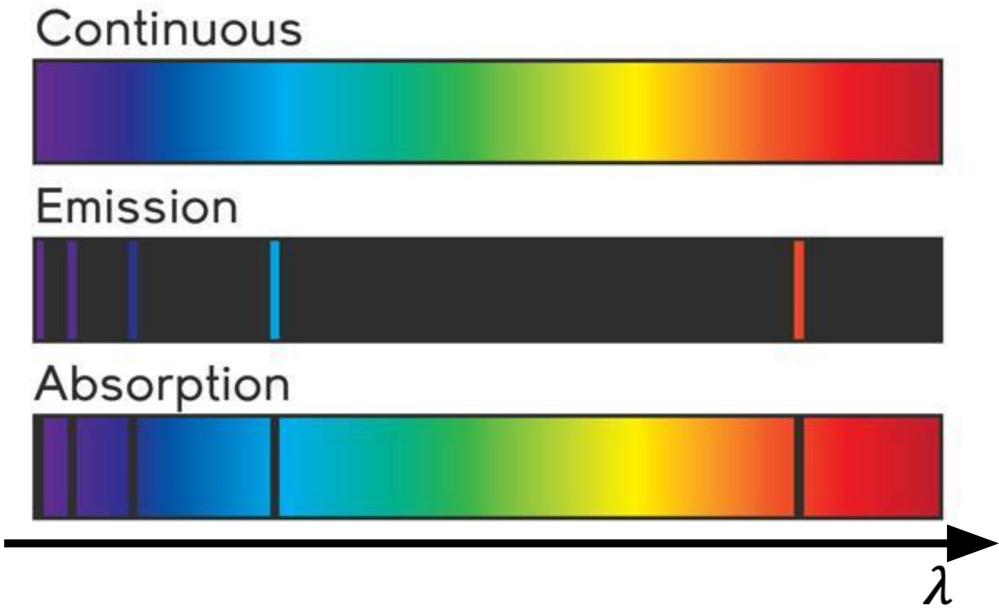
Más dispersión con mayor orden
Más dispersión con rendijas más juntas



Espectroscopía

- Conjunto de métodos donde la interacción entre la radiación electromagnética y la materia es usada para obtener propiedades fundamentales.
- Tipos de espectro (Leyes de Kirchhoff):
  - Contínuo
  - Emisión
  - Absorción

Tipos de espectro en el rango visible

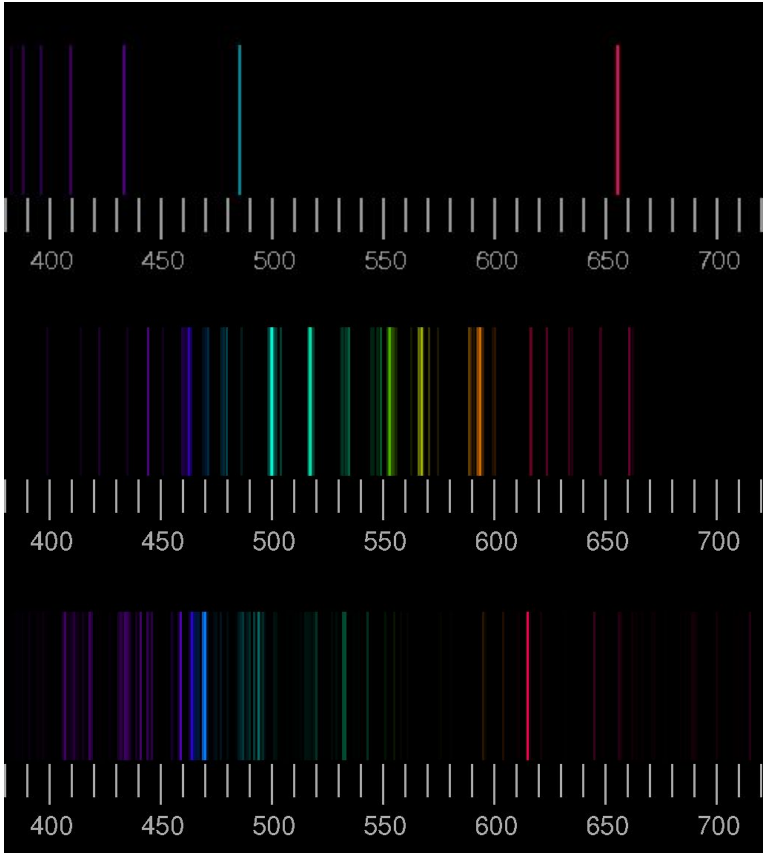


Espectros de emisión (rango visible)

