I. Circuitos RC

1. Objetivo

En esta práctica se propone estudiar el régimen transitorio de un circuito RC (midiendo los tiempos característicos de carga y descarga) y la respuesta del circuito al excitarlo con una señal periódica (filtros).

2. Introducción

Un capacitor está construido por dos placas conductoras separadas por una distancia pequeña (respecto de las longitudes características de las placas). Generalmente, entre ellas hay un medio dieléctrico. Si se conecta el capacitor a una fuente, las cargas se distribuyen llegando a una situación de equilibrio donde los conductores tienen igual cantidad de carga pero de signo contrario. La diferencia de potencial V entre las dos placas conductoras es proporcional a la carga q (medida en Coulomb) que hay en cada placa

$$q = C \cdot V \tag{1}$$

donde C es una constante que se llama capacidad eléctrica (unidades Faradio = Coulomb/Volt). Dicha constante depende de las características del capacitor (la superficie de las placas, la distancia de separación y el material entre las mismas).

Dado el circuito de la figura 1, con el capacitor inicialmente descargado, cuando se cierra el interruptor comienza a circular corriente por el mismo hasta cargar el capacitor.

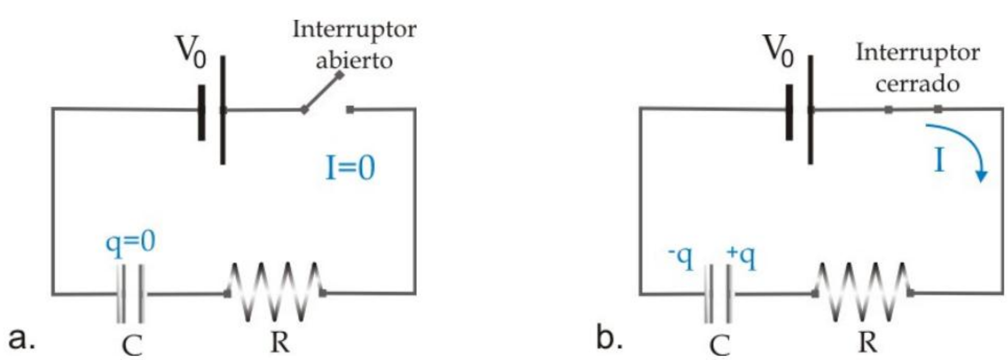

Figura 1. a. Capacitor descargado al inicio; b. Carga del capacitor. Cuando el interruptor se cierra (t = 0), la corriente pasa de cero a V_0/R. A medida que transcurre el tiempo, q tiende a la carga final Q, y la corriente I disminuye tendiendo a cero.

¿Cómo es I(t) y q(t)? Se sabe que

$$V_0 = V_R + V_C \tag{2}$$

Usando la ecuación (1) y que V_R = RI, la ecuación (2) se puede reescribir como

$$V_0 = RI + q/C = R\,dq/dt + q/C \tag{3}$$

Para hallar la solución a esta ecuación se plantea por un lado la solución particular

$$q_P = CV_0 \tag{4}$$

Y la solución homogénea

$$q_H = Ae^{-t/\tau} \quad (5)$$

De esta manera resulta

$$q(t) = q_H(t) + q_P = Ae^{-t/\tau} + CV_0 \quad (6)$$

donde τ = RC se denomina el tiempo característico del circuito. La constante A se determina de acuerdo a la condición de contorno del problema particular.

Por ejemplo, si el capacitor se encuentra descargado ($q(t = 0) = 0$, $A = -V_0C$) y se obtiene

$$q(t) = CV_0(1 - e^{-t/\tau}) \quad (7)$$

Por ende, la corriente en función del tiempo es

$$I(t) = V_0/R\, e^{-t/\tau} \quad (8)$$

Para este caso, la diferencia de potencial sobre el capacitor en función del tiempo es

$$V_C(t) = V_0(1 - e^{-t/\tau}) \quad (9)$$

Reemplazando la ecuación (9) en la ecuación (2) se puede obtener una expresión también para V_R (durante la carga del capacitor)

$$V_R(t) = V_0e^{-t/\tau} \quad (10)$$

De la misma manera, se puede plantear las ecuaciones para la descarga de un capacitor, planteando como condición inicial que el capacitor se encuentra cargado obteniendo para el potencial en el capacitor

$$V_C(t) = V_0e^{-t/\tau} \quad (11)$$

3. Actividades

a. Carga y descarga de un capacitor

En esta primera actividad se va estudiar el proceso de carga y descarga de un capacitor, variando la posición del interruptor del circuito que se muestra en la figura 2.

