Relatividad de campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$

Resumen de teórica - v1.2

Ariel Chernomoretz

October 19, 2017

1 Introducción

En la figura 1 se reproduce el esquema del problema analizado en clase. Se trata de describir la física de una situación que incluye a una particula cargada que se desplaza paralela a un cable infinitamente largo y neutro por el que circula una corriente debido al movimiento de portadores de carga negativa dentro del mismo.

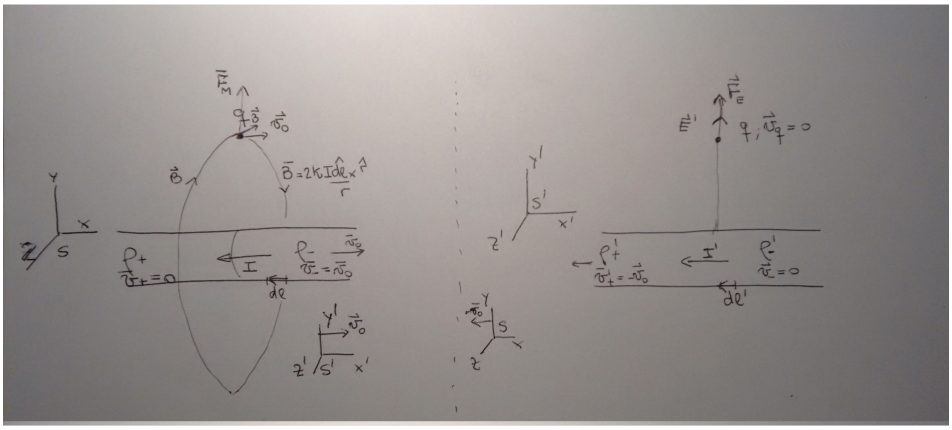

Figure 1: d

Básicante nos interesa describir como afectan las cargas del cable a la carga q, para lo cual necesitamos conocer cómo son los campos producidos por las mismas en la posición de dicha carga. De esta manera, si consideramos válida la expresión de la fuerza de Lorentz tendremos que la carga en cuestión sufrirá una fuerza (i.e. un cambio de su cantidad de movimiento por unidad de tiempo) dada por la expresión:

$$\vec{F}_L = \underbrace{q\vec{E}}_{\vec{F}_e} + \underbrace{q\vec{v}_p \times \vec{B}}_{\vec{F}_m}$$

Un punto importante que vale la pena destacar tiene que ver con la dependencia con la velocidad de la partícula que presenta el término magnético de la fuerza de Lorentz. Es evidente que la descripción desde diferentes sistemas inerciales involucrará en general contribuciones diferentes para este término, en la medida en que difieran en la descripción de la celeridad de la partícula medida por cada uno.

Por ejemplo, según el sistema de referencia S (panel izq de fig. 1): $\vec{v}_q = \vec{v}_0$ y, como asumimos que el cable en reposo no presenta carga neta (i.e. $\rho = \rho_+ + \rho_- = 0$) tenemos que:

$$\vec{F}_L^S = \underbrace{0}_{\vec{F}_e} + \underbrace{q\vec{v}_o \times \vec{B}}_{\vec{F}_m}$$

Sin embargo, como muestra el panel derecho de la misma figura, la velocidad de la partícula, $\vec{v}_q^{\,'}$, reportada desde el sistema de referencia S' es nula, por lo que resulta $\vec{F}_m^{\,'} = 0$ (!) y resulta no-trivial explicar como se conectan ambas descripciones.

2 Transformaciones entre descripciones

Como vimos en clase, el electromagnetismo responde a una física de caracter relativista por lo que la manera correcta de vincular descripciones obtenidas bajo diferentes sistemas de referencia debe realizarse considerando transformaciones Lorentzianas y no Galileanas de las cantidades correspondientes. En la siguiente tabla incluimos un resumen de las transformaciones para las cantidades relevantes:

S	S'	
δl	$\delta l' = \delta l\sqrt{1-(\frac{v_0}{c})^2}$	contracción de longitud del cable en movimiento (según S')
δt	$\delta t' = \delta t\sqrt{1-(\frac{v_0}{c})^2}$	dilatación temporal para la particula en movimiento (según S)
q	q'=q	la carga es un invariante
$\delta v = S\delta x$	$\delta v' = S\delta x' = S\delta x\sqrt{1-(\frac{v_0}{c})^2} = \delta v\sqrt{1-(\frac{v_0}{c})^2}$	contraccion del elemento de volumen en situacion de movimineto (según S')
$\rho_+ = \frac{\delta q_+}{\delta v}$	$\rho'_+ = \frac{\delta q'_+}{\delta v'} = \frac{\delta q_+}{\delta v\sqrt{1-(\frac{v_0}{c})^2}} = \frac{\rho_+}{\sqrt{1-(\frac{v_0}{c})^2}}$	conservación carga y contraccion de longitud para cargas postivas, en mov segun S'
$\rho_- = \frac{\delta q_-}{\delta v}$	$\rho'_- = \frac{\delta q'_-}{\delta v'} = \frac{\delta q_-}{\delta v}\sqrt{1-(\frac{v_0}{c})^2} = \rho_-\sqrt{1-(\frac{v_0}{c})^2}$	conservación carga y contraccion de longitud para cargas negativas, en mov segun S.
$\rho = \rho_+ + \rho_- = 0$	$\rho' = \rho'_+ + \rho'_- = \frac{\rho_+}{\sqrt{1-(\frac{v_0}{c})^2}} \neq 0$	cable cargado según S'
$\vec{F}_m = \frac{q}{2\pi\epsilon_0}\lvert\rho_-\rvert\frac{A}{r}\frac{v_0^2}{c^2}\hat{z}$	$\vec{F}'_m = 0$	fza magnetica de corriente uniforme en cilindro (según S)
$\vec{F}_e = 0$	$\vec{F}'_e = \frac{q}{2\pi\epsilon_0}\rho_+\frac{A}{r\sqrt{1-(\frac{v_0}{c})^2}}\frac{v_0^2}{c^2}\hat{z}$	fza de un cilindro cargado con ρ' (según S')
$\vec{F}_L = \vec{F}_m$	$\vec{F}_L{}' = \vec{F}_e{}'$	Fza Lorentz en S es de caracter magnético puro, mientras que en S' es de caracter puramente eléctrico (!)
$\vec{F}_L$	$\vec{F}_L{}' = \frac{\vec{F}_L}{\sqrt{1-(\frac{v_0}{c})^2}}$	las fuerzas se transforman de manera Lorentziana
$dp_z = F_z dt$	$dp'_z = F'_z dt' = \frac{F_z}{\sqrt{1-(\frac{v_0}{c})^2}}dt\sqrt{1-(\frac{v_0}{c})^2} = dp_z$	el resultado de la interacción (i.e. sesión de cantidad de movimiento a la partícula) es independiente del sistema de referencia utilizado(!)