Hidrógeno

Nitrogeno

Oxígeno



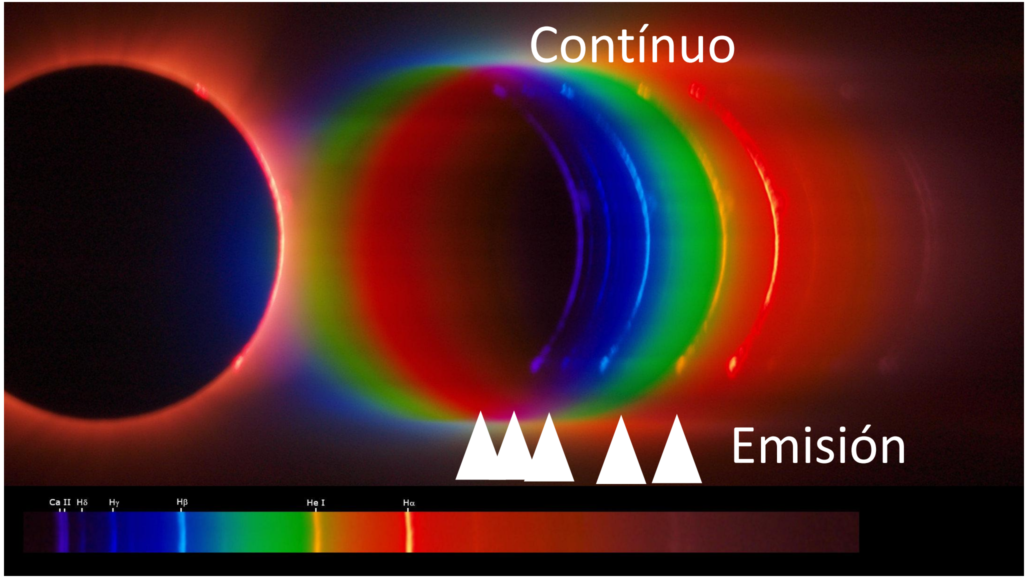
Espectro cromosférico solar en eclipse (2017)

- Espectro flash de la cromósfera solar (parte externa) durante eclipse total de sol en EEUU
- El espectro fue tomado durante 33 ms luego de la totalidad
- A la izquierda es el máximo central que concentra todas las longitudes de onda.
- A la derecha está el primer máximo principal de la red, el cual consta de un contínuo más líneas de emisión
- Las líneas de emisión corresponden

  a: Calcio (Violeta)

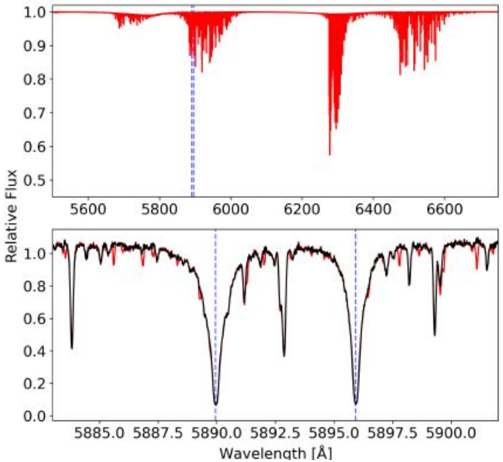
  Hidrógeno (Violeta, Azul y Rojo)

  Helio (Amarillo)



Hot Exoplanet Atmospheres Resolved with Transit Spectroscopy (HEARTS)

VII. Detection of sodium on the long-transiting inflated sub-Saturn KELT-11 b★

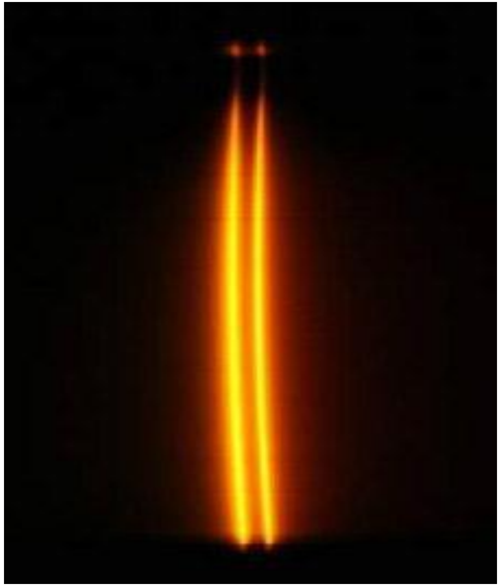


Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer

Supports open access

¿Cómo identificamos dos líneas espectrales vecinas?

