"Si la aplicación de electricidad a una momia cuya antigüedad se remontaba por lo menos a tres o cuatro mil años no era demasiado sensata, resultaba en cambio lo bastante original como para que todos aprobáramos la idea. Un décimo en serio y nueve décimos en broma, preparamos una batería en el consultorio del doctor y trasladamos allí a nuestro egipcio." - "Conversación con una momia" (1845), de Edgar Allan Poe.

---

1 En una región donde hay un campo eléctrico uniforme se introduce un conductor, de forma arbitraria, que tiene un hueco en su interior. Demostrar que no se inducen cargas sobre la superficie interior del conductor. ¿Cuánto vale el campo eléctrico en el hueco?.

2 Dentro de un conductor hueco de forma arbitraria, se encuentra alojado un segundo conductor. Se carga a uno de ellos con carga $Q_1 = 1\,\mathrm{nC}$ (10^{-9}C) y al otro con carga $Q_2 = 2\,\mathrm{nC}$. El sistema se encuentra en equilibrio electrostático.

(a) ¿Sobre cuáles superficies se distribuyen las cargas? ¿Cuál es su valor?

(b) ¿Qué sucede si ambos conductores se tocan?

(c) Muestre que, si $Q_1 = -Q_2$, el campo exterior es nulo.

En los metales las cargas libres son los electrones ($q = -1,6021 \times 10^{-19}$ C), de modo que una carga positiva se logra por vaciamiento de los electrones de esa superficie. Calcule si en una capa atómica superficial hay suficientes electrones para obtener condiciones similares a las del primer inciso, en el caso de que el conductor hueco sea un casquete esférico de radio interior de 4 cm y exterior de 6 cm. Si (i) el metal es el cobre (Cu) que tiene $8,5 \times 10^{22}\,\mathrm{at/cm^3}$ y cada átomo contribuye con un electrón libre. Si (ii) es una cáscara esférica semi-conductora de Silicio (Si) que tiene $5 \times 10^{22}\,\mathrm{at/cm^3}$ y el número de portadores libres por unidad de volumen puede variar según la temperatura y grado de impurezas entre $10^{14}\,\mathrm{cm^{-3}}$ y $10^{19}\,\mathrm{cm^{-3}}$.

3 Calcular el potencial electrostático para todo punto del espacio producido por una esfera conductora conectada a tierra, rodeada por un cascarón esférico concéntrico con una densidad de carga superficial uniforme σ.

4 Tres esferas conductoras A_1, A_2 y A_3, concéntricas de radios a_1, a_2 y a_3 ($a_1 < a_2 < a_3$) están conectadas, respectivamente, a tres baterias V_1, V_2 y V_3. A_1 es maciza, y A_2 y A_3 son huecas (de espesor despreciable respecto de su radio, pero no nulo).

Datos: $a_1 = a$, $a_2 = 2a$ y $a_3 = 3a$; $V_1 = V_0$, $V_2 = V_3 = 2V_0$. Suponer además que el potencial se mide de modo que en el infinito es nulo, es decir: $V_\infty = 0$.

(a) ¿Cuál es la carga de cada una de las esferas? Detallar cómo se distribuye espacialmente.

(b) Suponer ahora que todas las esferas se desconectan de las baterias y, a continuación, la esfera A_2 se conecta a tierra. Calcular las cargas (detallar su distribución) y los potenciales de cada esfera.

(c) Partiendo de la situación planteada en el inciso anterior, se separa ahora de la configuración al conductor A_3. ¿Qué sucede en este caso con las cargas de las esferas A_1 y A_2?. Justificar.

5 Calcular la capacidad de las siguientes configuraciones de conductores:

(a) Una esfera de radio R en el vacío. ¿Para qué valor de R resulta $C = 1\,\mathrm{pF}$?.

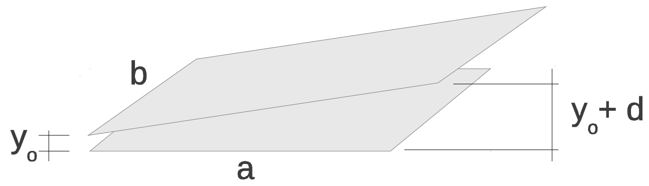
(b) Un condensador esférico de radio interior a y exterior b. Comparar con el resultado anterior cuando b es muy grande.

(c) Un condensador cilíndrico infinito (capacidad por unidad de longitud).

(d) Un condensador plano infinito (capacidad por unidad de área). Si la separación entre placas es de 1 mm, dar el valor del área para que resulte $C = 1\,\text{pF}$.

