

“Permita que le diga, amigo mío, que hay cosas hoy en día en el ámbito de la electricidad que habrían sido consideradas impías por los mismos hombres que descubrieron la electricidad... y que ellos mismos, de haber vivido no mucho antes, habrían sido quemados por brujos.” - “Drácula” (1897), de Bram Stoker.

- 1] Calcular el cociente q/m entre la carga y la masa de dos partículas idénticas que se repelen electrostáticamente con la misma fuerza con que se atraen gravitatoriamente. Comparar el valor hallado con el cociente e/m para el electrón.
Datos: $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$; $k = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$; $m_e \simeq 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$
 - 2] Calcular la fuerza gravitatoria entre dos esferas de cobre, de 1 cm de radio, separadas por una distancia de 1 m. Si se retira un electrón por átomo de cada esfera, ¿cuál será la fuerza electrostática de repulsión?
Datos: $\delta_{\text{Cu}} = 9 \text{ g/cm}^3$; $N_A = 6 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$; peso atómico del Cu: 63,5.
 - 3] Hallar la fuerza neta sobre una carga q ubicada en el centro de un cuadrado de lado L , si en los vértices del cuadrado se tienen cargas q , $2q$, $4q$ y $2q$ (en ese orden). Utilice la simetría de la configuración para simplificar el cálculo.
 - 4] En dos vértices contiguos de un cuadrado de lado L se hallan dos cargas q , mientras que en los vértices restantes se tienen cargas $-q$. Determine el campo eléctrico sobre las mediatrices de los lados del cuadrado. Utilice la simetría de la configuración para simplificar el cálculo.
 - 5] Un hilo muy fino de longitud L está cargado uniformemente con una carga total Q . Calcular el campo eléctrico en todo punto del espacio. Analizar el límite $L \rightarrow \infty$.
 - 6] Una corona circular de radios a y b tiene una densidad de carga superficial uniforme σ .
 - (a) Hallar el campo eléctrico sobre el eje de la corona.
 - (b) A partir del resultado anterior obtener el campo eléctrico
 - I- sobre el eje de un disco de radio b cargado uniformemente;
 - II- de un plano infinito cargado uniformemente.
- Estudiar la continuidad del campo sobre las superficies cargadas y demostrar que el salto en las direcciones normales a las superficies está relacionado con la densidad de carga superficial.
- 7] (*Problema numérico*) Considerar un disco de radio R , cargado con densidad superficial uniforme σ . Graficar el campo eléctrico en función de la coordenada radial a distintas distancias en la dirección normal al disco y discutir en que región del espacio es válido suponerlo infinito.
 - 8] En electrostática, diremos que una transformación es de simetría si deja invariante la densidad de carga. Demostrar que:
 - (a) Si el sistema tiene simetría ante traslaciones en cierto vector \mathbf{a} , entonces $\mathbf{E}(\mathbf{r} + \mathbf{a}) = \mathbf{E}(\mathbf{r})$.
 - (b) Si el sistema tiene simetría ante una rotación dada por cierta matriz ortogonal R , entonces $\mathbf{E}(R\mathbf{r}) = R\mathbf{E}(\mathbf{r})$
 - (c) Si el sistema tiene simetría ante una reflexión dada por cierta matriz ortogonal R , entonces $\mathbf{E}(R\mathbf{r}) = R\mathbf{E}(\mathbf{r})$
 - 9] Considerar las siguientes distribuciones de carga:
 - (a) Un hilo infinito con densidad lineal uniforme λ .
 - (b) Un cilindro circular infinito de radio R , cargado uniformemente en volumen con densidad ρ .

- (c) Un plano con densidad superficial de carga uniforme σ .
- (d) Una esfera de radio R cargada uniformemente en volumen con densidad $\rho = A r^n$ (A constante, $n = 0, 1, 2, \dots$).
- (e) Una esfera de radio R cargada uniformemente en superficie.

En cada caso:

- I Utilizar argumentos de simetría para determinar la dirección del campo eléctrico y su dependencia funcional;
- II Hallar el campo eléctrico utilizando la ley de Gauss y graficar cualitativamente su módulo en función de una coordenada relevante.
- III Calcular el potencial electrostático y graficar las equipotenciales y líneas de campo.

10 Considere una lámina plana infinita de espesor D , cargada uniformemente con densidad ρ_0 .

- (a) Calcule y grafique el potencial electrostático y el campo eléctrico.
- (b) Suponga que se comprime la lámina de tal forma que D tiende a cero. Como la carga total no puede variar, la densidad ρ aumentará (tendiendo a infinito) como resultado de la compresión. Escriba ρ como función de D . ¿Cómo definiría la densidad superficial de carga σ ? Encuentre y grafique el potencial electrostático y el campo eléctrico, cuando D tiende a cero.