Doblete del Sodio
589 y 589,6 nm



Poder resolvente y el criterio de Rayleigh

- Cuando la diferencia entre las λs de dos líneas espectrales es tan pequeña que se superponen en parte, el pico resultante de cada una se vuelve ambíguo.
- El ***poder resolvente cromático*** de un espectrómetro se define como:

$$\boxed{\mathscr{R} \equiv \lambda/(\Delta\lambda)_{\mathrm{min}}}$$

donde $\Delta\lambda_{min}$ es la menor diferencia de longitud de onda discernible y λ la longitud media

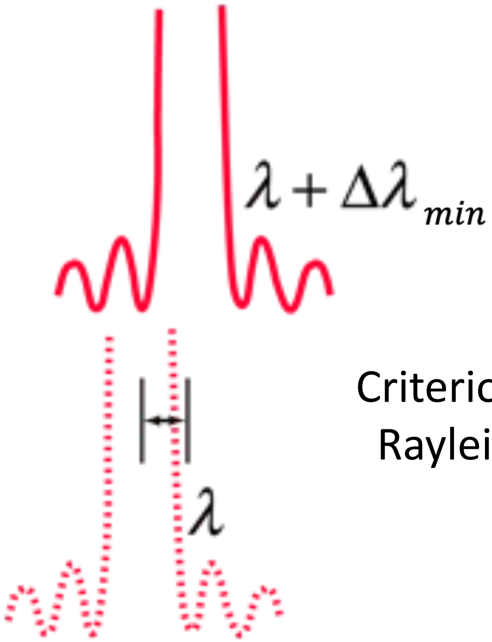
- El **criterio de Lord Rayleigh** para la resolución de dos líneas de igual densidad de flujo requiere que el máximo principal de una coincida en posición con el **mínimo adyacente al máximo** de la otra.

- Siendo el ancho de una línea:

$$\Delta\theta = 2\lambda/(Na\cos\theta_m)$$

- La distancia de una línea al primer mínimo adyacente es la mitad:

$$(\Delta\theta)_{\min} = \lambda/(Na\cos\theta_m)$$



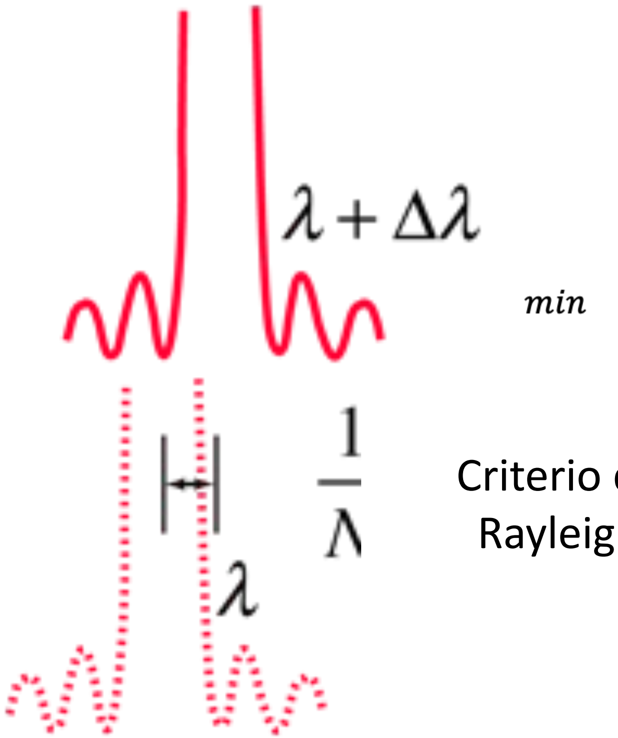
Criterio de Rayleigh

- Aplicando la definición anterior a la dispersión tenemos:

$$(\Delta\theta)_{\text{min}} = (\Delta\lambda)_{\text{min}}\, m/(a \cos\, \theta_m)$$