6 Dos placas planas paralelas conductoras muy extensas, separadas una distancia D, están unidas por un cable. Entre ambas se coloca paralelamente una placa plana no conductora, cargada uniformemente con densidad σ, a una distancia d de la placa superior. Hallar el campo eléctrico despreciando efectos de borde.

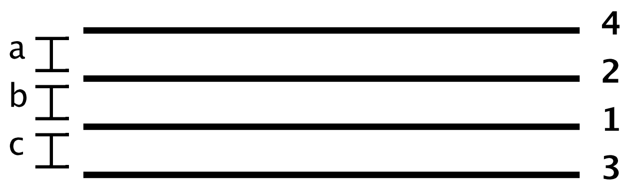
7 Un condensador posee placas rectangulares de longitud a y ancho b. La placa superior está inclinada un pequeño ángulo como indica la figura. La separación de las placas varía desde y_0 a la izquierda a $y_0 + d$ a la derecha, siendo d mucho menor que a y que b. Despreciando efectos de borde, calcular la capacidad del sistema.



8 Obtenga los coeficientes de capacidad e inducción C_{11}, C_{12}, C_{21} y C_{22} para la configuración de planos conductores de la figura, despreciando efectos de borde (las dimensiones de los planos son mucho mayores que las distancias entre ellos). Para ello considere que $V_3 = V_4 = 0$ y $V_2 > V_1 > 0$ (los coeficientes no dependen de los valores de los potenciales).

(a) Grafique el potencial en todo el espacio, teniendo en cuenta que debe ser lineal (¿por qué?) entre dos placas consecutivas.

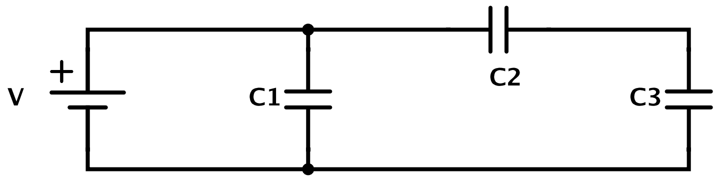
(b) Encuentre σ_1 y σ_2 utilizando que el salto de la componente normal del campo eléctrico es σ/ϵ_0 y obtenga los coeficientes de capacidad.



9 Se tienen dos cuerpos conductores con coeficientes de capacidad e inducción conocidos. Calcule el trabajo para cargarlos hasta que alcancen potenciales V_1 y V_2. Se sugiere el siguiente método: (i) Mantenga el cuerpo 2 conectado a tierra y cargue el cuerpo 1 hasta que alcance el potencial deseado V_1 (¿qué carga adquirió el cuerpo 2, durante este proceso?); (ii) Ahora mantenga el cuerpo 1 conectado a una batería V_1 y cargue el cuerpo 2 hasta que alcance el potencial V_2. Compare el resultado con el que se hubiera obtenido invirtiendo el papel de los cuerpos 1 y 2. Concluya que debe ser $C_{12} = C_{21}$.

10 Un condensador de $1\,\mu\text{F}$ soporta tensiones no mayores de 6 kV, y otro de $2\,\mu\text{F}$, no superiores a 4 kV. ¿Qué tensión soportan si se los conecta en serie?

11 En el circuito de la figura:

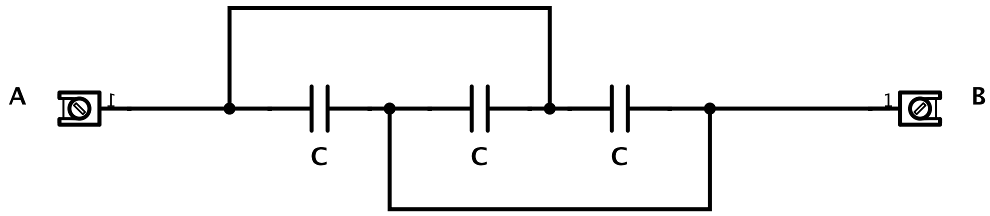


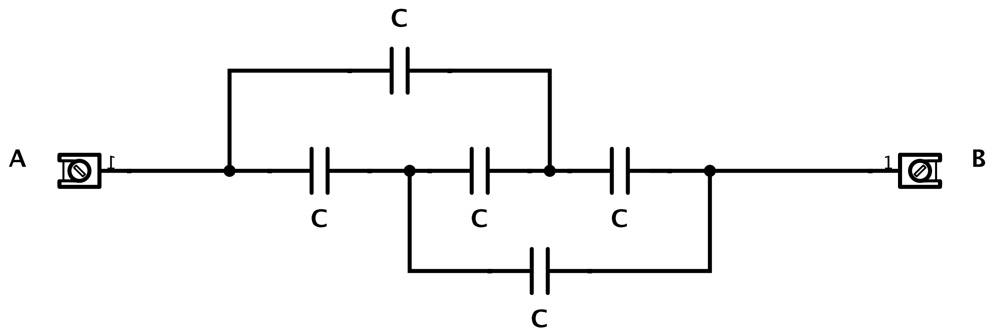
(a) Calcule la capacidad equivalente que se observa desde la batería.