Como la carga es proporcional a la caída de tensión entre las placas (ec. 1), se pueden determinar los tiempos característicos de carga y descarga midiendo diferencia de tensión sobre el capacitor.

Una forma de cargar y descargar el capacitor es utilizando un generador de ondas con perfil de base cero y voltaje máximo. Cuando se emplea una **onda cuadrada** la fuente entrega una tensión fija V_0 durante un intervalo de tiempo (figura 2, interruptor en la posición 1) y en el intervalo de tiempo siguiente, entrega una tensión aproximadamente nula (figura 2, interruptor en la posición 2). Esto puede repetirse sucesivas veces (o sea, se va a simular una “llave” con una onda cuadrada).

Elegir una frecuencia para la onda cuadrada empleada de manera que se vea todo el comportamiento de carga y descarga del circuito. Para las mediciones usar un osciloscopio con su correspondiente programa de adquisición y exportar los datos medidos a un programa de análisis.

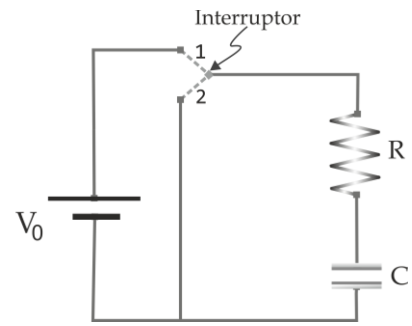

Figura 2. Circuito RC propuesto para estudiar la carga y descarga del capacitor.

En la carga y descarga del capacitor analizar y responder:

1. ¿Cuál es el tiempo característico que se obtiene de ambas mediciones? Comparar el resultado con el producto R.C.
2. ¿Cuál es el valor de tensión que alcanza el régimen estacionario en cada caso?
3. Graficar V vs t para ambos casos, marcando el tiempo característico.
4. Para pensar: si se cambia el valor de tensión de fuente ¿Debería cambiar el tiempo de carga/descarga?

b. Filtro RC pasa bajos (circuito integrador) y RC pasa altos (circuito derivador)

i) Estudio de filtros pasa bajos y pasa altos

Considerar el circuito de la figura 3. La tensión de salida, V_S, coincide con la caída de tensión sobre el capacitor V_C en al caso a) y con la caída de tensión en la resistencia V_R en el caso b).

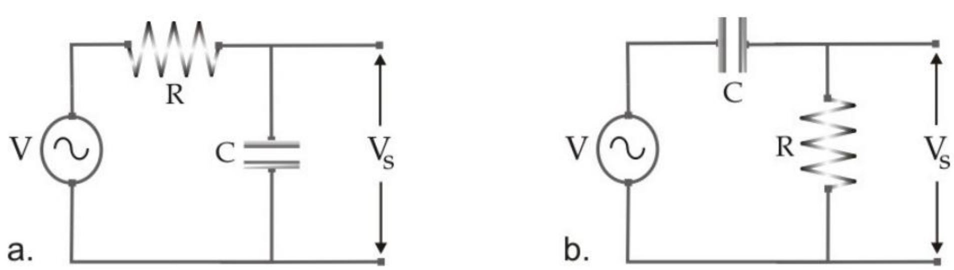

Figura 3. Circuitos RC **pasa bajos (a)** y **pasa altos (b)**. Notar que la ubicación de los componentes puede alterar el comportamiento del circuito.