- Dividiendo las dos ecuaciones anteriores llegamos al poder resolvente:

$$\lambda/(\Delta\lambda)_{\text{min}} = mN$$



Criterio de Rayleigh

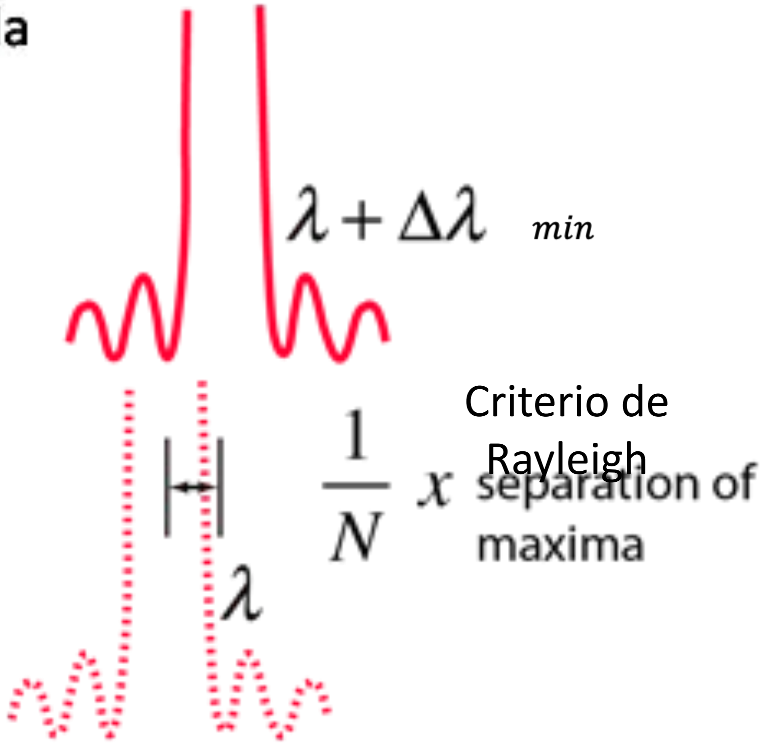
- Pero por la ecuación de red general:

$$a(\sin\,\theta_m - \sin\,\theta_i) = m\lambda$$

- Entonces, el poder resolvente en función de la posición queda:

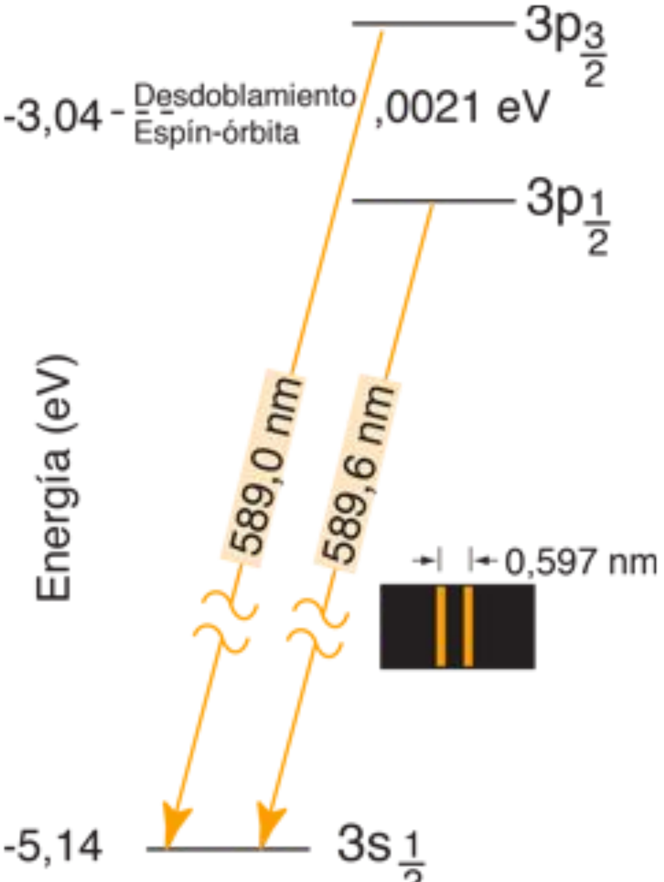
$$\mathcal{R} = \frac{Na(\sin\,\theta_m - \sin\,\theta_i)}{\lambda}$$

- Aumenta con Na, el ancho de la red.
- Aumenta con el orden
- Disminuye con λ



Pregunta

- ¿Qué poder resolvente aproximado necesitamos para discernir las dos líneas del doblete del Sodio ?