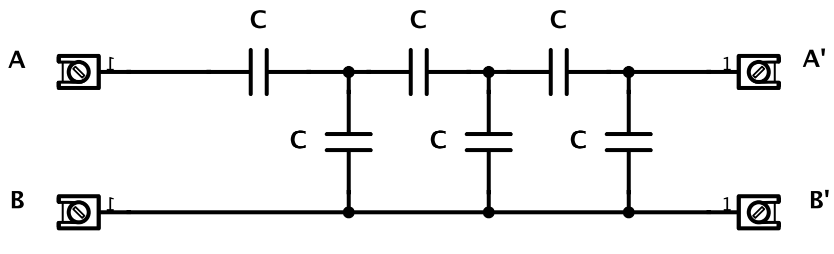
(b) Encuentre las cargas de cada condensador y calcule la energía del sistema.

(c) Si se desconecta la batería, ¿se redistribuyen las cargas?

12 Hallar la capacidad equivalente entre los puntos A y B para los sistemas de las figuras.







13 Una carga puntual q se encuentra a una distancia d de un plano conductor infinito conectado a tierra (potencial cero). Se demuestra que el potencial en el semiespacio ocupado por la carga, es el mismo que obtenemos si reemplazamos el conductor por una carga $-q$, ubicada en el punto que resulta de reflejar la carga q sobre la superficie del conductor (imagen especular).

(a) Calcule la densidad de carga sobre la superficie del conductor.

(b) Obtenga la carga total sobre la superficie del conductor.

(c) Calcule el trabajo realizado para traer la carga q desde el infinito, en presencia del conductor.

(d) Comparar con el trabajo necesario para traer dos cargas (q y $-q$) desde el infinito hasta una distancia $2\,d$.

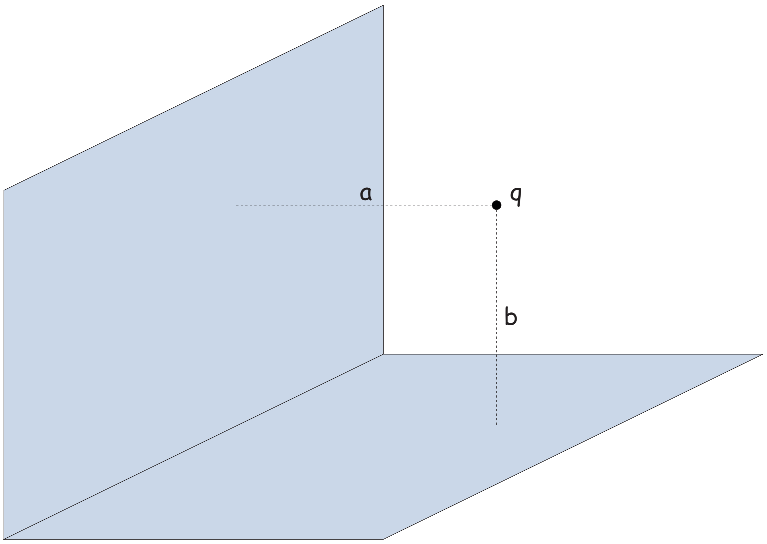
14 Una carga puntual q está ubicada entre dos planos conductores semi-infinitos y perpendiculares entre sí que se encuentran conectados a tierra. Las distancias entre la carga y cada uno de los planos son a y b.

(a) Dibujar esquemáticamente las líneas de campo eléctrico sobre el plano que contiene a la carga y es normal a los dos conductores.

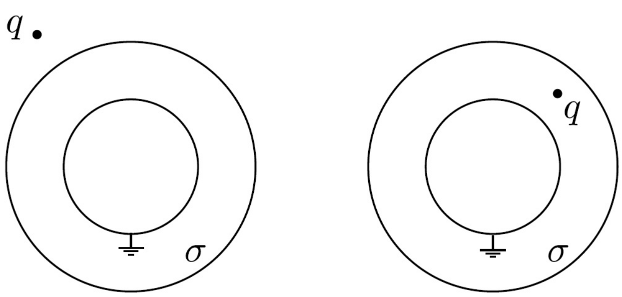
(b) Hallar el potencial electrostático en el cuadrante del espacio que contiene a la carga q utilizando el método de imágenes.