- Elegir y armar **uno** de los dos circuitos (pasa bajos o pasa altos)
- Aplicar una señal sinusoidal de entrada de amplitud 5V y medir el voltaje de salida, V_S para diferentes valores de frecuencia de la señal sinusoidal, ω. Recordar que la frecuencia del osciloscopio es f = ω/2π. Empezar las medidas variando la frecuencia alrededor de valores de $\omega_0 = 1/RC$.
- Para poder realizar las mediciones de V_S y ω, elegir en la configuración del osciloscopio el valor de pico a pico y la frecuencia de la señal.
- Graficar el cociente del voltaje de salida con el voltaje de la fuente ($T = |V_S/V|$, conocido como Transferencia) en función de ω/ω_0. Notar que hay un desfasaje entre las señales de entrada y salida.
- Discutir las diferencia entre ambos circuitos con otros grupos.

ii) Estudio cualitativo de circuitos integrador o derivador

- Si se eligió el circuito **pasa bajos**, estudiar el circuito **integrador** de la siguiente manera:

***Circuito Integrador*:**

  - En el circuito de la figura 3a, cambiar la fuente por una señal **cuadrada**.
  - Estudiar la forma de la señal de salida en función de la frecuencia. Adquirir los datos.
  - ¿Existe alguna relación entre la señal de salida y la de entrada? Describir los resultados mediante los modelos propuestos y comparar con las mediciones.

- Si se eligió el circuito **pasa altos**, estudiar el circuito **derivador** de la siguiente manera:

***Circuito Derivador*:**

  - En el circuito de la figura 3b, cambiar la fuente por una señal **triangular**.
  - Estudiar la forma de la señal de salida en función de la frecuencia. Adquirir los datos.
  - ¿Existe alguna relación entre la señal de salida y la de entrada? Describir los resultados mediante los modelos propuestos y comparar con las mediciones.

II. Circuitos RCL

1. Objetivo

El objetivo de esta práctica de laboratorio es estudiar la **curva de resonancia** para un circuito RLC serie. Para ello se propone graficar la curva de potencia en función de la frecuencia. Hallar el **factor de mérito (Q),** el **ancho de banda** ($\Delta\omega$), la **frecuencia de resonancia (ω_0)** para el circuito RLC serie de forma gráfica (marcar en el mismo) y teórica, comparando ambos resultados.

2. Introducción

a. Circuito RLC serie

Se tiene un circuito compuesto por un capacitor C, una inductancia L y una resistencia R conectados en serie a un generador de funciones ε_0 como se muestra en la Figura 4.

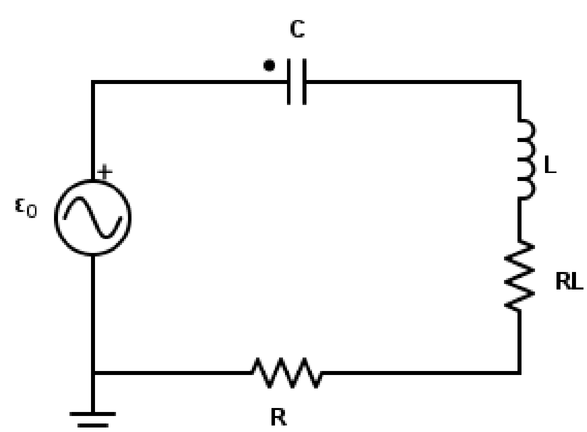

Figura 4. Esquema de un circuito RLC en serie.

Aplicando las leyes de Kirchhoff al circuito de la figura:

$$V = V_R + V_C + V_L = iR + q/C + L\,di/dt \qquad (1)$$

$$\frac{dV}{dt} = R\frac{di}{dt} + L\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{i}{C} \qquad (2)$$