Polarización

https://www.youtube.com/watch?v=Fu-aYnRkUgg&ab_channel=Ruff

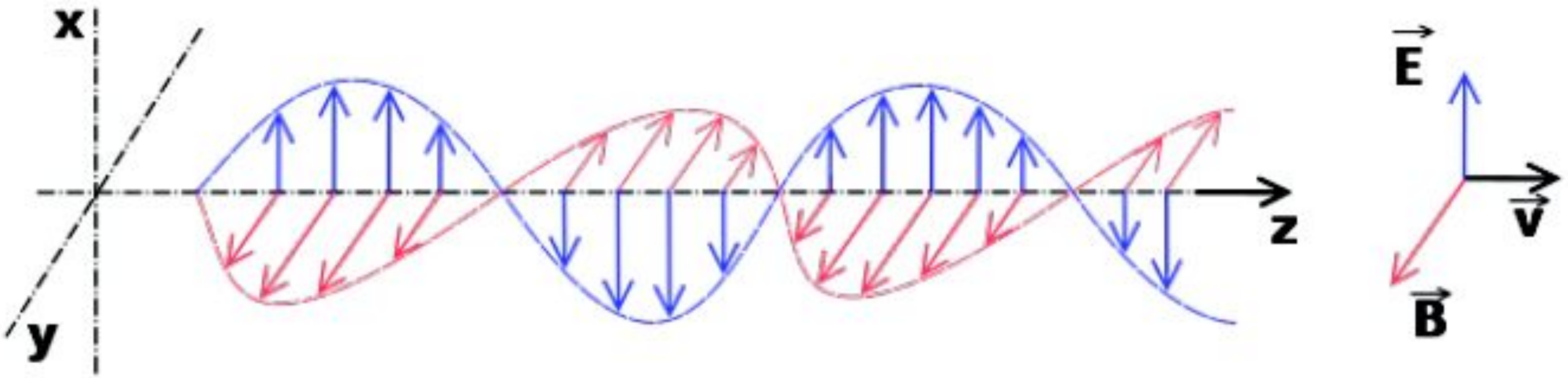
- La onda electromagnética es → una onda **vectorial transversal**
- Una solución sinusoidal plana para $\vec{E}$ que oscila a lo largo del eje x que se propaga a lo largo del eje z es:

$$\vec{E}(z,t) = \overset{\text{Amplitud}}{E_0} \cos(\overbrace{\underset{\text{nro de onda}}{k}z - \underset{\text{frecuencia angular}}{\omega} t}^{\text{fase}})\overset{\text{polarización}}{\hat{x}}$$

- El campo magnético viene dado por:

$$\vec{B}(z,t) = \frac{E_0}{c}\cos(kz - \omega t)\hat{y}$$

Campos E y B



- Hasta ahora nos hemos concentrado en ondas linealmente polarizadas, es decir, donde los campos oscilan a lo largo de una **única dirección, es decir una polarización lineal**.

- Interferencia y difracción requerían la suma de campos, también suponían polarización lineal en la misma dirección.

- Ahora, si tenemos dos ondas de igual frecuencia polarizadas en direcciones perpendiculares y las sumamos, es posible que no obtengamos una polarizacion lineal como resultado.

Suma de dos ondas linealmente polarizadas

- Supongamos dos ondas de igual frecuencia **linealmente polarizadas, ortogonales (en los ejes x e y),** propagándose en el eje z.

$$\vec{\mathbf{E}}_x(z, t) = \hat{\mathbf{i}}\, E_{0x} \cos\,(kz - \omega t)$$

$$E_{0x} \text{ y } E_{0y} > 0$$

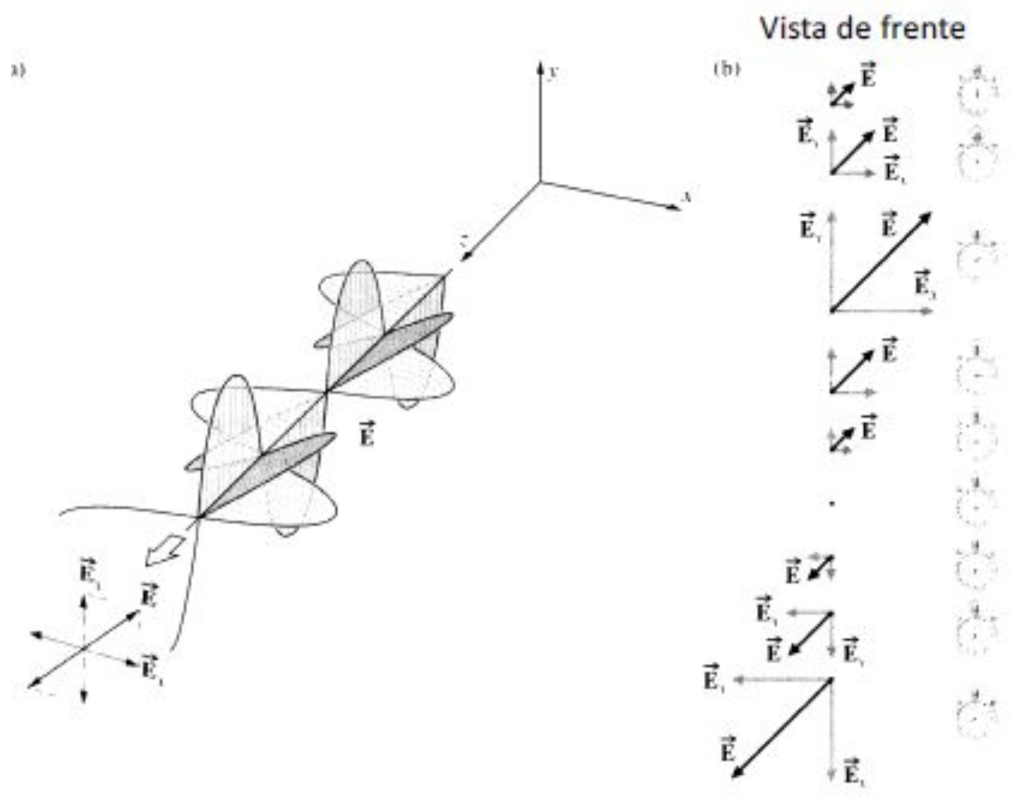
$$\vec{\mathbf{E}}_y(z, t) = \hat{\mathbf{j}}\, E_{0y} \cos\,(kz - \omega t + \varepsilon)$$

