

Guía 5: Medios Dieléctricos.

1. Modelemos un átomo de hidrógeno como un protón rodeado por una nube electrónica uniforme. Esta “nube electrónica uniforme” es (a todos los efectos electrostáticos) una distribución de cargas de densidad ρ uniforme para radio $r < a_0$ y de carga total $-e$. El protón es una carga puntual de carga total e localizado en el centro de la esfera. Sobre este sistema aplicamos un campo eléctrico externo uniforme \mathbf{E} .
 - (a) ¿Qué distancia tiene que generarse entre el centro de la nube electrónica y el protón para que el sistema esté en equilibrio?
 - (b) ¿Cuánto vale el momento dipolar de la configuración nube electrónica + protón que se forma?
 - (c) * Recalculá los puntos anteriores si, en vez de ser uniforme, la densidad electrónica fuera de la forma $\rho = \rho_0 e^{-2a_0/r}$. ¿Cuánto debe valer ρ_0 para que la carga total de la nube sea $-e$?

2. Encontrá el campo eléctrico generado *en todo el espacio* por una esfera de radio R con polarización **uniforme** (¡no radial!) $\mathbf{P} = P\hat{z}$. Para eso, observá que la única fuente del campo eléctrico es $\sigma_{pol} = \mathbf{P} \cdot \hat{n}$. Esta distribución de cargas se puede reproducir con la superposición de dos esferas de radio R y densidad ρ_0 y $-\rho_0$ cuyos centros están separados una distancia d , en el límite $d \ll R$ ¹.

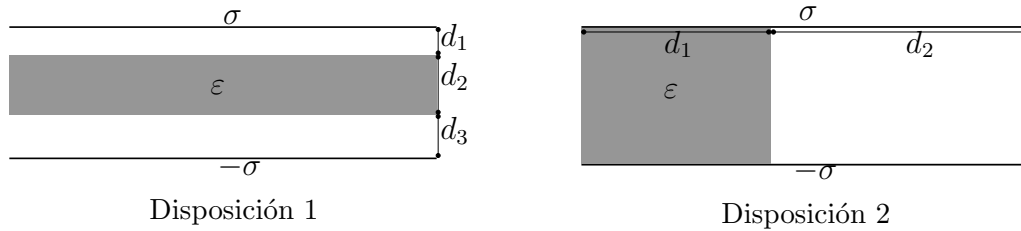
3. A través del cálculo explícito de las cargas inducidas, calculá el campo eléctrico generado sobre el eje de un cilindro de radio R y altura h que tiene una polarización uniforme \mathbf{P} a lo largo de su eje ¿Qué sucede en el límite $R \rightarrow \infty$? ¿Cuáles son las fuentes (tanto para el caso del cilindro finito como el infinito) de los campos \mathbf{E} y \mathbf{D} ?

4. Supongamos que el espacio se divide en dos a través de un plano, de modo tal que una región es vacío, mientras que la otra es un dieléctrico lineal, isótropo y homogéneo de susceptibilidad χ . A una distancia d de este plano, en la región de vacío, colocamos una carga puntual q .
 - (a) ¿Cuáles son las fuentes de los campos \mathbf{E} y \mathbf{D} ? Calculá el campo eléctrico en todo el espacio.
 - (b) ¿Qué sucede en el límite en el que $\chi \rightarrow \infty$?
 - (c) * Resolvé el problema en la región del vacío mediante el *método de imágenes*, proponiendo una carga de valor q_b en la región dieléctrica.

5. Entre dos placas planas paralelas infinitas conductoras con densidad de carga σ y $-\sigma$ separadas una distancia d se coloca un dieléctrico lineal, isótropo y homogéneo de permitividad dieléctrica ϵ :
 - (a) Proponé una dirección para los campos \mathbf{E} , \mathbf{D} y la para la polarización \mathbf{P} .

¹¡Cuidado al tomar el límite! ¿Qué debería pasar con ρ_0 ?

- (b) Calculá las fuentes para cada uno de los campos. ¿Cómo cambiaría esta cuenta si las placas fueran finitas?
- (c) De acuerdo al punto anterior, ¿qué campo conviene calcular primero?
- (d) ¿Cuánto valen los campos en todo el espacio?
- (e) ¿Cuánto vale la capacidad del sistema?
6. Resolvé todos los puntos del problema anterior considerando que el dieléctrico llena sólo una fracción del espacio entre las placas de acuerdo a cada una de las figuras:



- Opcional:* Para la disposición 2, calculá la fuerza que se ejerce sobre el dieléctrico.
7. Alrededor de una esfera de radio a y con carga total Q distribuida uniformemente se coloca un dieléctrico esférico hueco lineal, isótropo y homogéneo de radio interno b y radio externo c , concéntrico a la esfera.
- (a) Proponé una dirección para los campos \mathbf{E} , \mathbf{D} y la para la polarización \mathbf{P} .
- (b) Calculá las fuentes para cada uno de los campos.
- (c) De acuerdo al punto anterior, ¿qué campo conviene calcular primero?
- (d) ¿Cuánto valen los campos en todo el espacio?
8. Considerá dos cáscaras cilíndricas conductoras concéntricas de carga Q_1 y Q_2 , de radio a y b respectivamente ($b > a$) y de longitud $L \gg b$. Entre estos dos cilindros colocamos un dieléctrico lineal, isótropo y homogéneo de permitividad ϵ .
- (a) Proponé una dirección para los campos \mathbf{E} , \mathbf{D} y la para la polarización \mathbf{P} .
- (b) Calculá las fuentes para cada uno de los campos.
- (c) De acuerdo al punto anterior, ¿qué campo conviene calcular primero?
- (d) ¿Cuánto valen los campos en todo el espacio?
- (e) Para el caso en el que $Q_1 + Q_2 = 0$, calculá la capacidad del sistema/
9. Entre dos cáscaras esféricas conductoras de radio a y b concéntricas colocamos un dieléctrico lineal, isótropo y homogéneo de permitividad ϵ de radio interno a y radio externo $a + d$ (con $a < a + d < b$). Estas cáscaras tienen una diferencia de potencial V entre ellas. ¿Cuánto vale el campo eléctrico en todo el espacio?