(c) ¿Cuánto vale el potencial en el resto del espacio? Justificar.

(d) ¿Cuál es la fuerza que ejerce el conjunto de conductores sobre la carga q?



15 Suponiendo conocido el potencial producido por una carga frente a una esfera a tierra y el resultado del problema 3, indicar cómo utilizar el principio de superposición para hallar el potencial eléctrico en los siguientes casos:



16 Se tiene una esfera conductora de radio a conectada a tierra, con su centro coincidente con el origen de coordenadas. Dentro de la esfera hay un anillo de radio $b < a$, cargado con densidad lineal de carga λ, ubicado en un plano $z = z_0$ ($z_0 < a$), centrado sobre el eje z.

(a) Calcule el potencial electrostático sobre el eje perpendicular al anillo que pasa por el centro del mismo.

(b) Calcule el potencial electrostático para todo punto exterior a la esfera.

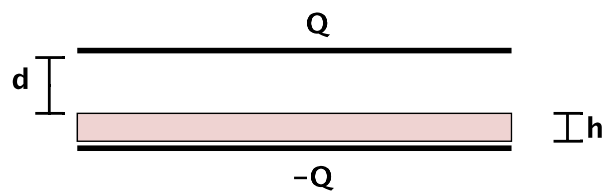
(c) Calcule la carga total inducida sobre la superficie de la esfera conductora.

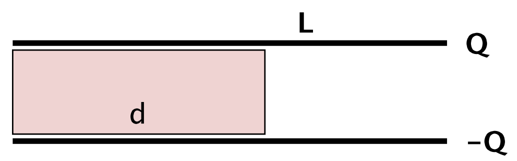
(d) ¿Cómo se modifican los resultados anteriores si se coloca el anillo fuera de la esfera?

17 Calcule la fuerza sobre un dipolo $\mathbf{p}$ ubicado a una distancia d de un plano conductor infinito, si el dipolo está: (a) perpendicular al plano y (b) paralelo al plano.

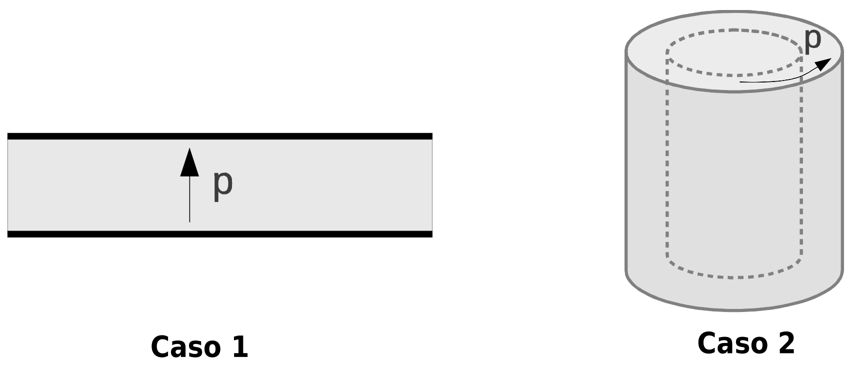
18 Mostrar que sobre la superficie de un dieléctrico lineal de permitividad ϵ, en contacto con un conductor, vale que $\sigma_{\text{pol}} = -\sigma(\epsilon - \epsilon_0)/\epsilon$, donde σ es la densidad de carga superficial sobre el conductor. ¿Cuál es la carga total sobre la superficie cuando ϵ tiende a infinito?

19 Hallar $\mathbf{E}$, $\mathbf{D}$ y $\mathbf{P}$ en todo el espacio y calcular la capacidad y la energía para las configuraciones de las figuras (despreciando efectos de borde).





20 Hallar $\mathbf{D}$ y $\mathbf{E}$ para los siguientes electretes (recuerde que un electrete es un material que presenta una polarización permanente, independiente de la presencia de fuentes externas).



21 Encuentre en todo el espacio los campos $\mathbf{E}$ y $\mathbf{D}$ generados por un electrete esférico polarizado uniformemente. Observe que fuera de la esfera se obtiene el campo de un dipolo y dentro de la misma el campo resulta uniforme.

22 Se puede demostrar que cuando una esfera dieléctrica lineal es sometida a un campo externo uniforme $\mathbf{E}_0$, la polarización que se induce es uniforme. Esta es una propiedad exclusiva de la geometría esférica y la razón para que así sea se puede comprender aprovechando el resultado del problema anterior. Sabiendo esto, obtenga el campo $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_{\mathbf{esfera}}$ dentro de la esfera como función de su permitividad ϵ. Muestre que cuando ϵ tiende a infinito, la esfera se comporta, electrostáticamente hablando, como un conductor.