- La cantidad ε es la **diferencia de fase relativa** entre ellas.
- La suma de $\varepsilon > 0$ nos dice que el coseno en la segunda onda no va alcanzar al valor de la primera hasta $\frac{\varepsilon}{\omega}$ segundos más tarde.

Polarización Lineal

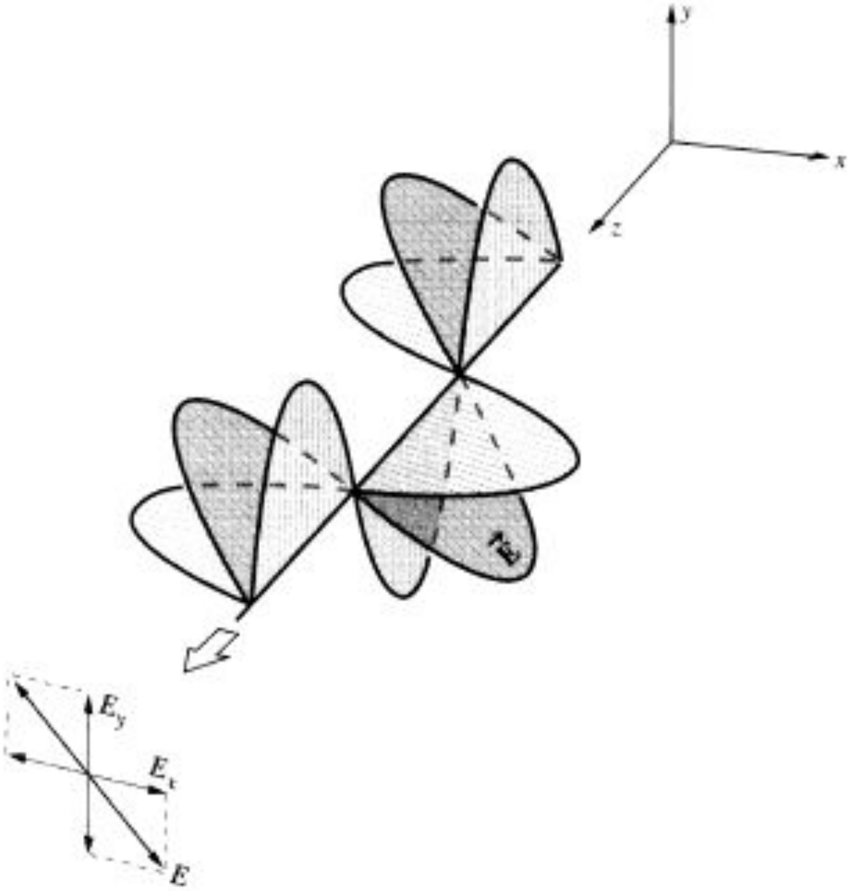
- Si $\varepsilon = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi ..$ las dos oscilaciones están **en fase** y por lo tanto la onda resultante es linealmente polarizada en el primer y tercer cuadrantes

$$\vec{\mathbf{E}} = (\hat{\mathbf{i}} E_{0x} + \hat{\mathbf{j}} E_{0y}) \cos (kz - \omega t)$$