Si el voltaje suministrado por el generador es sinusoidal V(t) = V_{max} sen(ωt), la corriente del circuito estará dada por I(t) = I_{max} sen (ωt + φ). Recordar que ω = 2πf, donde f es la frecuencia suministrada por el generador de funciones. La impedancia total del circuito se puede calcular como

$$Z = Z_R + Z_R + Z_R = R + j\omega L + j/\omega C \qquad (3)$$

Entonces se tiene

$$V = IZ = I[R + j(\omega L - 1/\omega C)] \qquad (4)$$

La tangente del ángulo de desfasaje será el cociente entre la parte imaginaria de la impedancia y la parte real

$$tg(\varphi) = \frac{Im(Z)}{Re(Z)} = \frac{(\omega L - 1/\omega C)}{R} \qquad (5)$$

Y el módulo de la impedancia será

$$|Z|^2 = R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2 \qquad (6)$$

El ángulo de desfasaje entre I y V puede ser mayor que cero, en cuyo caso el circuito es capacitivo, menor que cero en cuyo caso es inductivo o cero en cuyo caso el circuito es solamente resistivo, la tensión y la corriente están en fase y la parte imaginaria de la impedancia es cero

$$Im(Z) = 0 \rightarrow \omega L - 1/\omega C = 0 \qquad (7)$$

Condición que se cumple para la llamada **frecuencia de resonancia**

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad (8)$$

Para este caso la corriente del circuito se hace máxima. Se define el **ancho de banda Δω** como el intervalo de frecuencias para las cuales la potencia disipada cae a la mitad que la máxima

$$\Delta\omega = R/L \qquad (9)$$

Se define el factor de calidad o **factor de mérito Q** como

$$Q = \omega_0 L/R = \omega_0/\Delta\omega \qquad (10)$$

3. Actividades

a. Circuito RLC serie

- Armar el circuito según el esquema de la **Figura 4** (Sugerencia: usar valores cercanos a 1000 Ω, 1 H y 1 μF) y realizar mediciones de la corriente en función de la frecuencia del generador de funciones *f*. Previamente estimar la frecuencia de resonancia utilizando la ecuación (8) para saber en qué rango buscarla (Recordar: ω = 2πf).

- Para realizar las mediciones tener en cuenta dónde se debe conectar el osciloscopio para no tener problemas con las tierras del circuito (Ayuda: para medir *f* se puede necesitar una "T" en el generador y para *I* pensar en qué elemento del circuito se debe medir y por qué).
- Graficar la potencia disipada del circuito $P = |I|^2 R/2$ en función de ω. Observación: tener en cuenta la resistencia interna de la bobina R_L para realizar la curva. Para ello medir R_L con un voltímetro previamente.
- Marcar en el gráfico la frecuencia de resonancia ω_0 y el ancho de banda $\Delta\omega$.
- Usando los valores obtenidos y la ecuación (9) hallar el factor de mérito Q. Comparar con los valores del modelo teórico.
- **OPTATIVO**: Repetir la medición y el análisis para otro valor de resistencia R. ¿Cómo se puede mejorar el factor de mérito?

4. Referencias

- E. M. Purcell. Berkeley physics course, vol. 2, Electricidad y Magnetismo. Reverté, Barcelona (1969).
- F. Sears, M. Zemansky, H. Young y R. Freedman. Física universitaria, vol. II. Addison-Wesley Longman, México (1990).
- D. Halliday, R. Resnick y J. Walker, Física para estudiantes de ciencias e ingeniería, 4ta. Ed. Trad. de Fundamentals of Physics - John Wiley & Sons, Inc. New York (1993).
- Guía de laboratorio Circuito RC, Física 2 para Químicos, M. Agüero, M. Villarreal, 2do Cuatrimestre 2018.
- M. Alonso and E.J. Finn. Física: Campos y ondas, volumen 2 of Física. Editorial Pearson Educación, 1998.
- F.S. Crawford. Ondas, volume 3 of Berkeley Physics Course. Editorial Reverté, 1994.
- J.R. Reitz, F.J. Milford, and R.W. Christy. Fundamentos de la teoría electromagnética. Pearson Educación. Editorial Pearson Educación, 1996.
- F.R. Trelles. Temas de electricidad y magnetismo. Ediciones previas. Editorial EUDEBA, 1984.
- Guía de laboratorio Circuito RCL, Física 2 para Químicos 2018.
- https://www.partsim.com/simulator