11 En ciertas condiciones, el campo eléctrico de la atmósfera apunta hacia la Tierra, tomando valores de 300 V/m sobre la superficie de la misma, mientras que a 1400 m de altura es de aproximadamente 20 V/m.

- (a) Calcule la carga total contenida en un volumen cilíndrico vertical de 1400 m de altura y cuya base se encuentra sobre la superficie terrestre. ¿Cuál es la carga media por unidad de volumen en esa región de la atmósfera?
- (b) En la atmósfera podemos encontrar iones negativos y positivos. Suponiendo que el valor absoluto de la carga de cada ión es $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C, escriba la densidad de carga como función de n_- y n_+ (número de iones negativos y positivos por unidad de volumen). ¿Cuál es la diferencia entre el número de iones positivos y negativos en 1 cm³?

12 Obtener el campo eléctrico sobre el eje de un anillo de radio R , cargado uniformemente con densidad λ , a partir del campo eléctrico de una corona circular. Calcule la fuerza que el anillo ejerce sobre un hilo semi-infinito, cargado uniformemente con densidad λ_0 , que comienza en el centro del anillo y coincide con su eje.

13 Sobre una esfera de radio R , cargada uniformemente con densidad volumétrica ρ , se realiza un agujero esférico de radio r en su interior. El centro del agujero está situado a una distancia $d < R - r$ del centro de la esfera. Obtener el valor del campo eléctrico sobre el eje de simetría de la configuración. Verificar que, en el centro del agujero, el valor del campo es el mismo que habría si no se hubiera practicado el agujero.

14 ¿Cómo se ven desde lejos los campos de las siguientes configuraciones de carga?

- (a) Tres cargas puntuales de valores q , q y $-3q$ ubicadas en cada vértice de un triángulo equilátero.
- (b) Idem anterior reemplazando la carga $-3q$ por $-2q$.
- (c) Tres cargas alineadas q , $-2q$ y q (en ese orden), con separación a entre cargas consecutivas.

(d) Un cilindro de radio R y largo L , con densidad de carga volumétrica constante ρ_0 .

Graficar cualitativamente las líneas de campo.

- 15 En los casos considerados en los Problemas 5 y 6, estudiar el comportamiento del campo eléctrico a grandes distancias respecto de la configuración de cargas.
- 16 Dos discos paralelos y coaxiales, ambos de radio R , están separados por una distancia d y tienen densidades de carga superficial σ y $-\sigma$, respectivamente.
- (a) Dibujar cualitativamente las líneas de campo en todo el espacio.
 - (b) Calcular y graficar el potencial electrostático y el campo eléctrico sobre el eje de los discos. Hallar el momento dipolar de la distribución.
 - (c) Es posible construir una distribución superficial dipolar, haciendo tender d a cero y σ a infinito, manteniendo constante el producto $\sigma d = P_s$. Repetir el inciso anterior en este caso límite.
- 17 Un anillo de radio R se encuentra cargado uniformemente con carga total $-q$. En el centro del mismo se coloca una carga puntual de valor q .
- (a) ¿Cuánto valen los momentos monopolar y dipolar? ¿Depende el momento dipolar del origen de coordenadas?
 - (b) Calcular el potencial y el campo eléctrico sobre el eje del anillo, y estudiar el comportamiento para distancias grandes.
- 18 Calcular el potencial en el centro de un disco de radio R y densidad de carga superficial uniforme σ . Suponga que ahora se desea determinar de manera aproximada el potencial sobre el centro de un cuadrado de lado L , que se encuentra cargado uniformemente en superficie. Sugerir distintas aproximaciones y comparar con el valor exacto, que es $4k\sigma L \ln(1 + \sqrt{2})$.
- 19 Una varilla con carga total $q > 0$ distribuida uniformemente en longitud, se curva hasta formar una circunferencia casi completa de 50 cm de radio. La separación de los extremos es de 2 cm (medidos sobre el arco). Utilizando el principio de superposición y argumentos de simetría, determinar la dirección y sentido del campo eléctrico en el centro de la circunferencia, y estimar su valor. ¿Es la estimación mayor o menor que el valor real del campo?
- 20 Se desea cargar una esfera de radio R por una serie de procesos mediante los cuales se traen cargas infinitesimales desde el infinito hasta la esfera, hasta lograr localizar en la esfera una carga total Q . Calcular el trabajo total necesario si durante el proceso las sucesivas cargas infinitesimales
- (a) se distribuyen uniformemente sobre la superficie de la esfera.
 - (b) se distribuyen uniformemente en todo el volumen de la esfera.
 - (c) se van colocando en capas sucesivas desde $r = 0$ hasta $r = R$, de modo que la densidad de carga volumétrica siempre permanece constante.

Comparar estos resultados con la energía potencial almacenada en el campo eléctrico.