- Si $\varepsilon = \pm\pi, \pm3\pi, \pm5\pi$ … las oscilaciones estan **en contra-fase** y la onda resultante también está linealmente polarizada pero en el segundo y cuarto cuadrantes

$$\vec{\mathbf{E}} = (\hat{\mathbf{i}}E_{0x} - \hat{\mathbf{j}}E_{0y})\cos(kz - \omega t)$$



Polarización Circular

- Cuando las amplitudes en las direcciones perpendiculares son iguales

$$E_{0x} = E_{0y} = E_0$$

- Y además $\boldsymbol{\varepsilon} = -\frac{\pi}{2} \pm \mathbf{2}\boldsymbol{n\pi}$.. donde $n = 0,1,2...$ tenemos

$$\vec{\mathbf{E}}_x(z, t) = \hat{\mathbf{i}} E_0 \cos(kz - \omega t)$$

$$\vec{\mathbf{E}}_y(z, t) = \hat{\mathbf{j}} E_0 \sin(kz - \omega t)$$

- Entonces la onda resultante es

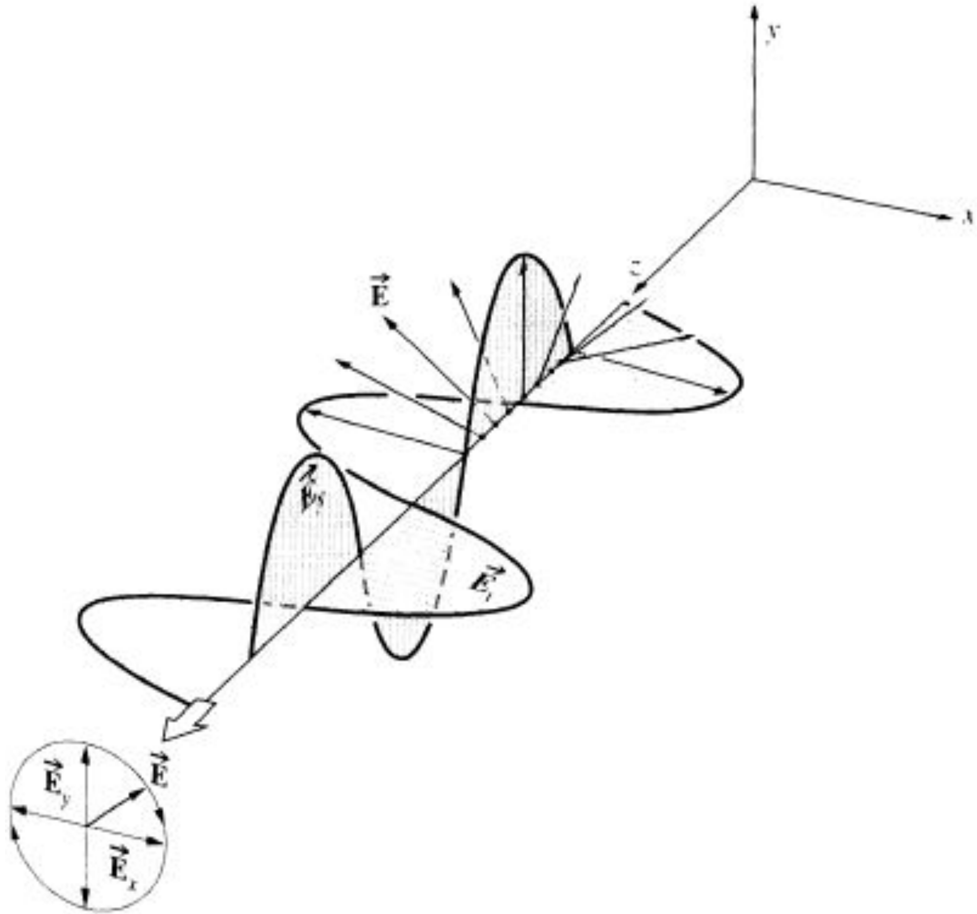
$$\vec{\mathbf{E}} = E_0[\hat{\mathbf{i}} \cos (kz - \omega t) + \hat{\mathbf{j}} \sin (kz - \omega t)]$$

- La amplitud es siempre E_0 ya que $\cos(kz - \omega t)^2 + \sin(kz - \omega t)^2 = 1$.

- Para ver la polarización veo como se mueve el vector $\vec{E}(0, t)$ de frente:

$$\vec{E}(0, t) = E_0[\hat{\imath} \cos \omega t - \hat{\jmath} \sin \omega t]$$

https://www.youtube.com/watch?v=Fu-aYnRkUgg&ab_channel=Ruff



- Esto da una rotación en sentido horario del vector
$$\vec{E}(0,t)$$
con frecuencia angular ω

- Esta polarización se denomina **circular derecha**

- $\vec{E}(z,t)$ termina una vuelta completa cuando la onda ha avanzado una longitud de onda.

- Cuando $\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{2}} \pm \boldsymbol{2n\pi}$.. donde $n = 0,1,2\ldots$ tenemos

$$\vec{\mathbf{E}} = E_0[\hat{\mathbf{i}} \cos (kz - \omega t) - \hat{\mathbf{j}} \sin (kz - \omega t)]$$

- Y la polarización vuelve a ser circular pero ahora en sentido **antihorario, o izquierda.**

Polarización Elíptica

- La polarizaciones lineal y circular son ejemplos de polarización elíptica, la más general de todas. Para un ε arbitrario

$$E_x = E_{0x} \cos(kz - \omega t)$$

$$E_y = E_{0y} \cos(kz - \omega t + \varepsilon)$$

- Expandimos E_y:

$$E_y/E_{0y} = \cos(kz - \omega t)\cos\varepsilon - \sin(kz - \omega t)\sin\varepsilon$$

- Y combinamos la expresión anterior con $\frac{E_x}{E_{0x}} = \cos(kz - \omega t)$ para llegar a la expresión

$$\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos \varepsilon = -\sin(kz - \omega t) \sin \varepsilon$$

- De la expresión $\frac{E_x}{E_{0x}} = \cos(kz - \omega t)$ podemos ver que

$$\sin(kz - \omega t) = [1 - (E_x/E_{0x})^2]^{1/2}$$

- Reemplazando tenemos:

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}}\cos\varepsilon\right)^2 = \left[1 - \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2\right]\sin^2\varepsilon$$

- O lo que es lo mismo:

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos\varepsilon = \sin^2\varepsilon$$

- Esta es la ecuación de una elipse que forma un ángulo α con el eje, x o y.

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos\varepsilon = \sin^2\varepsilon$$

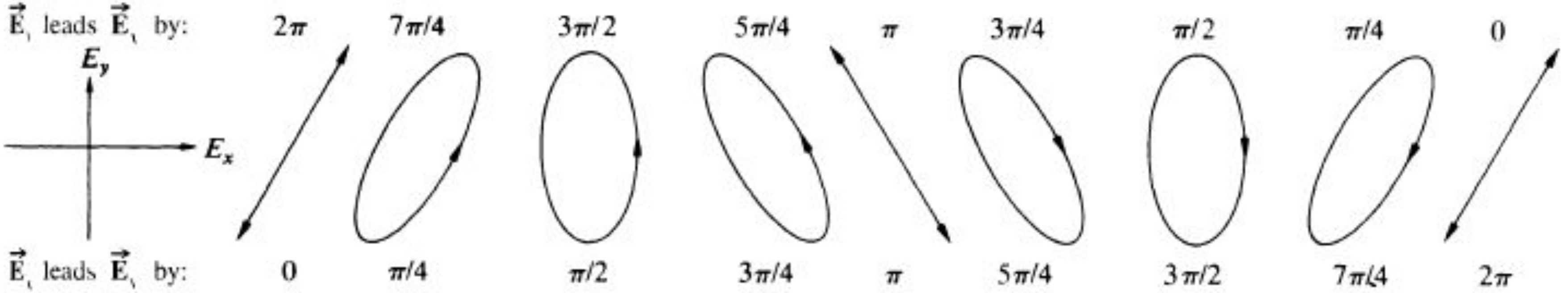
- El ángulo α se obtiene de la expresión

$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{0x}E_{0y}\cos\varepsilon}{E^2_{0x} - E^2_{0y}}$$

- Vemos que si $\varepsilon = \pm\pi/2, \pm 3\pi/2, \pm 5\pi/2, \ldots,$

- Entonces $\alpha = 0$ y entonces tenemos la ecuación de una elipse orientada según los ejes x e y.

$$\frac{E_y^2}{E_{0y}^2} + \frac{E_x^2}{E_{0x}^2} = 1$$



$\vec{E}$ leads $\vec{E}$ by:
2π
$7\pi/4$
$3\pi/2$
$5\pi/4$
π
$3\pi/4$
$\pi/2$
$\pi/4$
0
E_y
E_x
$\vec{E}$ leads $\vec{E}$ by:
0
$\pi/4$
$\pi/2$
$3\pi/4$
π
$5\pi/4$
$3\pi/2$
$7\pi/4$
2π